

སློབ་ཚན་བརྒྱུད་པ། ཟུར་གསུམ་མའི་སྐོར་མང་ཙམ།

CHAPTER 10 : MORE ABOUT TRIANGLES

10.1 རི་སྒྲིང་།

འཛིན་གྲ་དྲུག་པའི་སྐབས། ང་ཚོས་ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་ཀྱི་སྐོར་སྦྲངས་ཡོད། དེའི་ཁྱད་ཚོས་གལ་ཆེ་འགའ་ཞིག་འདི་ལྟ་སྟེ།

1 ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་གསུམ་གྱི་བསྐྱོམས་ཐོབ་ རེད།

2 ཟུར་གསུམ་མའི་ཕྱི་ཟུར་ནི། རང་གི་ཁ་གཏད་ཀྱི་ཟུར་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱོམས་ཐོབ་དང་མཚུངས།

3 ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གང་རུང་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱོམས་ཐོབ་ནི་མཐའ་གསུམ་པ་དེ་ལས་རིང་བ་ཡོད།

ང་ཚོས་ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་ཀྱི་མཐའ་དང་། དེའི་ཟུར་ལ་བསྐྱོམས་ནས་དེ་དག་དབྱེ་བ་འབྱེད་སྦྲངས་སྦྲངས་ཡོད། ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་ལ་ཁྱད་ཚོས་གཞན་ཡང་མང་པོ་ཡོད། དེ་དག་ལས་གཅིག་ནི་མཐའ་དང་དེའི་གཏད་ཟུར་གཉིས་ཀྱི་འབྲེལ་བ་ཡིན། དེ་ནི། མཐའ་མཉམ་པའི་ཟུར་གསུམ་མའི་གཏད་ཟུར་གཉིས་ཀྱི་མཉམ་པ་དང་། གོ་རིམ་ཚོགས་ཀྱི་འཕྲུལ་དེ་བཞིན་ལྟོ། །ཁྱད་ཚོས་གཞན་ནི་དང་ཟུར་དང་འབྲེལ་བ་ཡོད། ཡང་ཁྱད་ཚོས་གལ་ཆེན་གཞན་ཞིག་ནི་ཟུར་གསུམ་མ་དང་འབྲེལ་བའི་ཐིག་དུམ་གྱི་ཐིག་གི་རྒྱུན་པོའི་ཁྱད་ཚོས་ཡིན་པས་ང་ཚོས་སློབ་ཚན་འདིའི་ནང་སྦྲང་སྦྲང་ལྟ་ཡིན།

གོང་གི་ཁྱད་ཚོས་ཚང་མ་བྱེད་སྐོར་ལམ་ནས་ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་བཞེད་དེ་སྦྲང་སྦྲང་རེད། དེར་བརྟེན། སློབ་ཚན་འདིའི་ནང་། ང་ཚོས་ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་སྐོར་ཚོགས་ཀྱི་མཐའ་དང་ཟུར་ཚད་སྦྲང་བྱེད་པ་ནམས་བཞེད་པའི་ལམ་ནས་འགོ་འཇུག་སྦྲང་ལྟ་ཡིན།

10.2 ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་འགོད་པ། Construction of Triangles

སྦྲང་བྱེད་པའི་ཚད་གཞི་ལ་བརྟེན་ནས་ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་འགོད་པ་ལ། ཐོག་མར་ང་ཚོས་རིས་དབྱིབས་རགས་པ་ཞིག་བྲིས་ཏེ་ཟུར་ཚད་དམ་རིང་ཚད་སོ་སོར་སྟོན་དགོས། འདི་ལྟར་བཞེད་ན་ང་ཚོས་ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་འགོད་སྐབས་ཀྱི་བརྒྱུད་རིམ་གོ་ཉོགས་ཡོང་ཐུབ།

༡༠.༡.༡ མཐའ་གཉིས་དང་དེའི་བཙེར་ཟུར་ཤེས་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་འགོད་པ།

Construction of a triangle when two of its sides and the included angle are given

(SAS Triangle Construction)

ཤེས་ཐོན་པ། ཟུར་གསུམ་མ་ PQR ཡི་མཐའ་གཉིས་ཀྱི་རིང་ཚད་

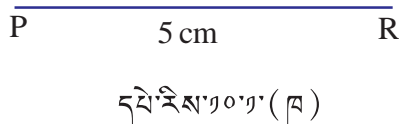
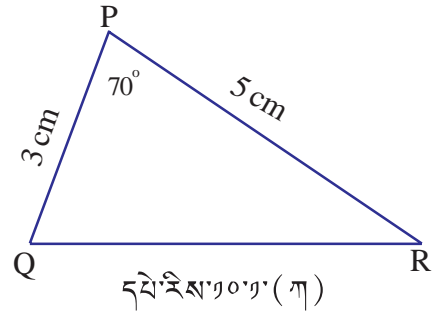
PR = 5 cm དང་PQ = 4 cm ཡིན་ལ། བཙེར་ཟུར་70° ཡིན།

འགོད་རྒྱ། མཐའ་གཉིས་དང་བཙེར་ཟུར་ཤེས་པའི་ཟུར་གསུམ་མ།

དང་ཐོག་ང་ཚོས་ $\triangle PQR$ བཟོ་དབྱིབས་རགས་པ་བྲིས་རྗེས།

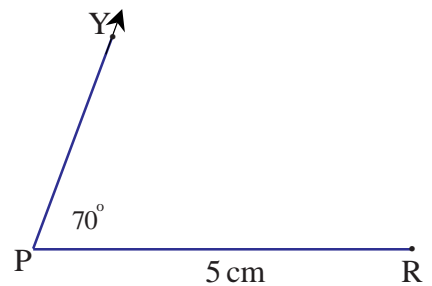
མཐའ་གཉིས་དང་བཙེར་ཟུར་གྱི་ཚད་སྟོན་དགོས། ཉེད་པེ་རིས་༡༠.༡ (ཀ) ི།

བརྒྱད་རིམ། ༡། ཐིག་དུམ་PR རིང་ཚད་5 cm ཅན་བྲིས། ཉེད་པེ་རིས་༡༠.༡ (ཁ) ི།



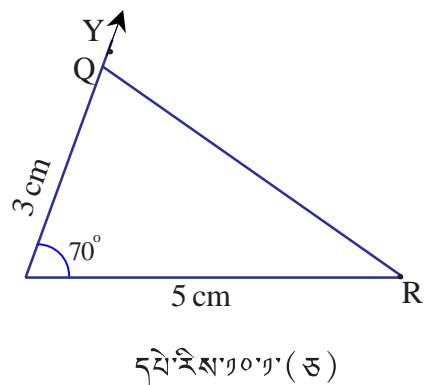
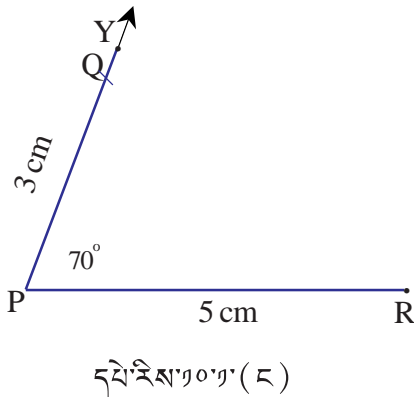
༢། གནས་P ལ་ཟུར་འཇལ་ཡོ་ཆས་ཀྱིས་ཟུར་ཚད་70°

ཅན་གྱི་ཟུར་YPR བྲིས། ཉེད་པེ་རིས་༡༠.༡ (ག) ི།



༣། འཕྲོ་ཐིག་PY ལས་ཐིག་དུམ་PQ གཙོད་པར་བྱ། ཉེད་པེ་རིས་༡༠.༡ (ང) ི།

དཔེ་རིས་༡༠.༡ (ག)



༤། QR མཐུད་པར་བྱ། ཉེད་པེ་རིས་༡༠.༡ (ཅ) ི།

དེས་ན། $\triangle PQR$ རི་དགོས་མཁོའི་ཟུར་གསུམ་མ་དེ་ཡིན།



10.3.3 ཟུར་གཉིས་དང་དེའི་བཙེར་མཐའ་གཉིས་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་འགོད་པ།

Construction of a triangle when two of its angles and the included side are given

(ASA Triangle Construction)

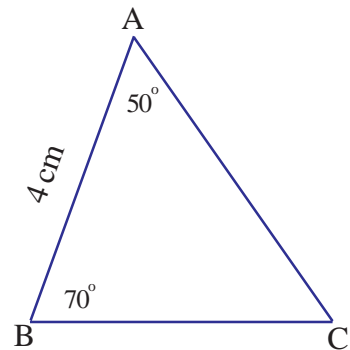
གཉིས་ཟུར་གསུམ་མ་འགོད་པ། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་གཉིས་མའི་ $\angle A = 50^\circ$ དང་།

$\angle B = 70^\circ$ བཙེར་མཐའ་ 4 cm ཡིན།

འགོད་ཀྱི། ཟུར་གཉིས་དང་བཙེར་མཐའ་གཉིས་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་

དང་ཐོག་ངོ་ཚོས་ $\triangle ABC$ ཡི་བཟོ་དབྱིབས་རགས་པ་བྲིས་རྗེས།

ཟུར་གཉིས་དང་བཙེར་མཐའ་ཚད་སྟོན་དགོས། རྒྱུ་ལེན་གྱི་ཁྱད་ཀྱི་(ག) ི།



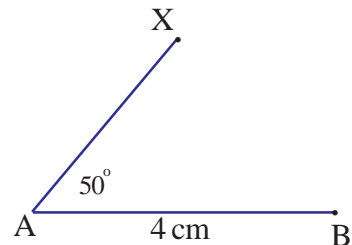
དཔེ་རིས་10.3.3 (ག)

བརྒྱུད་རིམ།

1 ཐོག་དུམ་ AB རིང་ཚད་ 4 cm ཅན་བྲིས། རྒྱུ་ལེན་གྱི་ཁྱད་ཀྱི་(ཁ) ི།



དཔེ་རིས་10.3.3 (ཁ)



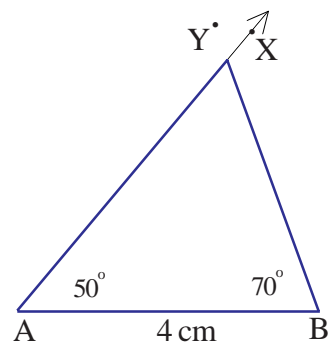
དཔེ་རིས་10.3.3 (ག)

2 གནས་ A ལ་ཟུར་འཇུག་ཡོད་ཚུན་གྱིས་ཟུར་ཚད་ $\angle XAB = 50^\circ$ བྲིས།

རྒྱུ་ལེན་གྱི་ཁྱད་ཀྱི་(ག) ི།

3 གནས་ B ལ་ཟུར་འཇུག་ཡོད་ཚུན་གྱིས་ཟུར་ཚད་ $\angle YBA = 70^\circ$ བྲིས།

རྒྱུ་ལེན་གྱི་ཁྱད་ཀྱི་(ང) ི།

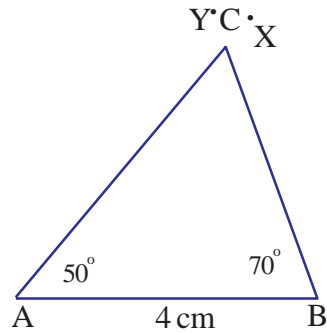


དཔེ་རིས་10.3.3 (ང)



༤། AX དང་། BY གཉིས་འཕྲད་སར་C གྲིས།
 རྒྱུ་ལྡན་ཅིས་༡༠་ན་(ཅ) ་}

དེས་ན། $\triangle ABC$ རི་དགོས་མཁོའི་ཟུར་གསུམ་མ་དེ་ཡིན།



དཔེ་ཅིས་༡༠་ན་(ཅ)

ཕྱིས་དཔེ། 1. $BC = 4\text{ cm}$, $\angle B = 110^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ABC རྒྱུ་ལྡན་ཅིག

ལན།

ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་མ་བཞོད་གོང་དུ་ང་ཚོས། ཟུར་གསུམ་མ་རགས་ཟེན་ཞིག་འབྲི་ཚོག་རགས་ཟེན་འབྲི་སྐབས།
 (དཔེ་ཅིས་༡༠་ན) ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། ཟུར་གསུམ་མ་འདི་འདྲ་འབྲི་མི་ཐུབ་པ་ཤེས། རྒྱུ་ལྡན་ཅིག་དེའི་ལྷོ་མཚན་
 བཤད་ཐུབ་བམ།

འཛིན་གྲུ་དུག་པའི་སྐབས་ཀྱི་ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཟུར་གསུམ་
 ཀྱི་བསྐྱེམས་ཐོབ་དྲན་གསོ་གྱིས་དང་། དེ་བས། ཟུར་གསུམ་ABC འབྲི་

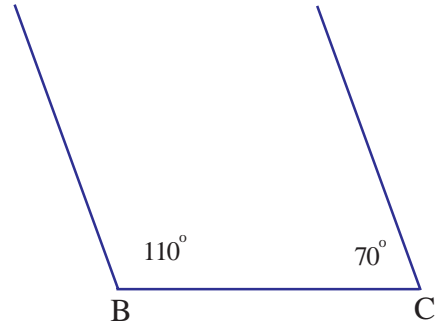
སྐབས། $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

སྤྱད་ཟེན་པའི་ཟུར་གཉིས་བསྐྱེམས་ན།

$\angle B + \angle C = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$

$\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$ ཡིན

དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་ཟུར་གསུམ་མ་དེ་འདྲ་ཞིག་འབྲོད་མི་ཐུབ།



དཔེ་ཅིས་༡༠་ན

མཚན།

ཟུར་གཉིས་དང་བཙུར་མཐའ་ཤེས་པ་དེ་ནི། ASA ཚ་ཉེན་གྱི་ཟུར་གསུམ་མ་འབྲོད་པའི་སྐབས། རྒྱུ་ལྡན་ཅིག་
 ཏུ་ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་གྱི་བསྐྱེམས་ཐོབ་ཁྱད་ཚོས་ཀྱི་སྐོར་མཁོ་ཞིབ་བཞེར་བུ་དགོས།

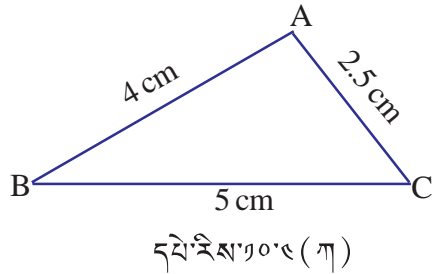


10.3.3 མཐའ་གསུམ་པོ་གསུམ་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་འགོད་པ།

Construction of a triangle when three of its side are given (SSS Triangle Construction)

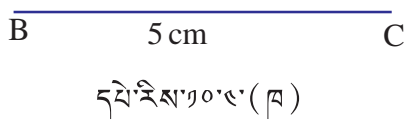
གཤམ་བྱིན་པ། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་འི་རིང་ཚད། 4 cm, 5 cm, 2.5 cm བཅས་ཡིན།

འགོད་ཚུ། མཐའ་གསུམ་པའི་ཟུར་གསུམ་མ།
 སློབ་ལ་དང་ཚོས་ $\triangle ABC$ ཡི་རགས་བྱིན་བྲིས་རྗེས། མཐའ་
 རིང་ཚད་སློབ་དགོས། རྒྱུ་ལོ་རིམ་༡༠་ལ་(༧) ི།

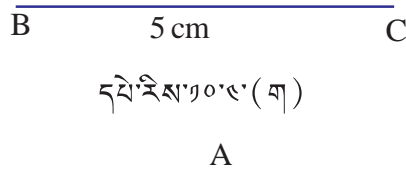


བརྒྱུད་རིམ།

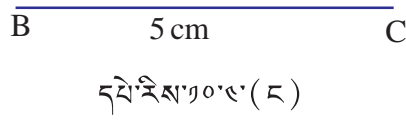
༡། ཐོག་དུམ་BC = 5 cm བྲིས། རྒྱུ་ལོ་རིམ་༡༠་ལ་(༨) ི།



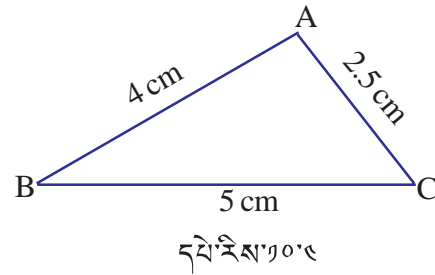
༢། སློབ་ལྟེ་B དང་ཚངས་མེད་4 cm (= AB) ཅན་གྱི་སློབ་
 དབྱིབས་གྱི་གཞུ་ཐོག་གཅིག་BC ཡི་ཕྱོགས་གཅིག་ལ་བྲིས།
 རྒྱུ་ལོ་རིམ་༡༠་ལ་(༩) ི།



༣། སློབ་ལྟེ་C དང་ཚངས་མེད་2.5 cm (= AC) ཅན་གྱི་གཞུ་
 ཐོག་གཅིག་བརྒྱུད་རིམ་༡ པའི་གཞུ་ཐོག་དང་གནས་A ལ་
 འཕྲད་པ་བྲིས། རྒྱུ་ལོ་རིམ་༡༠་ལ་(༩) ི།



༤། གནས་A དང་B གཉིས་མཐུད་པར་བྲུ། ཡང་། A དང་C
 གཉིས་མཐུད་པར་བྲུ། རྒྱུ་ལོ་རིམ་༡༠་ལ་(༩) ི།



དེས་ན། $\triangle ABC$ རི་དགོས་མའི་ཟུར་གསུམ་མ་དེ་ཡིན།

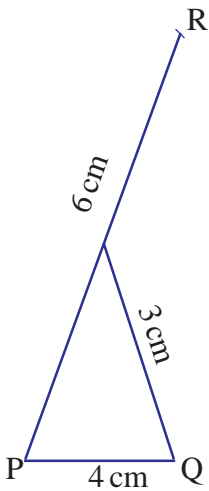


ཅེས་དཔེ། 2. $PQ = 2\text{ cm}$, $QR = 3\text{ cm}$, $PR = 6\text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ'PQR ཁོད་ཅིག

ལན།

ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་མ'འགོད་གོང་དུ་ང་ཚོས། ཟུར་གསུམ་མ'རགས་ཟེན་
 ཞིག་འབྲི་བའི་སྐབས། (དཔེ་རིས་༡༠་ཡ) ཟུར་གསུམ་མ'འདི་འདྲ་འབྲི་མི་ཐུབ་
 པ་ཤེས། གྲེད་ཀྱིས་རྒྱ་མཚན་ཅི་ཡིན་བཤད་ཐུབ་བམ།

འཛིན་གྲུག་པའི་སྐབས་སྤྱད་ས་ཟེན་པའི་ཟུར་གསུམ་མའི་མི་མཉམ་པའི་
 གྲེད་ཚོས་དྲན་གསོ་གིས་དང་། དེ་ནི། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གང་རུང་གཉིས་ཀྱི་
 བརྗེས་སྐོབ་ནི། མཐའ་གསུམ་པ་དེ་ལས་རིང་བ་ཡོད།



དཔེ་རིས་༡༠་ཡ

ང་ཚོས་ཤེས་པའི་ཟུར་གསུམ་མའི་སྐབས། མཐའ་PQ(2 cm)དང་QR(3
 cm) གཉིས་ཀྱི་རིང་ཚད་བརྗེས་སྐོབ་ན། $PR(6\text{ cm})$ ཡི་རིང་ཚད་ལས་ཚུང་བ་ཡོད།

དེ། $PQ + QR < PR$ ཡིན།

དེར་བརྟེན། ཟུར་གསུམ་མ'འདིའི་མཐའ་གསུམ་ཀྱི་རིང་ཚད་ཟུར་གསུམ་མའི་མི་མཉམ་པའི་གྲེད་ཚོས་ལ་འགལ་
 ཡོད་སྐབས། ང་ཚོས་འདི་ལྟ་བུའི་ཟུར་གསུམ་མ'འགོད་མི་ཐུབ་པོ། །

མཚན།

མཐའ་གསུམ་པོ་ཤེས་པའི་ཟུར་གསུམ་མ'དེ་ནི། SSS ཆ་རྒྱུན་གྱི་ཟུར་གསུམ་མ'འགོད་པའི་སྐབས། གྲེད་རང་གིས་རྟག་
 ཏུ་ཟུར་གསུམ་མའི་མི་མཉམ་པའི་གྲེད་ཚོས་ལེད་སྡོད་བྱས་ནས་ཞིབ་བཤེར་བྱ་དགོས།



༡༠་༡་ལ གསེག་མཐའ་དང་མཐའ་གཞན་ཞིག་ཤེས་པའི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ'འགོད་པ།

**Construction of a right triangle when its hypotenuse and one side are given
 (RHS Triangle Construction)**

ཤེས་ཟེན་པ། དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ'DEF ཡི་གསེག་མཐའ་ $DF = 4.2\text{ cm}$ དང་ $\angle E = 90^\circ$, $EF = 3.8\text{ cm}$
 བཅས་ཡིན།

འགོད་རྒྱ། གསེག་མཐའ་དང་མཐའ་གཞན་ཞིག་གི་རིང་ཚད་ཤེས་པའི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ'

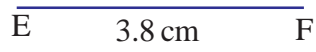




སློབ་ལ་ང་ཚོས་ $\triangle DEF$ ཡི་རགས་ཟིན་གྱིས་དྲེ། དེའི་གསེག་
མཐའ་དང་ཤེས་པའི་མཐའི་རིང་ཚད་སྟོན་དགོས། ཉེ་དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ཀ) ་།

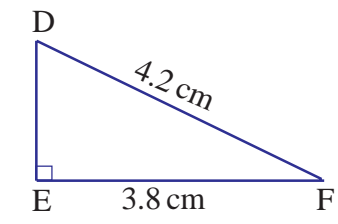
བརྒྱུད་རིམ།

༡། ཐིག་དུམ་ $EF = 3.8\text{ cm}$ ཞིག་གིས། ཉེ་དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ཁ) ་།



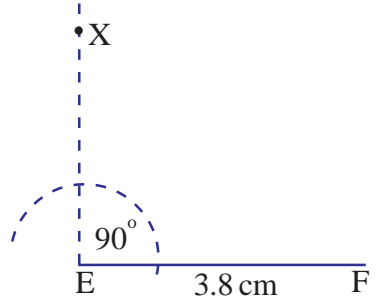
དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ཁ)

༢། གནས་'E ནས་ $\angle E = 90^\circ$ གིས། ཉེ་དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ག) ་།

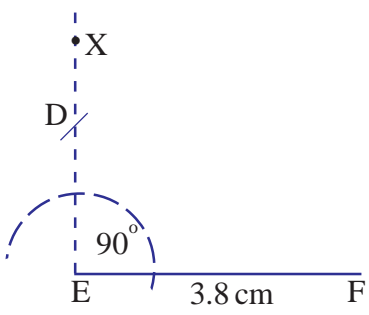


དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ག)

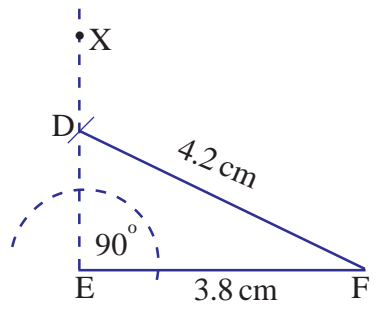
༣། སློབ་ལྟེ་'F དང་ཚངས་ཕྱེད་'4.2 cm (གསེག་མཐའ་) ཅན་གྱི་གཞུ་
ཐིག་ཅིག་ འཕྲོ་ཐིག་'Ex དང་'D ལ་འཕྲད་'པ་གིས། ཉེ་དཔེ་རིས་
'༡༠'ཙ (ང) ་།



དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ག)



དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ང)



དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ཅ)

༤། DF མཐུད་པར་བྱ། ཉེ་དཔེ་རིས་'༡༠'ཙ (ཅ) ་།

དེས་ན། $\triangle DEF$ ཞི་དགོས་མཁོའི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་དེ་ཡིན།





སྒྲིབ་ཚན། 10.1



- 1) $\angle B = 70^\circ$, $AB = 4.8 \text{ cm}$, $BC = 5.2 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ ABC ཁོད་ཅིག
- 2) $YZ = XZ = 4.3 \text{ cm}$, $\angle Z = 80^\circ$ བཅས་ཡིན་པའི་སྐྱད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ XYZ ཁོད་ཅིག
- 3) $DE = 5 \text{ cm}$, $DF = 4 \text{ cm}$, $\angle D = 50^\circ$ བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ DEF ཁོད་ཅིག
- 4) $PQ = 4.5 \text{ cm}$, $QR = 4 \text{ cm}$, $\angle Q = 90^\circ$ བཅས་ཡིན་པའི་ $\triangle PQR$ ཁོད་ཅིག
- 5) $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, $BC = 5.1 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་ $\triangle ABC$ ཁོད་ཅིག
- 6) $\angle D = 100^\circ$, $\angle E = 60^\circ$, $DE = 5.4 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་ $\triangle DEF$ ཁོད་ཅིག
- 7) $YZ = 4 \text{ cm}$, $\angle Y = 100^\circ$, $\angle X = 30^\circ$ བཅས་ཡིན་པའི་ $\triangle XYZ$ ཁོད་ཅིག (བད་སྟོན། Z ཚོལ།)
- 8) $PQ = 5 \text{ cm}$, $\angle P = 40^\circ$, $\angle R = 45^\circ$ བཅས་ཡིན་པའི་ $\triangle PQR$ ཁོད་ཅིག
- 9) $AB = 4.5 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $CA = 6 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ ABC ཁོད་ཅིག
- 10) མཐའ་ 4.5 cm ཡིན་པའི་མཐའ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་འཁོད་ཅིག
- 11) $PQ = PR = 4.2 \text{ cm}$ ཅང་། $QR = 3.6 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་སྐྱད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ PQR ཁོད་ཅིག
- 12) $LM = 5 \text{ cm}$, $MN = 5.6 \text{ cm}$, $NL = 4.2 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ LMN ཁོད་ཅིག
- 13) ག་གམ་དུ་ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་དང་མཐའ་ཚད་འགའ་ཞིག་སྤྲད་ཡོད། འདི་དག་ལས་གང་དང་གང་འགོད་མི་
ཐུབ་བམ། ལྷ་མཚན་ཅི། དེ་བྱིངས་རྣམས་ཁོད་ཅིག
- 14) $\angle A = 85^\circ$, $\angle B = 115^\circ$, $AB = 5 \text{ cm}$
- 15) $\angle Q = 30^\circ$, $\angle R = 60^\circ$, $QR = 4.7 \text{ cm}$
- 16) $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $AC = 3 \text{ cm}$
- 17) $\angle L = 95^\circ$, $\angle N = 100^\circ$, $LM = 5 \text{ cm}$
- 18) $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, $CA = 2 \text{ cm}$
- 19) $PQ = 3.5 \text{ cm}$, $QR = 4 \text{ cm}$, $PR = 3.5 \text{ cm}$
- 20) $XY = 3 \text{ cm}$, $YZ = 4 \text{ cm}$, $XZ = 5 \text{ cm}$
- 21) $DE = 4.5 \text{ cm}$, $EF = 5.5 \text{ cm}$, $DF = 4 \text{ cm}$



- 174 གསེག་མཐའི་རིང་ཚད་5 cm དང་མཐའ་གཞན་ཞིག་གི་རིང་ཚད་3 cm ཡིན་པའི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་འཁོད་ཅིག
- 175 $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$ cm, $BC = 6.4$ cm བཅས་ཡིན་པའི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཁོད་ཅིག
- 176 $\angle Q = 90^\circ$, $PR = 6$ cm, $QR = 4$ cm བཅས་ཡིན་པའི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་PQR ཁོད་ཅིག
- 177 $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 4$ cm བཅས་ཡིན་པའི་སྐྱད་མཉམ་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཁོད་ཅིག



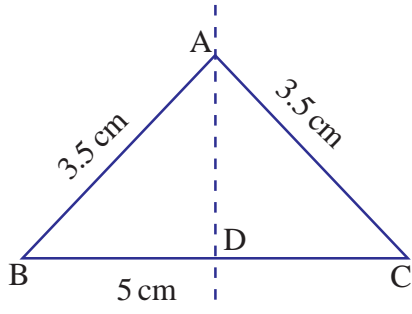
10.3 སྐྱད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མའི་ཁྱད་ཚོས། Properties of Isosceles Triangles

ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ། སྐྱད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གཉིས་གཅིག་པ་ཡིན། ང་ཚོས་མཐའ་མཉམ་པའི་གཏད་ཟུར་གྱི་སྐྱོར་ལ་གང་བཤད་ཐུབ་ཀྱི་རེད་དམ། དེ་དག་མཚུངས་སམ། ང་ཚོས་བརྟའོ། །

བྱེད་སྒྲིལ། $AB = AC = 3.5$ cm དང་ $BC = 5$ cm ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཁོད།

$\triangle ABC$ ཡི་རྗེས་ཤུལ་ལས་དེའི་འདྲ་བཤུས་ཤིག་བཅོས།

ལྷོ་བས་བརྟེན་པ་བརྒྱུ་བ་སྟེ། AC དེ་AB བརྒྱུད་མནན་ནས་ལྷོ་བས་སུལ་ཐེབས་པ་གྱིས།



དཔེ་རིས་10.3

དེ་ནས་ལྷོ་བས་བརྟེན་པ་བཞིག་སྟེ་ལྷོ་བས་སུལ་བརྒྱུད་ཐིག་དུམ་AD དང་BC (དཔེ་རིས་10.3) D ལ་འཕྲད་པ་བྱིས། ལྷོ་བས་ལང་ལྷོ་བས་བརྟེན་པ་བརྒྱུ་བ་སྟེ་AB དེ་AC དང་། BD དེ་CD བརྒྱུད་པ་བཅོས། ད་ལྟ་སྐྱེད་རང་གིས་གང་མཐོང་བྱུང་ངམ། ང་ཚོས་ $\angle C$ ཡིས་ $\angle B$ ཆ་ཚང་ཁོབས་པ་མཐོང་ཐུབ།

དེ་ནི། $\angle ABD = \angle ACD$

བྱེད་སྒྲིལ། $AB = 5$ cm = AC དང་ $BC = 4$ cm ཡིན་པའི་ $\triangle ABC$ བཏོད་དེ། $\angle B$ དང་ $\angle C$ འདྲ་ལ་ཉེ་ $\angle B - \angle C$ ཅེས་ཚུལ།



མཐའི་རིང་ཚད་མི་འདྲ་བའི་སློབ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་གཞན་གཉིས་ཀྱི་སྐབས་སུ་འོང་གི་བྱེད་སློབ་སྟེ། དེ་དག་ཚང་མའི་སྐབས་སུ་ཟུར་གསུམ་མའི་མིང་ལ་ABC དང་། $AB = AC$ བྱེད་སློབ་སྐབས་ཀྱི་དང་གིས་ཉོགས་ཞིབ་བྱུང་བ་རྣམས་གཤམ་གྱི་རེ་འུ་མིག་ནང་ཁ་སྐོང་ས།

ཨང་།	$\triangle ABC$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle B - \angle C$
1	$AB = AC = 5 \text{ cm}, BC = 4 \text{ cm}$			
2	$AB = AC = \dots\dots\dots, BC = \dots\dots\dots$			
3	$AB = AC = \dots\dots\dots, BC = \dots\dots\dots$			

ང་ཚོས་གང་ཞིག་མཐོང་ངམ། ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ་ཤོད་གསལ་ཚང་མའི་སྐབས་སུ། ཉེ་བལ་($\angle B - \angle C$)ནི་ལྷན་ཀོར་རམ། ཡང་ན་ཆེས་ཆུང་བས་ལྷན་ཀོར་ལ་ངོས་འཛིན་བྱས་ཆོག་པ་ཡིན།

དེས་ན། ང་ཚོར། $\angle B = \angle C$

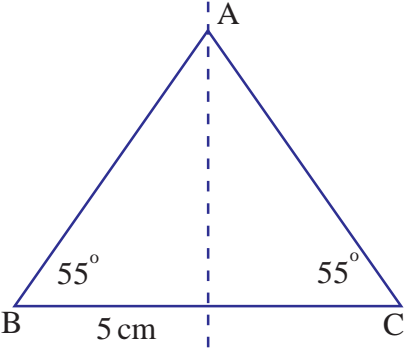
བྱེད་སློབ་འདི་དག་གིས་གཤམ་གསལ་རྣམ་གཞན་གསལ་ཁ་འདོན་གྱི་ཡོད།

གལ་ཉེ་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གཉིས་མཚུངས་ན། དེའི་གཏད་ཟུར་གཉིས་ཀྱང་མཚུངས་སོ། །
ཡང་ན།

སློབ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་མཚུངས་པའི་གཏད་ཟུར་གཉིས་ཀྱང་མཚུངས་སོ། །

བྱེད་སློབ་1 $\angle B = 55^\circ = \angle C$ དང་ $BC = 5 \text{ cm}$ ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཁོད། (དཔེ་རིས་106)

$\triangle ABC$ ཡི་རྗེས་ཤུལ་ལས་དེའི་འདྲ་བཤུས་ཤིག་བཟོས། རྟེན་པ་བརྟེན་པ་བརྟེན་པ་ལྟར་ ལ་དེ་B རྟེན་དང་། BC ཡི་ཆ་གསལ་གཉིས་པོ་ཕན་ཚུན་ཏག་ཏག་ཁེབས་པ་བྱས་རྗེས། མནན་ཉེ་རྟེན་པས་སུལ་བེབས་པ་གྱིས། ང་ཚོས་གང་མཐོང་གི་འདུག་གམ། ང་ཚོས་རྟེན་པས་སུལ་A བརྒྱད་པ་དང་། AC ཡིས་AB ཏག་ཏག་ཁེབས་པ་མཐོང་བྱུང་བས། ང་ཚོས།
 $AC = AB$ ཡིན་པ་ཤེས་བྱུང།



དཔེ་རིས་106

བྱེད་སྒྲིལ་།

$\angle B = 50^\circ = \angle C$ དང་ $BC = 6\text{ cm}$ ཡིན་པའི་ $\triangle ABC$ བཀོད་དེ། AB དང་ AC འཇུག་ཏེ།

$AB - AC$ ཚོལ།

གོང་གི་བྱེད་སྒྲིལ་དེ་བཞིན་ཟུར་གསུམ་མ་ ABC གཞན་གཉིས་ཀྱི་སྐབས་སུ་ $\angle B = \angle C$ ཡིན། ཚད་མི་
འདྲ་བ་དུ་མ་སྒྲངས་ནས་བྱེད་སྒྲིལ་འདི་སྟེ། བྱིད་རང་གིས་དྲི་བ་ཞིབ་བྱུང་བ་རྒྱུ་ལས་གཞན་གྱི་འཇུག་མཉམ་པ་ལ་སྐྱོད་སྒྲིལ་

ཨང་།	$\triangle ABC$	AB	AC	$AB - AC$
1	$BC = 6\text{ cm}, \angle B = 50^\circ = \angle C$			
2	$BC = \dots\dots\dots, \angle B = \dots\dots = \angle C$			
3	$BC = \dots\dots\dots, \angle B = \dots\dots = \angle C$			

ད་ལྟོ་ཚོལ་གང་མཐོང་གི་འདུག་གམ། ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ། གོང་གསལ་ཚང་མའི་སྐབས་སུ། དེ་བག་
($AB - AC$) གི་ལྡན་གོར་རམ། ཡང་ན་ཆེས་ཚུང་བས་ལྡན་གོར་ལ་ངོས་འཛིན་བྱས་ཚོག་པ་མཐོང་བྱུབ།

དེས་ན། $AB = AC$

བྱེད་སྒྲིལ་འདི་དག་གིས་གཞན་གསལ་རྒྱུ་ལས་གཞན་གསལ་ལ་འདོན་གྱི་ཡོད།

གལ་ཏེ་ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་གཉིས་མཚུངས་ན། དེའི་གཏད་མཐའ་ཡང་མཚུངས་སོ། །

ཕྱི་སྒྲིལ་3.

$\triangle PQR$ གི་སྐྱོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་དང་། $PQ = QR$ རེད། (དཔེ་རིས་100) གལ་ཏེ།

$\angle P = 70^\circ$ ཡིན་ན། ཟུར་གཞན་གཉིས་ཚོལ།

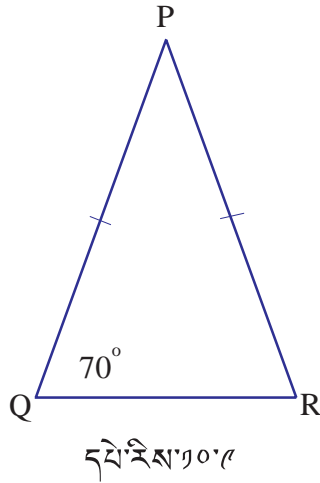
ལན།

$\triangle PQR$ རང་ $PQ = QR$ རེད།

$\angle Q = \angle R$ (1)

(ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་མཚུངས་པའི་གཏད་ཟུར་གཉིས་ཀྱང་དྲག་ཏུ་མཚུངས།)

འོན་ཀྱང་། $\angle Q = 70^\circ$ (ཤེས་ཟིན་པ།)



$\angle R = 70^\circ$ རྒྱ་(༡) བོ་ལས། ་་

ཡང་། ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཟུར་བསྐྱེམས་ཐོབ་ཀྱི་ཁྱད་ཚོས་ལས།

$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$

$\angle Q + \angle R = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$

$\angle P = 180^\circ - 140^\circ$

$= 40^\circ$

དེས་ན། དགོས་མཁོའི་ཟུར་གཉིས་ནི། $\angle P = 40^\circ$ དང་ $\angle R = 70^\circ$ བཅས་ཡིན།

ཕྱིས་དཔེ་4. $\triangle ABC$ ཡི་ $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ བཅས་ཡིན་ན། (དཔེ་རིས་' ༡༠་༡༠)

ཟུར་གསུམ་མ་འདི་ཡི་མཐའ་གང་དག་མཚུངས་སམ།

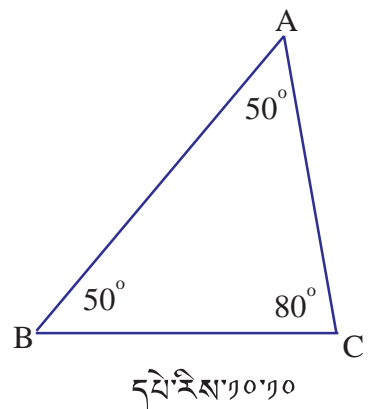
ལན།

ང་ཚོར། $\angle A = 50^\circ = \angle B$ ལྷན་ཡོད།

དེར་བརྟེན། ཟུར་མཚུངས་པའི་གཏད་མཐའ་གཉིས་ཀྱང་མཚུངས་

དགོས། $\angle A$ ཡི་གཏད་མཐའ་BC དང་། $\angle B$ ཡི་གཏད་མཐའ་AC རེད།

དེར་བརྟེན། $\triangle ABC$ ཡི་ $AC = BC$ རེད།



ཕྱི་ས་དཔེ། 5. $\triangle ABC$ རི་ $AB = BC$ ཡིན་པའི་སྐྱོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༡)

གལ་ཏེ། $\angle A = 50^\circ$ ཡིན་ན། ཟུར་གསུམ་གཉིས་ཚོ་ལ།

ལན།

$\triangle ABC$ རིང་ $AB = BC$ རེད།

དེར་བརྟེན། $\angle C = \angle B$ (༡)

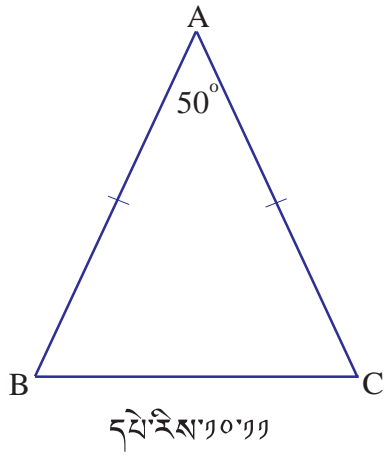
(ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་མཚུངས་པའི་གཏད་ཟུར་ཡང་ཉག་ཏུ་མཚུངས།)

ད་ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཟུར་བསྐྱོམས་ཐོབ་ཀྱི་བྱུང་ཚོས་ལས།

$$\begin{aligned} \angle B + \angle C &= 180^\circ - 50^\circ \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

འོན་ཀྱང་། $\angle C = \angle B$ རྒྱུ་ལོ་ལས།

$$\begin{aligned} 2\angle B &= 130^\circ \\ \angle B &= 65^\circ = \angle C \end{aligned}$$



ཕྱི་ས་དཔེ། 6. དཔེ་རིས་༡༠་༡༣ རིང་གི་ $\triangle PQR$ རི་ $PQ = PR$ ཅན་གྱི་སྐྱོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན་

ན། དེའི་ནང་གི་ x ཡི་བྲིན་ཚོ་ལ།

ལན།

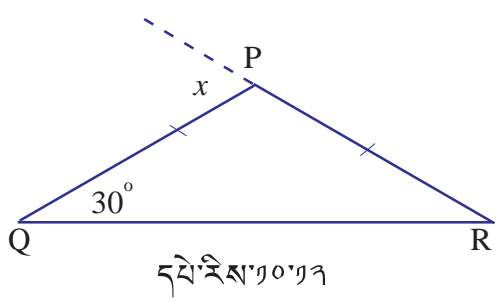
དཔེ་རིས་༡༠་༡༣ རིང་། $PQ = PR$ ཡིན་པ་ཤེས་ཟེན།

$$\angle R = \angle Q$$

འོན་ཀྱང་། $\angle Q = 30^\circ$

$$\angle R = 30^\circ$$

ད་ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཟུར་བསྐྱོམས་ཐོབ་ཀྱི་བྱུང་ཚོས་



ལས།

$$\begin{aligned} \angle QPR + \angle Q + \angle R &= 180^\circ \\ \angle QPR &= 180^\circ - (\angle Q + \angle R) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

དེ་ནི། $\angle TPQ + \angle QPR = 180^\circ$ (འདི་གཉིས་ཀྱིས་ཉེ་གསལ་བ་ཟུར་གྲུབ།)

$\angle TPQ = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$x = 60^\circ$

ཕྱིས་དཔེ། 7.

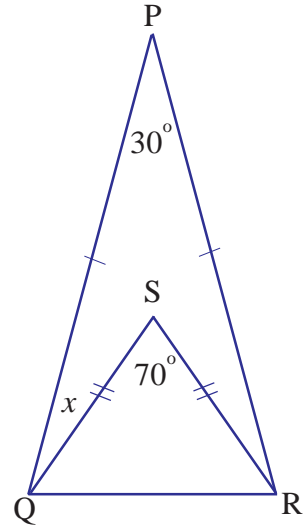
དཔེ་རིས་༡༠་༡༩ ནང་གི་ $\triangle PQR$ དང་ $\triangle SQR$ གཉིས་

སྐད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན། ཀ) \angle

PQR དང་ $\angle PRQ$ ཚོལ།

ཁ) $\angle SQR$ དང་ $\angle SRQ$ ཚོལ།

ག) x ཡི་བྲིན་ཚོལ།



དཔེ་རིས་༡༠་༡༩

ལན།

ཀ) $\triangle PQR$ སྐབས་ང་ཚོས། $PQ = QR$ ཤེས་ཟིན།

$\angle PRQ = \angle PQR$ (༡)

ད་ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཟུར་བསྐྱེད་མཐུན་གྱི་བྱུང་ཚོས་ལས།

$\angle P + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$

དེ་ནི། $30^\circ + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$

དེ་ནི། $\angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

$\angle PRQ = \angle PQR = 75^\circ$ རྒྱ་(༡)ཤོ་ལས། (༢)

ཁ) $\triangle SQR$ སྐབས་ང་ཚོས། $SQ = SR$ ཤེས་ཟིན།

$\therefore \angle SRQ = \angle SQR$ (༣)

ད་ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཟུར་བསྐྱེད་མཐུན་གྱི་བྱུང་ཚོས་ལས།

$\angle S + \angle SQR + \angle SRQ = 180^\circ$

དེ་ནི། $\angle SQR + \angle SRQ = 180^\circ - \angle S$
 $= 180^\circ - 70^\circ$
 $= 110^\circ$



$$\angle SRQ = \angle SQR = 55^\circ \quad \text{༽ (༧) རྟོགས༽ (༤)$$

ག) (༦) དང་ (༤) ལས་ང་ཚོར། $x = \angle PQR - \angle SQR$

དེ་ནི། $x = 75^\circ - 55^\circ$
 $= 20^\circ$

དེས་ན། $x = 20^\circ$ རེད།

མཚན།

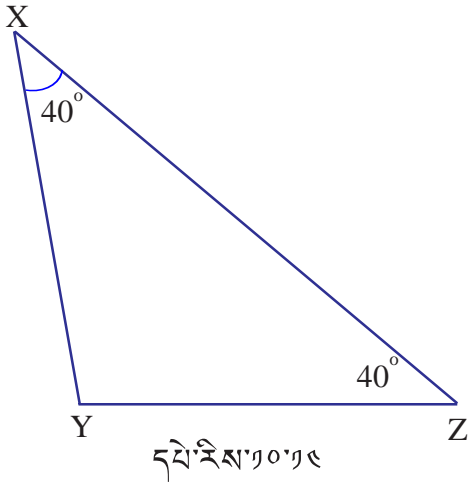
དཔེ་རིས་ ༡༠་༧ དང་། ༡༠་༡༡ ༡༠་༡༢ ༡༠་༡༣ བཅས་ནང་ཟུར་གསུམ་མིའི་མཐའ་མཚུངས་པ་ནམས་མཚོན་དགས་གཅིག་མཚུངས་ཅན་གྱིས་བསྟན་ཡོད་ལ། དེ་བཞིན། ང་ཚོས་ཟུར་མཚུངས་པ་ནམས་ཀྱང་ཟུར་གསུམ་མིའི་ནང་མཚོན་དགས་གཅིག་མཚུངས་ཅན་གྱིས་མཚོན་ཚོག་གོ།



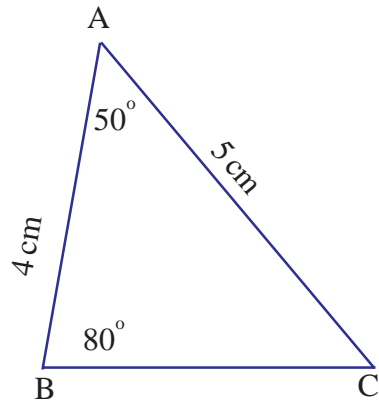
སློབ་ཚན། 10.2

- ༡) $\triangle ABC$ རང་། $BC = CA$ ཡིན་ན། དེའི་ཟུར་མཚུངས་པ་གཉིས་གང་དག་རེད་དམ།
- ༢) $\triangle DEF$ རང་། $\angle D = \angle F$ ཡིན་ན། དེའི་མཐའ་མཚུངས་པ་གཉིས་གང་དག་རེད་དམ།
- ༣) $\triangle PQR$ རི་ $PQ = PR$ ཅན་གྱི་སྐོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན། གལ་ཏེ། $\angle R = 45^\circ$ ཡིན་ན། དེའི་ཟུར་གཞན་གཉིས་ཚོལ།
- ༤) $\triangle ABC$ རི་ $AB = AC$ ཅན་གྱི་སྐོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན། གལ་ཏེ། $\angle A = 80^\circ$ ཡིན་ན། $\angle C$ ག་ཚོད་རེད་དམ།
- ༥) $\triangle PQR$ རང་། $QP = QR$ ཡིན། གལ་ཏེ། $\angle P = 36^\circ$ ཡིན་ན། $\angle Q$ ག་ཚོད་རེད་དམ།
- ༦) $\triangle XYZ$ རང་། $\angle X = \angle Z = 40^\circ$ ཡིན། (དཔེ་རིས་ ༡༠་༡༤) ཟུར་གསུམ་མ་དེའི་མཚུངས་མཐའ་གཉིས་གང་དང་གང་རེད་དམ།





དཔེ་རིས་༡༠་༡༤



དཔེ་རིས་༡༠་༡༥

པ། དཔེ་རིས་༡༠་༡༥ རང་། མཐའ་BC ཡི་རིང་ཚད་ཚོལ།

༥། དཔེ་རིས་༡༠་༡༦ རང་། མཚུངས་མཐའ་རྣམས་མཚོན་
རྟགས་གཅིག་མཚུངས་ཅན་གྱིས་མཚོན་ཡོད།

ཀ། x

ཁ། y

ག། z བཅས་ཀྱི་བྲིན་ཚོལ།

ལན་འདེབས་སྐབས་ཀྱི་མཚན་ཡང་བྲིས།

༧། དཔེ་རིས་༡༠་༡༧ རང་། མཚུངས་མཐའ་རྣམས་མཚོན་
རྟགས་གཅིག་མཚུངས་ཅན་གྱིས་མཚོན་ཡོད།

ཀ། $\angle PRQ$

ཁ། $\angle PQR$ བཅས་ཚོལ།

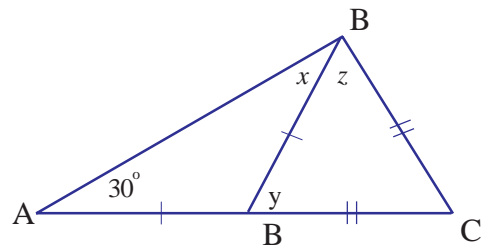
བྲིད་རང་གིས་ལན་ནང་ཀྱི་མཚན་བྲིས།

༡༠། དཔེ་རིས་༡༠་༡༩ རང་། $\triangle ABC$ རི་སྐོང་མཉམ་ཟུར་གསུམ་
མ་ཡིན་ལ། $BC = AC$ རེད། གལ་ཏེ། $\angle A = 70^\circ$

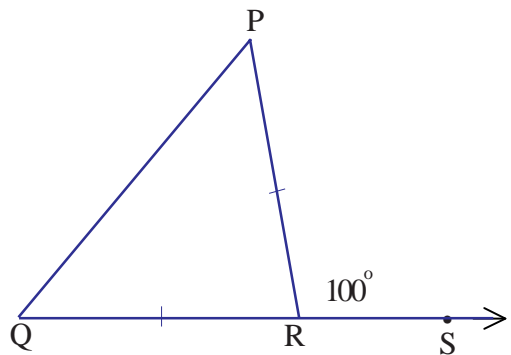
ཡིན་ན། འཚོལ་གྱིས།

ཀ། $\angle ABC$ དང་ $\angle ACB$

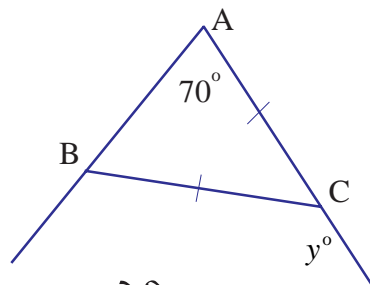
ཁ། x དང་ y ཡི་བྲིན།



དཔེ་རིས་༡༠་༡༦



དཔེ་རིས་༡༠་༡༧

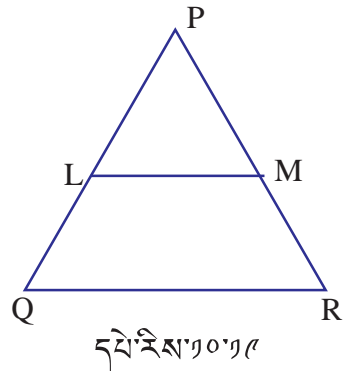


དཔེ་རིས་༡༠་༡༩



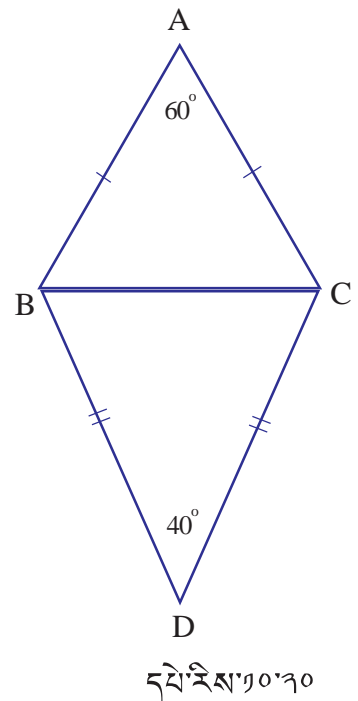
ཁྱིམ་རང་གིས་ལན་ནང་རྒྱ་མཚན་གྱིས།

111 དཔེ་རིས་10.14 ནང་ $\triangle PQR$ རི་སྐྱོད་མཉམ་ཡིན་ལ། $PQ = PR$ རེད། LM རི་ QR ནང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པ་དང་། དེའི་ L རི་ PQ ནང་། M རི་ PR རྐྱེད་ཡོད། ག་གམ་གསལ་བརྗོད་པ་ སོ་སོར་རྒྱ་མཚན་གྱིས།



- 1) $\angle Q = \angle R$
- 2) $\angle PLM = \angle Q$
- 3) $\angle PML = \angle R$
- 4) $\angle PLM = \angle PML$
- 5) $\triangle PLM$ རྐྱོད་མཉམ་རེད།

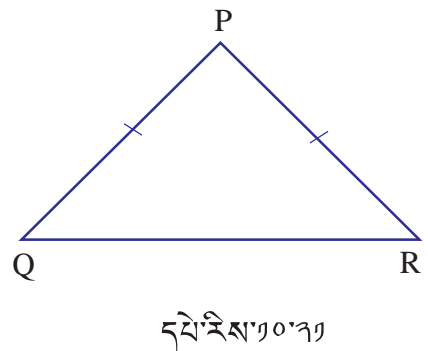
112 དཔེ་རིས་10.30 ནང་གི་ $\triangle ABC$ ནང་ $\triangle DBC$ གཉིས་པོ་ནི་ རྐྱོད་མཉམ་ཡིན་ལ། དེ་གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འབྲས་ནི་ BC རེད། མཐའ་ མཚུངས་པ་རྣམས་མཚོན་ཏེ་གསལ་གཅིག་མཚུངས་ཀྱིས་མཚོན་ཡོད། གལ་ཏེ། $\angle A = 60^\circ$ ནང་། $\angle D = 40^\circ$ ཡིན་ན། འཇོལ་ རྒྱུར།



- 1) $\angle ABC$ ནང་ $\angle ACB$
- 2) $\angle DBC$ ནང་ $\angle DCB$
- 3) $\angle ABD$ ནང་ $\angle ACD$

འདི་དག་གཅིག་པ་རེད་འདུག་གམ།

113 དཔེ་རིས་10.31 ནང་། $\triangle PQR$ རི་སྐྱོད་མཉམ་ཡིན་ལ། $PQ = PR$ རེད། གལ་ཏེ། $\angle P$ ཡི་ཚད་ $\angle Q$ ཡི་ཉིས་ལྔ་པ་ཡིན་ན། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་ཚད་ཚད་མ་ཚོལ།

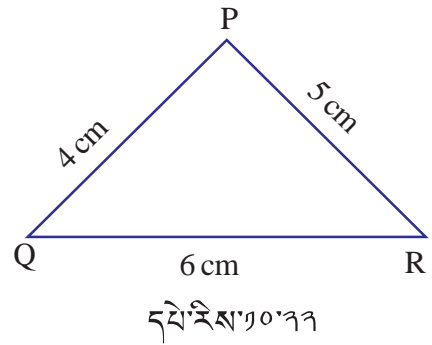


114 $\triangle PQR$ (དཔེ་རིས་10.33) ཡི་ $PQ = 5$ cm, $QR = 6$ cm,



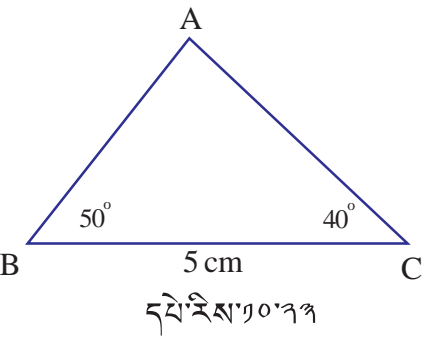
PR = 4 cm བཅས་ཡིན།

- ཀ) $\angle Q = \angle R$ ཡིན་ནམ།
- ཁ) མིན་ན། ཟུར་གང་ཆེའམ།
- ག) ཟུར་ཆེ་བ་དེ་མཐའ་རིང་བའམ་ཐུང་བ་གཉིས་ལས་གང་གི་གཏད་ཟུར་རེད་དམ།



༡༥། $\triangle ABC$ ཡི་BC = 5 cm, $\angle C = 40^\circ$, $\angle B = 50^\circ$ རེད།
(དཔེ་རིས་༡༠་༡༧)

- ཀ) AB = AC རེད་དམ། མིན་ན་རྒྱ་མཚན་ཅི།
- ཁ) AB དང་AC ལས་གང་ཆེའམ།
- ག) མཐའ་རིང་བ་དེ་ཟུར་ཆེ་བའམ་ཆུང་བ་གཉིས་ལས་གང་གི་གཏད་མཐའ་རེད་དམ།



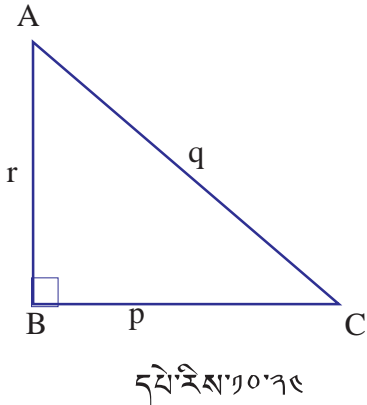
R



༡༠་༧ བཡེ་བ་སྐྱོ་རྒྱས་ངེས་སྲོལ།

Pythagoras Theorem

བྱེད་སྒྲིལ། དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་གསུམ་བྲིས། དེ་དག་ཚང་མའི་དང་ཟུར་ལ་ $\angle Q$ དང་ $\triangle PQR$ ཞེས་མིང་བྱང་ཁོད། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༩) དེ་ཚོ་སོ་སོའི་སྐབས་སུ་མཐའ་p, r, དང་གསེག་མཐའ་q འཇལ་ཏེ། p^2, r^2, q^2 བཅས་



ཚམས་ཉིས་བརྒྱབ་སྟེ་ཉིས་འབྲས་གཤམ་གྱི་རེ་བུ་མིག་ནང་སྐྱོངས།

དང་ཟུར་ ཟུར་གསུམ་མ།	ཚད།			ཉིས་ཐངས།				དེ་བག
	p	r	q	p ²	r ²	p ² + r ²	q ²	q ² - (p ² + r ²)
༡								
༢								
༣								

ང་ཚོས་གང་མཐོང་གི་འདུག་གམ། ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ། དེ་བག་ $q^2 - (p^2 + r^2)$ ནི་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཚང་མའི་སྐབས་སུ་ལྷན་ཀོར་རམ། ཡང་ན་ཆེས་ཚུང་བས་ལྷན་ཀོར་ལ་ངོས་འཛིན་བྱས་ཚོག་པ་མཐོང་བྱུང།

དེར་བརྟེན། $q^2 = p^2 + r^2$

ཤེད་སློའི་ཡིས་གཤམ་གསལ་རྣམ་གཞག་གསལ་ཁ་འདོན་གྱི་ཡོད།

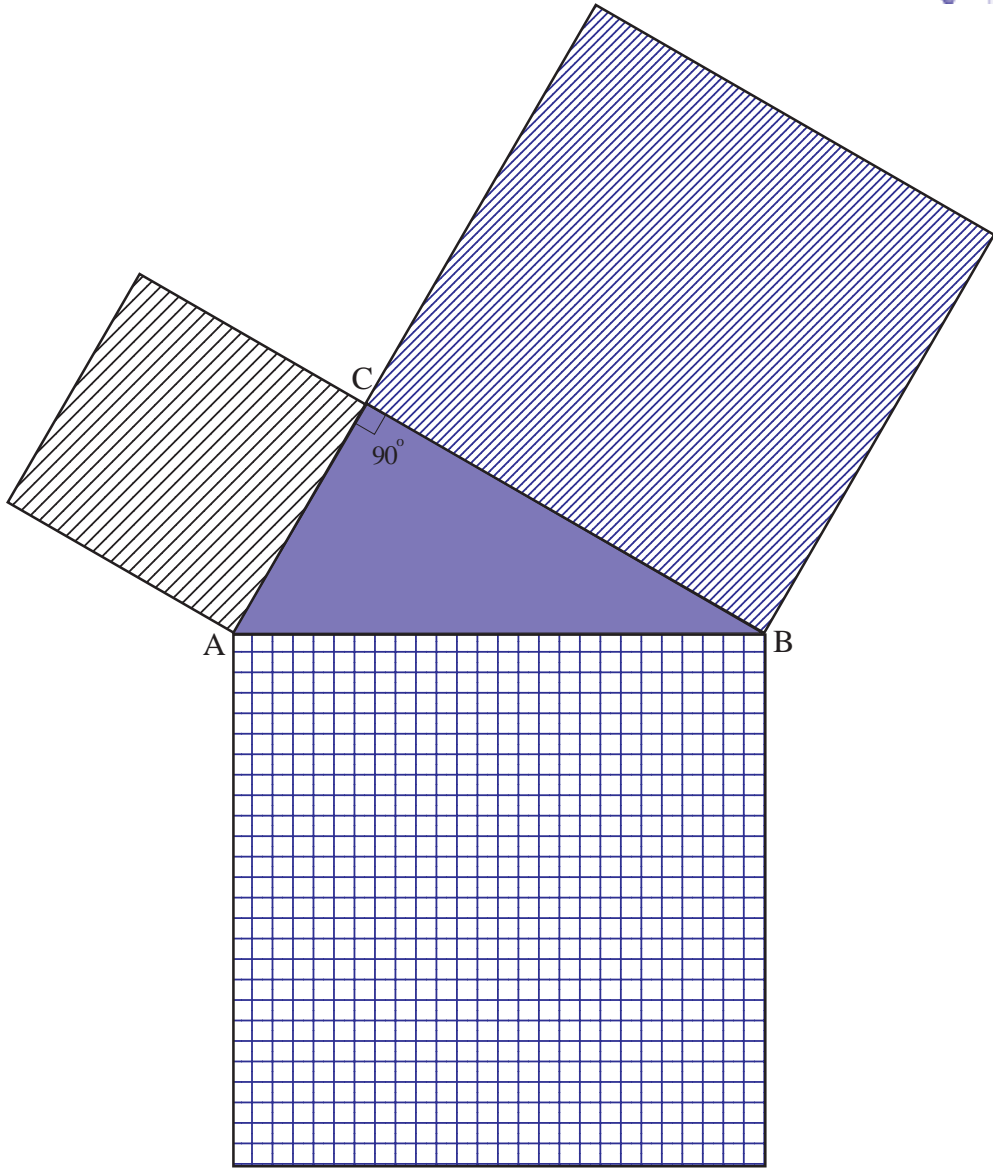
དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མི་མཐའ་གཉིས་ཉིས་ཐངས་ཀྱི་བསྡེ་མས་ཐོབ་ནི།
གསེག་མཐའ་ཉིས་ཐངས་དང་མཚུངས།

ཚོག་གཞན་གྱིས་བརྗོད་ན། གལ་ཏེ་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཡི་དང་ཟུར་C (དཔེ་རིས་༡༠་༡༥) དང་། དེའི་གསེག་མཐའ་AB དང་མཐའ་གཞན་གཉིས་AC དང་BC ཡིན་ན། གཤམ་གསལ་འབྲེལ་བ་འཛོལ།

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མི་མཐའ་རིང་ཚད་ཀྱི་འབྲེལ་བ་འདི་ལ་བལྟ་བུ་སྟོན་རྒྱུ་དེས་སློལ་བེར། ལྷ་གར་གྱི་གངས་རིག་སྐྱེ་བ་ལྟོ་ལན་(Bhaudhayan) གྱིས་ཀྱང་(ཕྱི་ལོའི་སྟོན་གྱི་ལོ་༡༠༠ ཙམ་དུ་) དེས་སློལ་འདི་ཡོངས་ཁྲབ་གྱི་ཚུལ་དུ་འབྲེལ་བརྗོད་དང་གངས་རིག་ཉིས་དཔེ་དུ་མ་ལས་གསལ་ཁ་བཏོན་ཡོད།

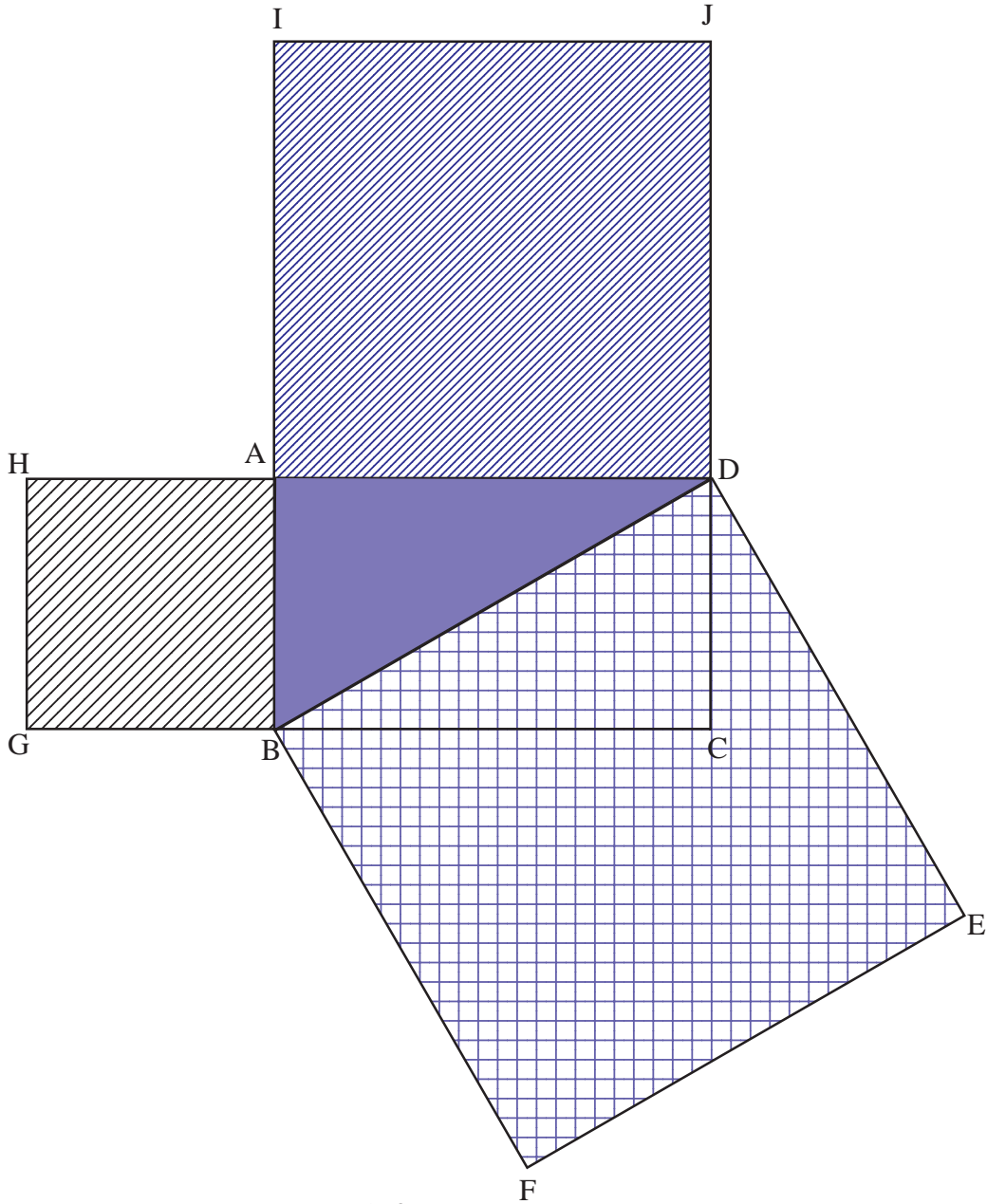
ལྟོ་ལན་དེས་སློལ་གཤམ་གསལ་བརྗོད་པའི་སློ་ནས་བརྗོད་ཤེད་བྱུང།



དཔེ་རིས་༡༠་༡༥

གྲུ་བཞི་ནར་དབྱིབས་ཀྱི་གཏད་ཐིག་སྟེང་གི་གྲུ་བཞི་ཁ་གང་མའི་ཀྱི་འོག་ལ་དེའི་མཐའ་གཉིས་སྟེང་གི་གྲུ་བཞི་ཁ་གང་མ་གཉིས་ཀྱི་ཀྱི་འོག་གི་བསྐྱེམས་ཐོབ་ཡོད། འདིའི་སྟེང་དོན་ནི། གལ་ཏེ་ABCD གྲུ་བཞི་ནར་དབྱིབས་ཡིན་ན། དེའི་གཏད་ཐིག་BD རྟེན་གྱིས་པའི་གྲུ་བཞི་མའི་ཀྱི་འོག་ནི། མཐའ་AD དང་AB རྟེན་གྱིས་པའི་གྲུ་བཞི་མ་གཉིས་ཀྱི་ཀྱི་འོག་གི་བསྐྱེམས་ཐོབ་དང་མཚུངས། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༦)

པལེ་ཐ་སྐོར་རྒྱས་པའི་སྐོར་ལ་སྤྱིར་བཏགས་བྱས་ན། དེ་ཡིས། གལ་ཏེ་ABC དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་དང་།



དཔེ་རིས་'१०'१७

ངང་ཟུར་དེ་C ཡིན་ན།

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2 \quad \text{ཡིན་ཞིང་།}$$

འདིར། AB ཞིག་གསེག་མཐའ་དང་། AC དང་BC ཞིང་མཐའ་གཉིས་ཟེད།

$$\text{ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ།} \quad AB^2 > BC^2 \text{ དང་།} \quad AB^2 > AC^2$$

$$\text{ཡང་ན།} \quad AB > BC \text{ དང་།} \quad AB > AC$$



དེས་ན། ང་ཚོས་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་སྐབས། གསེག་མཐའ་རིང་ཤོས་རེད་ཅེས་བཤད་ཐུབ།



༡༠.༥ བཡེ་བྲ་སློ་རྒྱས་ངེས་སློལ་ལོག་པ།

Converse of Pythagoras Theorem

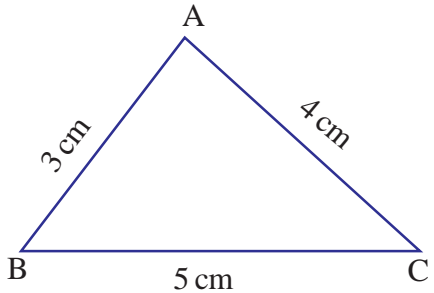
བྱེད་སྒོ། ABC རྗེ་AB = 3 cm, AC = 4 cm, BC = 5 cm བཅས་ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་ན། (དེ་རེས་༡༠.༣༧)

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$$

དེ་རྗེ། $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$

ཁྲིད་ཀྱིས་ ABC ལ་གང་བཤད་ཐུབ་བཅ། (ཚད་འཇལ་ཚོག་)

DEF རྗེ་DE = 13 cm, EF = 5 cm, DF = 12 cm བཅས་



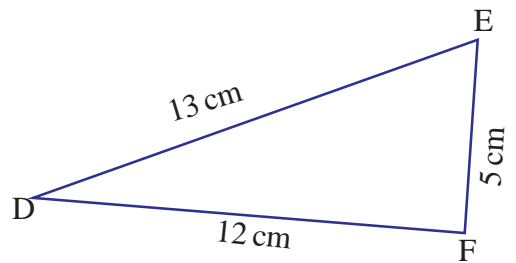
དེ་རེས་༡༠.༣༧

ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་གཞན་ཞིག་ཡིན་ན། (དེ་རེས་༡༠.༣༩)

$$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$$

དེ་རྗེ། $(EF)^2 + (DF)^2 = (DE)^2$

ཡང་ཁྲིད་ཀྱིས་ DFE རྗེས་ལ་གང་བཤད་ཐུབ་བཅ།



དེ་རེས་༡༠.༣༩

དེ་དག་རེ་རེའི་སྐབས། ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། མཐའ་རིང་ཤོས་ཀྱི་གཏད་ཟུར་ཏེ། སྐབས་དང་པོའི་ $\angle BAC$ དང་། སྐབས་གཉིས་པའི་ $\angle DFE$ བཅས་ནི་ 90° རེད།

དེ་རྗེ། $\triangle ABC$ ཡི་ $\angle A$ དྲང་ཟུར་དང་། $\triangle DEF$ ཡི་ $\angle F$ དྲང་ཟུར་རེད།

$\triangle PQR$ ཞིག་གི་མཐའ་PQ = 4 cm, QR = 5 cm, PR = 6 cm བཅས་ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན། (དེ་རེས་༡༠.༣༩) ཟུར་གསུམ་མ་འདྲིའི་སྐབས་ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ།

$PQ^2 + QR^2$ རྗེ་ PR^2 དང་གཅིག་མཚུངས་མིན།

དེ་རྗེ། $4^2 + 5^2$ རྗེ་ 6^2 དང་གཅིག་མཚུངས་མིན།

ཡང་ན། $16 + 25$ རི་ 36 དང་གཅིག་མཚུངས་མིན།

ཡང་ན། 41 རི་ 36 དང་གཅིག་མཚུངས་མིན།

ད། མཐའ་རིང་ཤོས་ PR ཡི་གཏད་ཟུར་ $\angle PQR$ འཇལ་

བར་བྲ།

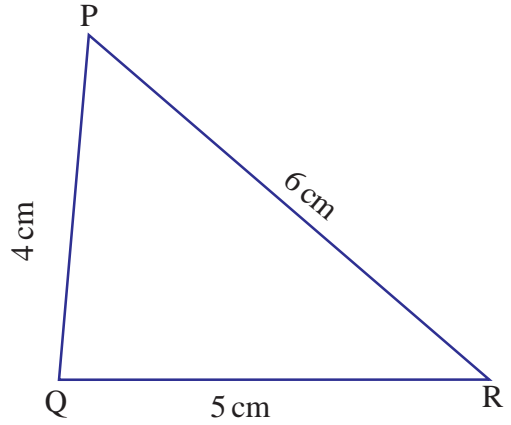
ཁྱེད་རང་གིས་གང་མཐོང་བྱུང་ངམ། ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ།

$\angle PQR$ རི་ 90° དང་གཅིག་མཚུངས་མིན།

དེ་ནི། $\triangle PQR$ རི་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མིན།

ཁྱེད་སློབ་འདི་ཡིས་གཤམ་གསལ་རྣམ་གཞག་གསལ་ཁ་

འདོན་གྱི་ཡོད།



དཔེ་རིས་༡༠་༡༧

གལ་ཏེ་ཟུར་གསུམ་མི་མཐའ་ཞིག་གི་ཉིས་བྲངས་ནི་མཐའ་གཞན་གཉིས་ཀྱི་ཉིས་བྲངས་ཀྱི་བསྡེ་མས་

ཐོབ་ཡིན་ན། མཐའ་ལྔ་མི་གཏད་ཟུར་ནི་དྲང་ཟུར་ཡིན།

ཡང་ན།

ང་ཚོས། **བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་དུས་སྐོལ་ལོག་པ་ནི་བདེན་པ་རེད།** ཅེས་བཤད་ཚོགས།

$c^2 = a^2 + b^2$ ཅན་གྱི་རིལ་གྲངས་ཤོ་ a, b, c གསུམ་གྱིས་**བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་** (Pythagorean triplet) ཞིག་གྲུབ་ཅེས་བྲེད།

བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་འཚོལ་ལུགས་གཅིག་ནི།

རིལ་གྲངས་ཤོ་ m དང་ n གཉིས་ལས། $n > m$

བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་ནི། $a = (n^2 - m^2), b = (2mn), c = (n^2 + m^2)$ བཅས་ཡིན།

བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་འགའ་ཞི་གཤམ་གསལ། (3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17)

གལ་ཏེ། (a, b, c) བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་ཡིན་ན། (ka, kb, kc) ཡང་དེ་བཞིན་ཡིན། འདི་ནི་གྲངས་

གསུམ་པོར་ལྷད་ཀོར་མིན་པའི་དྲག་གྲངས་གང་རུང་གིས་སྒྱུར་བའམ་བཤོད་པ་ལས་ཐོབ་པོ། |

དེས་ན། བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་(3, 4, 5) ལ། ང་ཚོར་བཤེ་བ་སྐོ་རྒྱས་སུམ་ཚོགས་(6, 8, 10), (9, 12,

15) མོགས་ཡོད།

ཕྱི་ས་དཔེ། 8.

ངང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་ངང་མཐའི་རིང་ཚད་ནི་6 cm དང་8 cm རེད། དེ་ཡི་གསལ་གསལ་མཐའི་རིང་ཚད་ཅི་ཡིན་ནམ།

ལན།

$\triangle ABC$ ངང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན་ཞིང་། དེའི་ངང་ཟུར་C དང་། མཐའ་BC དང་AC ཡི་རིང་ཚད་གོ་རིམ་བཞིན་6 cm དང་8 cm ཡིན་པར་ཆ་བཞག་གྱིས། (དཔེ་རིས་༡༠་༩༠)

ABC ངང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་སྟབས། པལེ་ཐ་སྐོར་རྒྱས་ཅེས་སློབ་ལས།

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

དེ་ནི། $(AB)^2 = 8^2 + 6^2$

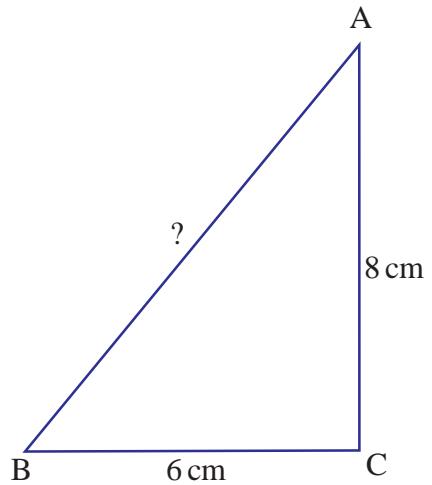
$$= 64 + 36$$

$$= 100$$

$$= (10)^2$$

ཡང་ན། $AB = 10 \text{ cm}$

དེས་ན། གསལ་གསལ་མཐའི་རིང་ཚད་10 cm རེད།



དཔེ་རིས་༡༠་༩༠

ཕྱི་ས་དཔེ། 9.

ཤིང་སྤོང་ཞིག་མཚམས་ཤིག་ནས་ཆག་སྟེ། དེའི་ཕྱེ་མོ་ཕྱ་བ་ནས་བར་ཐག་5 cm ཡོད་སར་སར་ཐུག་ཡོད། གལ་ཏེ་ཤིང་སྤོང་ཆག་སའི་གནས་དེ་ཕྱ་བ་ནས་མཐོ་ཚད་6 cm ལ་ཡོད་ན། ཤིང་སྤོང་མ་ཆག་གོང་གི་མཐོ་ཚད་ཅི་ཙམ་ཡིན་ནམ།

ལན།

གནས་B ནས་མ་ཆག་གོང་གི་ཤིང་སྤོང་ABC དང་། ཤིང་སྤོང་ཆག་རྗེས་དེའི་ཕྱེ་མོ་A ས་སྤོང་གནས་D ལ་ཐུག་ཡོད་པ་དང་། (དཔེ་རིས་༡༠་༩༡) $BA = BD$ རེད། (༡)

དེས་ན། $\triangle ABC$ ངང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་ལ། ཟུར་C ཞི་ངང་ཟུར་དང་། མཐའ་BC = 12 m དང་།

CD = 5 m ཡིན།

དེར་བརྟེན། པལེ་ཐ་སྐོར་རྒྱས་ཅེས་སློབ་ལས།



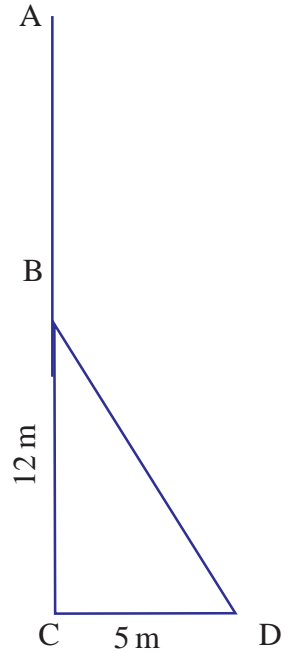
$$\begin{aligned} (BD)^2 &= (BC)^2 + (CD)^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \\ &= 13^2 \end{aligned}$$

དེར་བརྟེན། $BD = 13 \text{ m} = BA$ རྟོག་པོ་སྤྱོད་པ་ལས།

དེས་ན། བྱང་སྤྱོད་མ་ཆག་གོང་གི་མཐོ་ཚད་(AC) ཞེ།

$$\begin{aligned} &= CB + BA \\ &= 12 \text{ m} + 13 \text{ m} \\ &= 25 \text{ m} \end{aligned}$$

དེར་བརྟེན། བྱང་སྤྱོད་མ་ཆག་གོང་གི་མཐོ་ཚད་ནི་25 m ཡིན།



དཔེ་རིས་'90'ན།

ཕྱི་ས་དཔེ། 10. ཟུར་གསུམ་མ་ཆིག་གི་མཐའི་རིང་ཚད་ནི་6 cm, 4.5 cm, 7.5 cm བཅས་ཡིན། ཟུར་གསུམ་མ་འདི་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་རེད་དམ། ཡིན་ན། དེའི་གསེག་མཐའ་གང་རེད་དམ།

ལན།

ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གསུམ་པོ་6 cm, 4.5 cm, 7.5 cm བཅས་ཡིན་པ་ཤེས་ཡོད། ཟུར་གསུམ་མ་འདི་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་པར་ཆ་རྒྱུན་འདི་ཚང་དགོས།

$$(6)^2 + (4.5)^2 = (7.5)^2 \quad (\text{བལྟ་བུ་གྲུ་སྤྱོད་པའི་སྐོར་ལོག་པ་ལས།})$$

$$(6)^2 + (4.5)^2 = 36 + 20.25 = 56.25$$

ཡང་། $(7.5)^2 = 56.25$

འདིར། $(6)^2 + (4.5)^2 = (7.5)^2$ འབྲེལ་བ་བདེན་པ་ཡིན་པའི་རྒྱུན་གྱིས། ཟུར་གསུམ་མ་མཐའི་རིང་ཚད་6

cm, 4.5 cm, 7.5 cm བཅས་ཅན་དེ་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་རེད།

ཡང་། $(7.5)^2 = (6)^2 + (4.5)^2$ ཡིན་པར་བརྟེན།

མཐའི་རིང་ཚད་7.5 cm ཅན་ནི་ཟུར་གསུམ་མའི་གསེག་མཐའ་རེད། དོན་དངོས་ཐོག་གསེག་མཐའ་ནི་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་རིང་ཤོས་དེ་ཡིན།

ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་རིང་ཤོས་དེ་ཡིན།





སྒྲིབ་ཚན། 10.3



- 1) $\triangle ABC$ རང་། C རི་དང་ཟུར་ཡིན། གལ་ཏེ། $AC = 9\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$ བཅས་ཡིན་ན། པལེ་ཐ་སྐོ་རྒྱུ་དེས་སྒྲོལ་སྤྱད་དེ་ AB ཡི་རིང་ཚད་ཚོལ།
- 2) ག་ཤམ་གསལ་ལ་མེ་རེའི་སྐབས། དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའི་རིང་ཚད་བསྟན་ཡོད་པས། དེ་དག་སོ་སོའི་གསེག་མཐའི་རིང་ཚད་ཚོལ།
 - ཀ) $a = 1.5\text{ cm}$, $b = 2\text{ cm}$
 - ཁ) $a = 2.5\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$
 - ག) $a = 7.5\text{ cm}$, $b = 18\text{ cm}$
 - ང) $a = 14\text{ cm}$, $b = 48\text{ cm}$
 - ཅ) $a = 10\text{ cm}$, $b = 24\text{ cm}$
- 3) དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་གསེག་མཐའ་ 25 cm རེད། གལ་ཏེ་དེའི་མཐའ་གཅིག་གི་རིང་ཚད་ 24 cm ཡིན་ན། མཐའ་གཞན་དེའི་རིང་ཚད་ཚོལ།
- 4) བེད་སྐྱས་རིང་ཚད་ 15 m ཅན་ཞིག་ཁང་པའི་གྲང་གི་ལྗེབས་ངོས་ཀྱི་མཐོ་ཚད་ 15 m སར་ཡོད་པའི་སྐུ་ལྷང་ཁང་ཁང་བརྒྱུགས་ཡོད་ན། བེད་སྐྱས་ཀྱི་ཀང་པ་གྲང་རྩ་དང་བར་ཐག་གཚོད་ཙམ་དུ་ཡོད་དམ།
- 5) རྒྱུན་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མའི་གསེག་མཐའི་ཉིས་ཐེངས་ 200 cm^2 ཡིན་ན། དེའི་མཐའི་རིང་ཚད་སོ་སོར་ཚོལ།
- 6) ག་ཤམ་གསལ་ལས་གང་དག་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་ཡིན་ནམ།
 - ཀ) 1, 1, 2 ཁ) 27, 36, 45 ག) 14, 48, 50
 - ང) 15, 36, 39 ཅ) 15, 10, 25 ཆ) 12, 35, 37
- 7) ཟུར་གསུམ་མ་ ABC ཡི་ $AB = 11\text{ cm}$, $BC = 60\text{ cm}$, $AC = 61$ བཅས་ཡིན། $\triangle ABC$ དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་མེད་དུ་འདྲུན་ཞིབ་གྱིས། གལ་ཏེ་ཡིན་ན། ཟུར་གང་དེ་ 90° རེད་དམ།
- 8) $AC = 4\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $\angle C = 105^\circ$ ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ ABC གྲེས། (དཔེ་རིས་ $10\cdot33$) AB

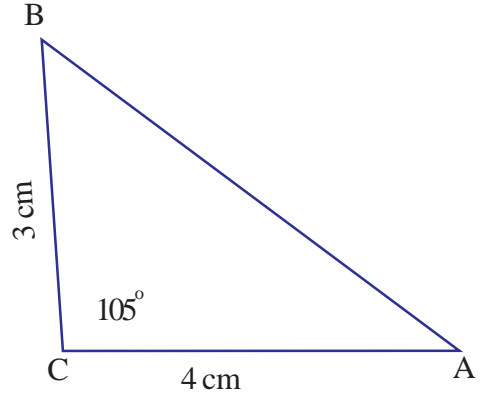


ཡི་ཚད་འཇུག་ཅིག $AB^2 = (AC)^2 + (BC)^2$ རེད་དམ།

གལ་ཏེ་མིན་ན། ག་གམ་གསལ་ལས་གང་བདེན་པ་རེད་དམ།

ཀ) $(AB)^2 > (AC)^2 + (BC)^2$

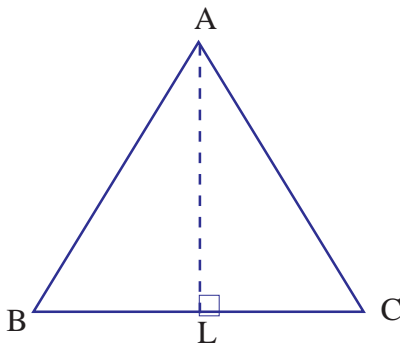
ཁ) $(AB)^2 < (AC)^2 + (BC)^2$



དཔེ་རིས་༡༠་༩༩

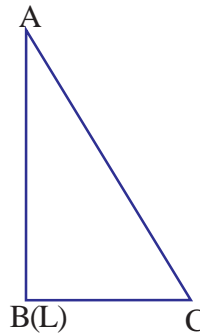


༡༠་༦ ཟུར་གསུམ་མིའི་དབང་ས། Altitudes of a Triangle

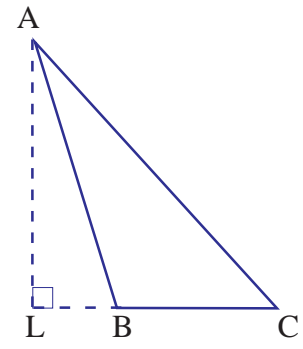


(ཀ)

དཔེ་རིས་༡༠་༩༩



(ཁ)



(ག)

གོང་གི་ཟུར་གསུམ་མ་གསུམ་པོ་ཚང་མར་ABC ཞེས་མིང་འདོགས་པར་ཆ་ཞོག (དཔེ་རིས་༡༠་༩༩) དཔེ་རིས་༡༠་༩༩་(ཀ) སྐབས། ABC ཞི་ཚེ་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་པ་དང་། དཔེ་རིས་༡༠་༩༩་(ཁ) སྐབས། ABC ཞི་དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་ལ། དཔེ་རིས་༡༠་༩༩་(ག) ཞི་རྒྱལ་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་རེད།

ཟུར་ཚེ་A གས་ཞབས་མཐའ་BC དང་དང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་AL གིས། རོ་སྒྲུབ་བྱ་རྒྱུར། $\triangle ABC$ ལ་L ཡི་གནས་ས་གནས་སྤངས་གསུམ་པོའི་སྐབས་ཁྲུང་པར་ཡོད། གལ་ཏེ། $\angle B$ དང་ $\angle C$ གཉིས་པོ་ནི་ཟུར་ཡིན་ན། (དཔེ་རིས་༡༠་༩༩་ཀ) L ཞི་BC རྗེང་ཡོད་པ་དང་། དེ་ཞི་B དང་C དང་མི་མཚུངས། གལ་ཏེ། $\angle B$ དང་ཟུར་ཡིན་ན། (དཔེ་

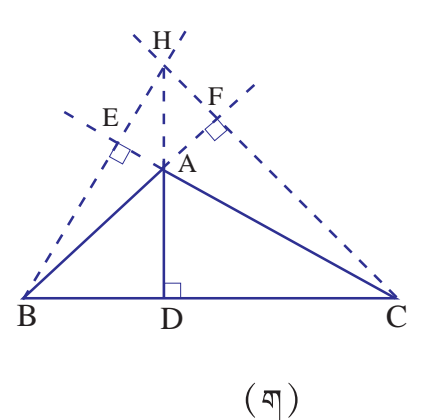
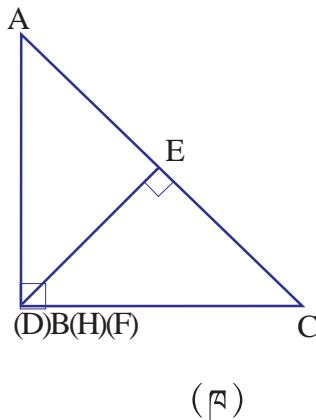
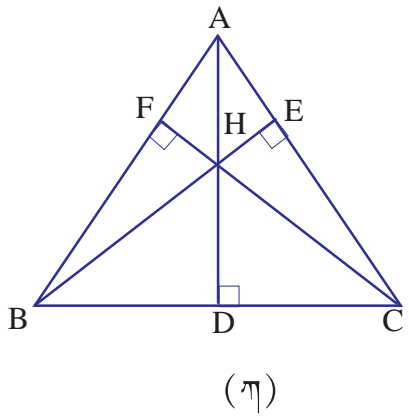


རིས་༡༠་༡༧་ཁ) L དང་B གཉིས་གཅིག་མཚུངས་རེད། གལ་ཏེ་ $\angle B$ རྒྱལ་ཟུར་ཡིན་ན། L ཞི་མཐའ་BC རྩེང་ཡོད་པ་དང་། ཐིག་དུམ་AL ལ་A ཞས་BC རྩེང་གི་དབང་ས་ཟེར། དེས་ན།

ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་ཅེ་ཞིག་ནས་དེའི་གཏད་མཐའ་(འམ་དེའི་བསྐྱངས་ཐིག་) དང་དྲང་འཕུངས་ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་ལ། ཟུར་གསུམ་མའི་དབང་ས་(Altitude of Triangle) ཟེར།

ཟུར་གསུམ་མ་ཚང་མར་དབང་ས་གསུམ་རེ་ཡོད། དེ་ཡང་ཟུར་ཅེ་རེ་ནས་གཅིག་རེ་ཡོད།

བྱེད་སྒྲིལ་༥ ཟུར་གསུམ་མ་གང་རུང་ABC ཞིག་བྲིས། ཟུར་ཅེ་A དང་B ཞས་གོ་རིམ་བཞིན་དབང་ས་AD དང་BE གཏད་མཐའི་རྩེང་བྲིས། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༩་ཀ) ཁ) ག)



དཔེ་རིས་༡༠་༡༩

དབང་ས་AD དང་BE (དགོས་མཁོ་བྱུང་བ་བསྐྱངས་པ། དཔེ་རིས་༡༠་༡༩་ག་པ་བཞིན་) གཉིས་H དང་འཕྲད་པར་ཆ་ཞོག་ CH མཐུད་རྗེས་བསྐྱངས་ནས་AB ལ་F དང་འཕྲད་པར་གྲིས། $\angle CFA$ འཇལ་བར་བྱོལ། །

ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། $\angle CFA = 90^\circ$ ཡང་ན། $CF \perp AB$ བཅས་ཡིན།

དེར་བརྟེན། CF ཞི་དབང་ས་གསུམ་པ་དང་། དེ་ཞི་དབང་ས་གཞན་གཉིས་སློལ་སའི་གནས་H བརྒྱད་ཀྱི་ཡོད།

ང་ཚོས་བྱེད་སྒྲིལ་འདིའི་ནང་ཟུར་གསུམ་མ་གཞན་བརྒྱུ་སྟེ་བྲིས་ན། གནས་ལུགས་འདི་རང་མཐོང་བ་ཡིན།

དེར་བརྟེན། ང་ཚོས། **ཟུར་གསུམ་མའི་དབང་ས་ནི་སྤྱི་གནས་རེད།** ཅས་བཤད་ཐུབ། དེ་ནི་དེ་དག་གཞན་གཅིག་རང་དུ་འཕྲད་ཀྱི་ཡོད། ཟུར་གསུམ་མའི་དབང་ས་ཀྱི་སྤྱི་གནས་ལ་དེའི་**འཕུངས་ལྗེ** (Orthocentre of the Triangle) ཟེར།

མཚན། ༡ སྤྱིར་ཟུར་གསུམ་མའི་དབང་ས་ནི་ཐིག་དུམ་ཞིག་ཡིན་ཡང་། གོང་གི་སྤྱི་གནས་ཀྱི་བརྗོད་པའི་ནང་གི་དབང་ས་ནི། དབང་ས་(ཐིག་དུམ་)ཡོད་པའི་ཐིག་ལ་གོ་དགོས།



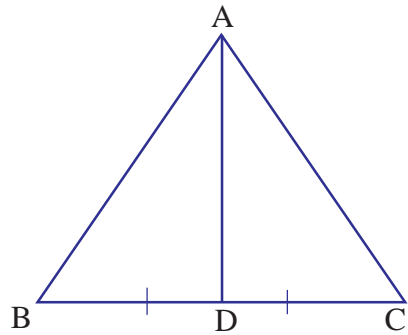
1 ཟུར་གསུམ་མིའི་འཕྲུངས་ལྗོངས་གནས་འཛོལ་བར། དཔངས་གང་འདྲ་གཉིས་གྲིས་པས་འདང་ངེས་ཡིན། དེར་མ་ཟད། ཟུར་གསུམ་མིའི་འཕྲུངས་ལྗོངས་ཟུར་གསུམ་མིའི་ནང་འདྲེས་པའམ། ཟུར་གྱི་ཕྱི་རྒྱུའང་ཡོད་སྲིད། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༤་༡) །



༡༠་༡ ཟུར་གསུམ་མིའི་དྲེལ་ཐིག Medians of a Triangle

$\triangle ABC$ ལ། ཟུར་ཚེ་A ནས་གཏད་མཐའི་དྲེལ་གནས་D ལ་སླེལ་བའི་ཐིག་དུམ་AD ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༥) ཐིག་དུམ་AD ལ་གནས་A ནས་BC ལྟང་གི་དྲེལ་ཐིག་ཟེར།

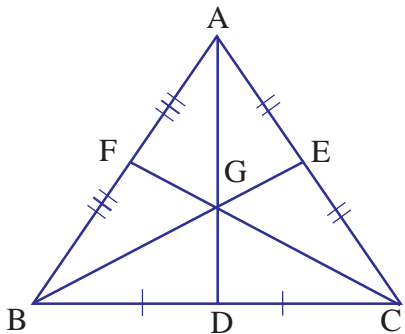
ཟུར་གསུམ་དབྱིབས་ཀྱི་ཟུར་ཚེ་ཞིག་དང་། དེའི་གཏད་མཐའི་དྲེལ་གནས་སླེལ་བའི་ཐིག་དུམ་ལ། **ཟུར་གསུམ་མིའི་དྲེལ་ཐིག** (Medians of a Triangle) ཟེར།



དཔེ་རིས་༡༠་༡༥

ཟུར་གསུམ་མིའི་ཟུར་ཚེ་གསུམ་དང་མཐའ་གསུམ་ཡོད་པས་ན། ཟུར་གསུམ་མིའི་དྲེལ་ཐིག་གསུམ་མེ་ཡོད།

ཐུང་སྒྲིལ། $\triangle ABC$ གྲིས། BC གནས་D དང་། AC གནས་E ལ་མཉམ་བཞོན་གྲོས། AD དང་BE མཐུད་ན། AD དང་BE ཞི་ཟུར་གསུམ་མིའི་ABC ཡི་དྲེལ་ཐིག་གཉིས་རེད། G ཞི་དྲེལ་ཐིག་AD དང་BE གཉིས་སློལ་གནས་ཡིན་པར་ཆ་འཛོག་གྲིས། CG མཐུད་དེ་བསྐྱེད་ནས་ནས་AB ལ་གནས་F དང་འཕྲད་པ་གྲིས། (དཔེ་རིས་༡༠་༡༦) AF དང་FB འཇལ་ཅིག



དཔེ་རིས་༡༠་༡༦

ཏྲེད་རང་གིས་གང་མཐོང་བྱུང་ངམ། ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ཞིག་ལ། $AF = FB$



དེར་བཞེན། F རི་AB ཡི་དྲུལ་གནས་ཡིན་ལ། CF རི་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཡི་དྲུལ་ཐིག་གསུམ་པ་ཡིན་པར་ཤེས་བྱུང།

ང་ཚོས་བྱེད་སློབ་འདི་ཟུར་གསུམ་མ་གཞན་དག་ལ་སླུད་ནས་ཚོད་ཉུང་བྱས་ན། གནས་ལུགས་འདི་རང་མཐོང་བྱུང།
དེར་བཞེན། ང་ཚོས། **ཟུར་གསུམ་མའི་དྲུལ་ཐིག་གསུམ་གནས་གཅིག་བརྒྱུད་ཐིག་རེད།** ཅེས་བཤད་ཚོགས།

ཟུར་གསུམ་མའི་དྲུལ་ཐིག་གི་སླུ་གནས་ལ་**ཟུར་གསུམ་མའི་ཇིང་ཉེ** (Centroid of the Triangle) ཟེར།
མཚན། ཟུར་གསུམ་མའི་ཇིང་ཉེ་འཛོལ་བར། དྲུལ་ཐིག་གང་རུང་གཉིས་ཀྱིས་པས་འདང་ངེས་ཡིན། ཟུར་གསུམ་མའི་ཇིང་ཉེ་ཉུག་ཏུ་ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ལོ་ལ་ཡོད།



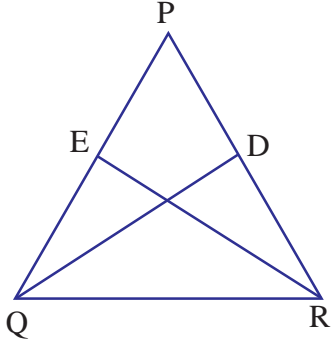
སློབ་ཚན། 10.4



- ༡། ཁ་སློང་ས།
 - ཀ། ཟུར་གསུམ་མའི་དཔངས་ཞི་ཟུར་ཅེ་ནས་གཏད་མཐའ་དང་..... ཡོད་པའི་..... ཞིག་རེད།
 - ཁ། ཟུར་གསུམ་མའི་དཔངས་ཀྱི་སླུ་གནས་ལ་..... ཟེར།
 - ག། $\triangle ABC$ ཏུ་ལ་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་ན། དེའི་འཕྲུངས་ཉེ་ཟུར་གསུམ་མའི་..... ན་ཡོད།
 - ང། $\triangle ABC$ ཡི་C གྲང་ཟུར་ཡིན་ན། དང་..... རི་དེའི་དཔངས་གཉིས་རེད།
 - ཅ། གལ་ཏེ། $\triangle ABC$ ཡི་འཕྲུངས་ཉེ་H ཡིན་ན། BH རི་..... དང་དྲང་འཕྲུངས་རེད།



- ཆ) ཟུར་གསུམ་མའི་དྲིལ་ཐིག་རྣམས་..... རེད།
- ཇ) ཟུར་གསུམ་མའི་དྲིལ་ཐིག་གསུམ་པོའི་སྐྱེ་གནས་ལ་..... ཟེར།
- ཉ) གལ་ཏེ། $\triangle ABC$ ཡི་ལྗོངས་ལྗོངས་ཀྱི་ G ཡིན་ན། CG ཡིས་མཐའ་..... མཉམ་བཞོན་བྱེད།
- ད) ཟུར་གསུམ་མའི་ལྗོངས་ལྗོངས་ཀྱི་སྐྱེ་གནས་ལ་..... རྒྱུ་ལོད།



དཔེ་རིས་༡༠་ན།

༣༡ དཔེ་རིས་༡༠་ན། $\triangle PQR$ རེ། $PQ = PR$ ཡིན་པའི་སྐྱེད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན། མཐའ་མཉམ་བཞོན་གཉིས་ལ་དྲིལ་ཐིག་ QD དང་ RE བྲིས།

- ༣༡) $QD = RE$ ཡིན་པར་ཚད་འཇལ་ཏེ་བཤེར་ཚིས་ཚུབ།
- ༣༢) $QE = RD$ རེད་དམ། ཚུ་མཚན་བྲིས།

༣༢ $\triangle ABC$ ཡི་ C རེ་དང་ཟུར་ཡིན། བྱེད་ཀྱིས་དཔངས་མ་བྲིས་པར་དེའི་འཕྲུངས་ལྗོངས་འཛོལ་ཐུབ་བམ། ཐུབ་ན་དེའི་མིང་བྲིས།

༣༣ $\angle Q = 110^\circ$ ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ PQR བྲིས། དེ་ཡི་གཏད་མཐའི་སྐྱེད་དཔངས་ PL དང་ QM བྲིས། དཔངས་གཉིས་པོ་ H དང་འཕྲད་པར་ཆ་ཞིག་ RH མཐུད་དེ་ PQ (བསྐྱེད་པ་) ལ་ N དང་འཕྲད་པར་བྲིས།

- ༣༣) $\angle RNQ = 90^\circ$ རེད་དམ།
- ༣༣) H ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་འོལ་ན་འདུག་གམ་སྤྱི་འོལ་ན་འདུག་

༣༤ $\angle E = 90^\circ$ ཡིན་པའི་ $\triangle DEF$ བྲིས། དེ་ཡི་གཏད་མཐའི་སྐྱེད་གནས་ D དང་ E རས་གོ་རིམ་བཞིན་དྲིལ་ཐིག་ DP དང་ EQ བྲིས། DP དང་ EQ གཉིས་བསྐྱེད་ཏེ་གནས་ G ལ་འཕྲད་པར་བྱ། FG མཐུད་དེ་ DE ལ་གནས་ R དང་འཕྲད་པར་སྐྱེད་ཐིག་ $DR = RE$ རེད་དམ། FR རེ་ $\triangle DEF$ ཡི་དྲིལ་ཐིག་རེད་དམ།

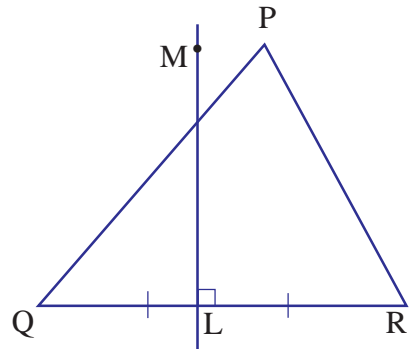
- ༣༥) ཐོག་བྱུ་ལྗོངས་བརྟེན་གསུམ་གྱི་སྐྱོ་ནས་ཟུར་གསུམ་མའི་དཔངས་རྣམས་སྐྱེ་གནས་ཡིན་པ་སྟོན་ཅིག
- ༣༦) མཐའ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་བྲིས་ཏེ་ཐོག་བྱུ་ལྗོངས་བརྟེན་གསུམ་གྱི་ལམ་ནས་དེའི་འཕྲུངས་ལྗོངས་ (Concurrent) ཚོལ།
- ༣༧) མཐའ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་བྲིས་ཏེ་ཐོག་བྱུ་ལྗོངས་བརྟེན་གསུམ་གྱི་ལམ་ནས་དེའི་ལྗོངས་ལྗོངས་ (Centroid) ཚོལ།



༡༠་༤ ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའི་དྲང་འཕྲུངས་མཉམ་བཞོད་ཐིག

Perpendicular Bisectors of the Sides of a Triangle

$\triangle PQR$ ཞིག་ལ་ཆ་བཞག་ན། མཐའ་ QR ཡི་དཀྱིལ་གནས་ L རས་ $ML \perp QR$ བྲིས། (དཔེ་རིས་༡༠་༣༤) LM ལ་ $\triangle PQR$ ཡི་མཐའ་ QR ཡི་དྲང་འཕྲུངས་མཉམ་བཞོད་ཐིག་ (Perpendicular Bisector) ཟེར།

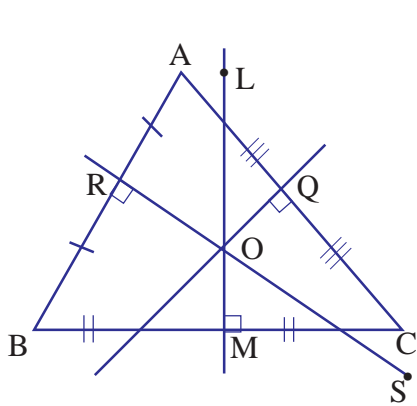


དཔེ་རིས་༡༠་༣༤

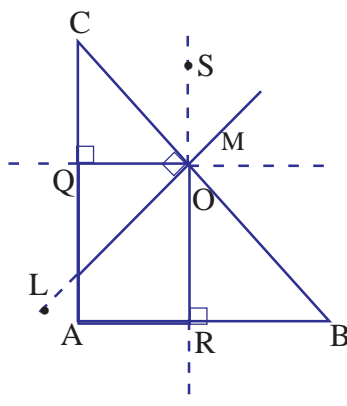
དེས་ན། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའི་དྲང་འཕྲུངས་མཉམ་བཞོད་ཐིག་ རྟེན་ མཐའ་དང་དྲང་འཕྲུངས་ཡིན་པ་མ་ཟེན། མཐའ་དེ་མཉམ་བཞོད་བྱེད་ པའི་ཐིག་དེ་ཡིན།

ཟུར་གསུམ་མར་མཐའ་གསུམ་ཡོད་པས་ན། དེ་ལ་དྲང་འཕྲུངས་མཉམ་བཞོད་ཐིག་གསུམ་ཡོད་ལ། དེ་ཡང་ མཐའ་རེ་ལ་རེ་རེ་ཡོད།

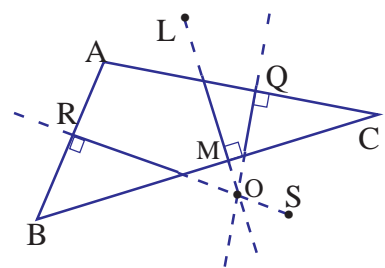
བྱེད་སྒོ། ཟུར་གསུམ་མ་གསུམ་བྲིས་ཏེ། དེ་དག་ཚང་མར་ $\triangle ABC$ ཞེས་མིང་བྲོགས། དཔེ་རིས་༡༠་༣༧ (ཀ) རང་། $\triangle ABC$ རྟེན་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་རེད། དཔེ་རིས་༡༠་༣༧ (ཁ) རང་དྲང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་དང་། དཔེ་རིས་༡༠་ ༣༧ (ག) རང་རྟུལ་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་རེད།



(ཀ)



(ཁ)



(ག)

དཔེ་རིས་༡༠་༣༧



མཐའ་ AB དང་ BC ཡི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གོ་རིམ་བཞིན་ RS དང་ ML གྲིས། རྟེན་འབྲེས་ཀྱི་ 90° རྟེན་(ག) (ཁ) (ག) ཉིད། དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གཉིས་ཀྱི་སྒྲིལ་གནས་ O ལ་གཏན་འཁེལ། O གན་ $OQ \perp AC$ ཞིག་ AC ལ་གནས་ Q དང་འཕྲད་པར་གྲིས།

AQ དང་ QC འཇལ་བར་བྱ། ང་ཚོས་གང་མཐོང་ངམ། ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། $AQ = QC$ རེད། དེར་བརྟེན། OQ ཞི་མཐའ་ AC ཡི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་རེད། དེས་ན། གནས་ O ཞི་ $\triangle ABC$ ཡི་མཐའི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གི་སྐྱེ་གནས་རེད།

ང་ཚོས་བྱེད་སློབ་འདིའི་ནང་ད་དུང་ཟུར་གསུམ་མ་གཞན་བཞག་ནས་སླེལ་ན། དེ་དག་ཚང་མའི་སྐབས་སུ། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་ནམས་གནས་གཅིག་བརྒྱུད་ཡོད་པ་མཐོང་ཐུབ།

དེར་བརྟེན། **ཟུར་གསུམ་མའི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གི་སྐྱེ་གནས་རེད་**ཟེས། ཟུར་གསུམ་མའི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གི་སྐྱེ་གནས་ལ་**ཟུར་གསུམ་མའི་ཕྱི་ལྗོངས་** (Circumcentre of the Triangle) ཟེས།

མཚན།

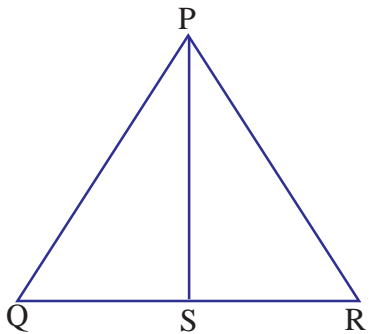
- 1། ཟུར་གསུམ་མའི་ཕྱི་ལྗོངས་འཛོལ་བར། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གཉིས་ཀྱི་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གྲིས་ན་འདང་ངེས་ཡིན།
- 2། དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་སྐབས། དེའི་ཕྱི་ལྗོངས་ཞི་གསེག་མཐའི་དཀྱིལ་གནས་དང་འདྲེས་ནས་ཡོད།



10.7 ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག **Angle Bisectors of a Triangle**

ཟུར་གསུམ་མ་ PQR ལ་དཔེར་ན། $\angle QPR$ ཡི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་ཅིག་ QR ལ་གནས་ S དང་འཕྲད་པར་གྲིས། (དཔེ་རིས་10.70) PS ལ་ $\triangle PQR$ ཡི་**ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག** (Angle Bisector) ཟེས།

དེས་ན། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གི། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་བྱེད་པའི་ཐིག་དུམ་ཞིག་དང་། དེའི་མཇུག་གནས་གཞན་དེ་ཟུར་གྱི་གཏན་མཐའི་སྤོང་དུ་ཡོད།



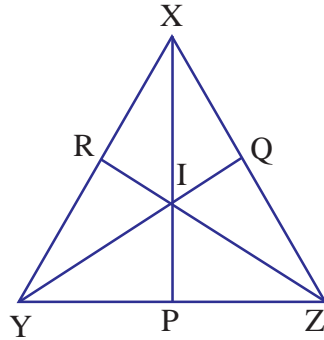
དཔེ་རིས་10.70

ཟུར་གསུམ་མར་ཟུར་གསུམ་རེ་ཡོད་པས། དེར་ཟུར་མཉམ་བཤོད་



ཐིག་གསུམ་མེ་ཡོད་པ་དང་། དེ་ཡང་ཟུར་མེ་ལ་མཉམ་བཤོད་ཐིག་མེ་ཡོད།

བྱེད་སྒྲིལ། $\triangle XYZ$ བྱིས། $\angle X$ དང་ $\angle Y$ མཉམ་བཤོད་ཐིག་གི་རིམ་བཞིན་ XP དང་ YQ བྱིས། མཉམ་བཤོད་ཐིག་འདི་དག་ I ལ་འཕྲད་པ་གྱིས། (དཔེ་རིས་༡༠་༧) གནས་ I དང་ Z མཐུད་པར་བྲ། ZI བསྐྱངས་ཏེ་ XY ལ་གནས་ R ལ་འཕྲད་པར་གྱིས། $\angle RZX$ དང་ $\angle RZY$ འང་ལ་ནས་ལྟོས།



དཔེ་རིས་༡༠་༧

ང་ཚོས་གང་མཐོང་བྱུང་ངམ་ཞེ་ན། ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ།

$$\angle RZX = \angle RZY$$

དེར་བརྟེན། ཐིག་དུམ་ ZR གི་ $\angle Z$ ཡི་མཉམ་བཤོད་ཐིག་མེ་ད།

དེས་ན། ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གསུམ་པ་དེ་ཡང་གནས་ I བརྒྱུད་ཀྱི་འདུག ང་ཚོས་བྱེད་སྒྲིལ་འདི་ད་དུང་ཟུར་གསུམ་མ་གཞན་ལ་སྤེལ་ན། དེ་དག་ཚང་མའི་སྐབས་སུ། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གསུམ་པོ་གནས་གཅིག་བརྒྱུད་པ་མཐོང་བྱུང།

དེས་ན། ང་ཚོས། **ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གི་སྤྱི་གནས་ལ་ནང་ཉེ་** (Incentre) ཟེར།

མཚན། ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ཉེ་འཚོལ་བར། དེའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་གང་རུང་གཉིས་བྱིས་པས་འཇུག།





སློབ་ཚན། 10.5



1) ཁ་སློང་ས།

ཀ) ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའི་སློབ་ས་བཤོད་ཐིག་ནམས་ རེད།

ཁ) ཟུར་གསུམ་མའི་ཕྱི་ལྗེ་ནི་དེའི་མཐའི་ གི་སྤྱི་ཐིག་རེད།

ག) ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཤོད་ཐིག་ནམས་ རེད།

ང) ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ལྗེ་ནི་དེའི་ཟུར་གྱི་ གི་སྤྱི་ཐིག་རེད།

ཅ) $\triangle ABC$ ཡི་ནང་ལྗེ་I ཡིན་ན། ནི་AI ཡིས་མཉམ་བཤོད་བྱེད།

2) $AB = 5\text{ cm}$, $\angle B = 70^\circ$ རེད། $BC = 6\text{ cm}$ ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་ABC ཞིག་བྲིས། འདིའི་ནང་ལྗེ་ཚོ་ལ།

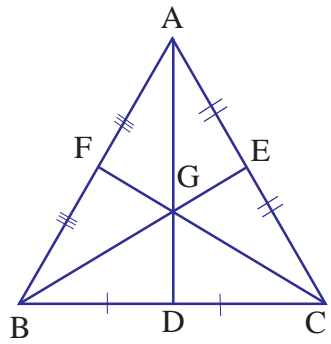
3) $QR = 4.5\text{ cm}$, $\angle R = 110^\circ$ རེད། $PR = 7\text{ cm}$ ཡིན་པའི་ཟུར་གསུམ་མ་PQR ཞིག་བྲིས། འདིའི་ཕྱི་ལྗེ་ཚོ་ལ། ཕྱི་ལྗེ་ཟུར་གསུམ་མ་PQR ཡི་ནང་འོ་ལ་ན་འདུག་གམ།

4) $PQ = PR$ ཡིན་པའི་སློབ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ $\triangle PQR$ བྲིས། PS ཡིས་ $\angle P$ མཉམ་བཤོད་བྱོས། $\triangle PQR$ ཡི་ཕྱི་ལྗེ་དང་། འཕྲངས་ལྗེ། རྫོང་ལྗེ་བཅས་ཚོ་ལ། དེ་དག་PS ལྗེ་འདུག་གམ།

5) མཐའ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་PQR བྲིས། ཟུར་གསུམ་མ་འདི་ཡི་ནང་ལྗེ་དང་། ཕྱི་ལྗེ། འཕྲངས་ལྗེ། རྫོང་ལྗེ་བཅས་ཚོ་ལ། དེ་དག་འདྲེས་འདུག་གམ།

6) $\triangle ABC$ ནི་མཐའ་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན། AD, BE, CF བཅས་ནི་དེའི་དཀྱིལ་ཐིག་ཡིན་ལ། G ནི་རྫོང་ལྗེ་ཡིན། (དཔེ་རིས་ 10.4) ཤོག་ལྗེ་ཞིག་གི་སློབ་བརྒྱུས་བརྒྱུ་བ་ནས་དེའི་འདྲ་རིས་བཤོས། ཤོག་བྱ་ལྗེ་བས་བརྒྱུས་ཀྱི་ལམ་ནས་G ནི་ $\triangle ABC$ ཡི་ཕྱི་ལྗེ་ཡང་ཡིན་པ་སློབ་ཅིག

7) ཤོག་ལྗེ་ཞིག་གི་སློབ་ཟུར་གསུམ་མ་གང་རུང་ABC བྲིས། ཤོག་བྱ་ལྗེ་བས་བརྒྱུས་བརྒྱུ་བ་སློབ་ཟུར་གསུམ་མ་དེའི་ནང་ལྗེ་ཚོ་ལ།



དཔེ་རིས་10.4





དུན་པར་གྲིས་ཤིག

- ༡། རྐྱེན་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་མཚུངས་པའི་གཏད་ཟུར་གཉིས་ཀྱང་མཚུངས་སོ། །
- ༢། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་གཉིས་མཚུངས་ན། དེའི་གཏད་མཐའ་གཉིས་ཀྱང་མཚུངས་སོ། །
- ༣། དང་ཟུར་ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་གཉིས་ཀྱི་ཕྱི་ཚང་'a, b དང་། དེའི་གསེག་མཐའ་ཕྱི་ཚང་'c ཡིན་ན།
 $c^2 = a^2 + b^2$ རེད།
- ༤། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་ཕྱི་ཚང་'a, b, c དང་། དེ་དག་'c² = a² + b² ཡིན་ན། ཟུར་གསུམ་མ་དེ་ནི་དང་ཟུར་
ཟུར་གསུམ་མ་ཡིན་ལ། c ཞི་དེའི་གསེག་མཐའ་རེད།
- ༥། ཟུར་གསུམ་མའི་དཀྱིལ་ཐིག་རྣམས་ནི་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༦། ཟུར་གསུམ་མའི་དཔངས་རྣམས་ནི་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༧། ཟུར་གསུམ་མའི་མཐའ་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཞོན་ཐིག་རྣམས་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༨། ཟུར་གསུམ་མའི་ཟུར་མཉམ་བཞོན་ཐིག་རྣམས་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༩། ཟུར་གསུམ་མའི་ལྗོངས་ལྗོངས་ཞི་དེའི་དཀྱིལ་ཐིག་གི་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༡༠། ཟུར་གསུམ་མའི་འཕྲུངས་ལྗོངས་ཞི་དེའི་དཔངས་ཀྱི་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༡༡། ཟུར་གསུམ་མའི་སྲི་ལྗོངས་ཞི་དེའི་མཐའ་དང་འཕྲུངས་མཉམ་བཞོན་ཐིག་གི་སྲི་གནས་ཡིན།
- ༡༢། ཟུར་གསུམ་མའི་ནང་ལྗོངས་ཞི་དེའི་ཟུར་མཉམ་བཞོན་ཐིག་གི་སྲི་གནས་ཡིན།

