

སྒྲིབ་ཚན་བརྒྱད་པ། ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུ་ཚུལ་དབྱེ་ཕྱེལ།

CHAPTER 8 : FACTORISATION OF ALGERRAIC EXPRESSIONS

༡.༡ རྩོམ་སྒྲིག་པ།

བྲན་གསེ་གྱིས་དང་། ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་གྲངས་ཁག་ཅིག་བརྒྱད་མའི་རྒྱུ་ཚིས་བརྒྱབ་སྟེ་གྲངས་རྒྱུ་ཚིས་པའི་ཞིག་ཡོང་བར་བྱེད་ཐུབ། དཔེར་ན། རྒྱད་ཟིན་པའི་གྲངས་ $2, 3, 5$ བཅས་བརྒྱུར་ན། ང་ཚོར་བརྒྱུར་ཐོབ་ $2 \times 3 \times 5 = 30$ བཅས་འབྱུང་། རྩོགས་གཞན་ནས་བཤད་ན། གྲངས་ཤིག་ཤེས་ན། ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་གྲངས་དེ་བརྒྱུར་ཐོབ་ཡིན་པའི་གྲངས་དེ་གཉིས་སམ་དུ་མ་འཚོལ་ཐུབ། དཔེར་ན། ཤེས་ཟིན་པའི་གྲངས་ 42 ཡིན་ན། ང་ཚོར། $2 \times 3 \times 7 = 42$

འདིར། $2, 3, 7$ བཅས་ལ་ 42 གྱི་བཤོད་གྲངས་སམ་རྒྱུ་ཚིས་གྲངས་ (Factors) ཟེས། $2, 3, 7$ བཅས་གྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ནི་ 42 ཡིན་པས་སོ། །

ང་ཚོས་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གཉིས་སམ་དུ་མའི་བརྒྱུར་ཐོབ་འཚོལ་སྤངས་སྐོར་རྒྱུངས་ཡོད། ང་ཚོས་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུ་ཚུལ་ (Factor of Algebraic Expression) འཚོལ་ཐུབ་བམ། གལ་ཏེ་ཐུབ་ན་ཇི་ལྟར་འཚོལ་དགོས་སོགས་ཀྱི་བཤོ་སྐྱེང་རིམ་བཞིན་ཡོང་གི་རེད། སྒྲིབ་ཚན་འདིའི་ནང་། ང་ཚོས་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུ་ཚུལ་སྐོར་བཤད་རྒྱ་དང་། ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཞིག་རྒྱུ་ཚུལ་དུ་དབྱེ་ཕྱེལ་བྱ་བ་སྟེ། ཤེས་ཟིན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུ་ཚུལ་ཇི་ལྟར་འཚོལ་སྤངས་སྐོར་གོ་བརྒྱུར་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

༡.༡ ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུ་ཚུལ། Factors of Algebraic Expression

ང་ཚོས་གྲངས་ཤིག་གི་བཤོད་གྲངས་སམ་རྒྱུ་ཚིས་གྲངས་ཀྱི་གོ་བ་དེ་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཐོག་རྒྱ་བརྒྱེད་པར་བྱ། གྲངས་ཤིག་བཤོད་གྲངས་འཚོལ་བར་ང་ཚོས་གྲངས་དེ་བརྒྱུར་ཐོབ་འཚོལ་བའི་རྣམ་པར་འབྲི་ཡི་ཡོད། དེར་བརྟེན། ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུ་ཚུལ་འཚོལ་བར་ང་ཚོས་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་འཚོལ་བའི་རྣམ་པར་འབྲི་དགོས། བརྒྱུར་ཐོབ་ནང་གི་རྒྱུ་ཚུལ་ཚང་མ་དགོས་མཁོའི་རྒྱུ་ཚུལ་ཡིན། རྒྱུ་ཚུལ་འཚོལ་བའི་བརྒྱུད་རིམ་དེ་ལ་ང་ཚོས་རྒྱུ་ཚུལ་དབྱེ་ཕྱེལ་ (Factoriza-



tion) བྱ་བ་ཟེར།

དཔེ་མཚོན། ༡

$$x(y+z) = x \times (y+z)$$

x དང་ $(y+z)$ ཡི་བརྒྱུར་ཐོབ་ $x(y+z)$ ཡིན་པས། x དང་ $(y+z)$ རི་ $x(y+z)$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

དེ་ནི། $x(y+z) = xy + xz$

xy དང་ xz རི་ $x(y+z)$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད་དམ་ཞེ་ན། མ་རེད། འདི་ནི་ xy དང་ xz ཡི་བརྒྱུན་ཚུལ་ཐོབ་ $x(y+z)$

ཡིན་པ་མ་གཏོགས་དེའི་བརྒྱུར་ཐོབ་མ་རེད། དེར་བརྟེན། xy དང་ xz རི་ $x(y+z)$ ཡི་ཚན་པ་ཡིན་པ་ལས་རྒྱུན་ཚུལ་མིན། དེས་ན་ང་ཚོས་ངེས་པར་དུ་ཚན་པ་དང་རྒྱུན་ཚུལ་གཉིས་ལ་དབྱེ་བ་འབྲེད་ཤེས་དགོས།

སྐབས་རེར་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཞིག་རྒྱུར་གྲངས་ནམ་ཡི་འདྲ་བ་མང་པོའི་ཐོག་འབྲེད་ཐུབ། རྒྱུན་ཚུལ་ཚང་མ་འཛོལ་བར་ང་ཚོས་རྒྱུར་གྲངས་ཚང་མར་བརྟེན་དགོས། གནས་ཚུལ་འདི་གསལ་པོ་བྱ་ཆེད་ང་ཚོས་ཚན་རྒྱུན་ཚུལ་སྐབས་བདེ་ $3ab$ རས་འགོ་འདྲུགས་རྒྱ།

དཔེ་མཚོན། ༡

$$3ab = 1 \times 3ab$$

∴

1 དང་ $3ab$ རི་ $3ab$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

$$3ab = 3 \times ab$$

3 དང་ ab རི་ $3ab$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

$$3ab = 3a \times b$$

3a དང་ b རི་ $3ab$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

$$3ab = a \times 3b$$

a དང་ $3b$ རི་ $3ab$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

$$3ab = 3 \times a \times b$$

3, a, b བཅས་ནི་ $3ab$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

དེར་བརྟེན། 1, 3, a, b, 3a, 3b, ab, $3ab$ བཅས་འདི་དག་ཚང་མ་ $3ab$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད། དེས་ན།

གལ་ཏེ་ཤེས་ཟེན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དེ་གྲངས་འགའ་ཞིག་དང་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ཡིན་ན། གྲངས་དེ་དག་དང་། ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཚང་མ་ཤེས་ཟེན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་ཡིན།

ད་ཆ་ང་ཚོས་ཤེས་ཟེན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་དབྱེ་ཐུག་གྱི་ཐབས་ལམ་རྒྱུར་རྒྱ་ཡིན། རྒྱ་གྲངས་5, 7, 11 སོགས་ཞི་བཞོན་གྲངས་ལ་བརྒྱུན་ཐོབ་ཐུབ་པའི་དོན་སྲིད་མེད། དཔེར་ན། 5 ཡི་བཞོན་གྲངས་1 དང་5 ཞི་ན་ཡིན་པས། 5 རྒྱ་གྲངས་ལ་བརྒྱུན་ཐོབ་ཐུབ་པའི་དོན་སྲིད་མེད། དེ་བཞིན་ང་ཚོར་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ལའང་རྒྱུན་ཚུལ་དོན་སྲིད་པ་ཡོད།



1.1 ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གྱི་སྤྱི་འཁོར་ཚུལ། Common Factors of Monomials

ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ $2xy$ ལ་རྒྱུན་ཚུལ་ $1, 2, x, y, 2x, 2y, xy, 2xy$ བཅས་ཡོད། ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ $5x$ ལ་རྒྱུན་ཚུལ་ $1, 5, x, 5x$ བཅས་ཡོད། 1 རི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཚང་མའི་སྐབས་དོན་སྣང་མེད་པས་སྣང་མེད་བྱས་ཚོགས། དེར་བརྟེན། ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ཞིག་ལ། x རི་ $2xy$ དང་ $5x$ གཉིས་ཀའི་རྒྱུན་ཚུལ་ཡིན་པ་དང་། $2xy$ དང་ $5x$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་སྤྱི་ཡིན་པས། ང་ཚོས་ x ལ་ $2xy$ དང་ $5x$ གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འཁོར་ཚུལ་ (Common Factor) ཟེང་།

དཔེ་མཚོན། 1 x^2y དང་ xy ཡི་དོན་སྣང་ཅན་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་ནི་ x, y, xy བཅས་རེད།

དཔེ་མཚོན། 2 $10pqr$ དང་ $5q$ ཡི་དོན་སྣང་ཅན་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་ནི་ $5, q, 5q$ བཅས་རེད།

དོ་སྣང་བྱ་རྒྱུར།

འདིའི་རྗེས་སུ་རྒྱུན་ཚུལ་ཟེང་སྐབས་དོན་སྣང་ཡོད་པའི་རྒྱུན་ཚུལ་ལ་གོ་དགོས།



1.1.1 ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གྱི་སྤྱི་འཁོར་ཚུལ་ཆེ་ཤོས། Highest Common Factors of Monomials

ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ལ་སྤྱི་འཁོར་ཚུལ་མང་པོ་ཡོད་པ་ང་ཚོས་མཐོང་ཡོད། དེ་དག་ལས་འགའ་ནི་གངས་དང་། ལག་ཅིག་ཡིག་འབྲུ་ཡོང་སྲིད། དཔེར་ན། ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ $9xy^2z$ དང་ $18x^3y^3$ ཡི་སྤྱི་འཁོར་ཚུལ་ནི་ $9, x, y, y^2, 9x, 9x^2, xy, xy^2, 9xy, 9xy^2$ བཅས་རེད། དེ་དག་ལས་ $9xy^2$ ལ་གཤམ་གསལ་འབྱུང་ཚུལ་ཡོད་དེ།

1) དེའི་གངས་ཀྱི་འཕུལ་གངས་ནི་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འཁོར་ཚུལ་ཆེ་ཤོས་དེ་རེད།
($9xy^2z$ དང་ $18x^3y^3$ ཡི་འཕུལ་གངས་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་9 དང་18 ཡིན་པར་སྣོས་དང་། 9 དང་18 ཀྱི་རྒྱུན་གངས་ཆེ་ཤོས་ནི་9 ཡིན་པ་དང་། དེ་ནི་ $9xy^2$ ཡི་འཕུལ་གངས་དེ་རེད།)

2) དེའི་ནང་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀའི་ནང་ཡོད་པའི་ཡིག་འབྲུ་ཁོ་ན་ལས་མེད། དེའི་ནང་གི་ཡིག་འབྲུ་གང་རུང་གི་ཐངས་གངས་ནི་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གྱི་ཡིག་འབྲུའི་ཐངས་གངས་དམའ་ཤོས་དེ་རེད།





(ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀའི་སྤྱི་འཇུག་འབྲུ་ནི་ x དང་ y རེད། $9xy^2$ རང་དེ་གཉིས་ཁོ་ན་ལས་ཡོང་གི་མེད། $9xy^2z$ དང་ $18x^3y^3$ རང་ x ཡི་ཐོངས་གུངས་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་1 དང་3 རེད། དེ་གཉིས་ལས་ཚུང་བ་ནི་1 རེད། ཡང་1 ནི་ $9xy^2$ རང་གི་ x ཡི་ཐོངས་གུངས་རེད། y ལའང་དེ་བཞིན་ནོ། 1)

གོང་གི་ཁྱད་ཚོས་གཉིས་ལ་བརྟེན།

ཀ) $9xy^2$ ནི་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀའི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།

ཁ) ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀའི་སྤྱི་འཇུག་ཚང་མ་ $9xy^2$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་ཡང་རེད།

རྒྱ་མཚན་དེའི་སྤྱི་འཇུག་ $9xy^2$ ལ་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ $9xy^2$ དང་ $18x^3y^3$ ཡི་སྤྱི་འཇུག་ཚུལ་ཆེ་ཤོས་ (HCF ཡང་ན་GCF) ཟེར།

མཚན། ད་ནས་བརྒྱུང་ང་ཚོས་གུངས་ཀྱི་འཕུལ་གུངས་ལ་འཕུལ་གུངས་ཞེས་འབོད་རྒྱ་ཡིན།
ད་བར་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་སྐོར་བཤད་ཡོད།

1) ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ཞིག་གི་རྒྱུན་ཚུལ་འཛོལ་སྤངས་སྐོར།

2) ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འཇུག་ཚུལ་ལམ། HCF (GCF) འཛོལ་སྤངས་སྐོར།

དེ་དག་མཐུན་འགྲུར་དུ་སྤྱད་དེ། ང་ཚོས་ཚབ་ཅིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་འཛོལ་སྤངས་སྐོར་སྤྱང་བར་བྱ། ཚབ་ཅིས་ཚུལ་ཚང་མ་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་འགའ་ཡི་བསྐྱེམས་ཐོབ་ཡིན་པ་དྲན་གསོ་གྱིས་དང་། རྒྱན་དུ་ང་ཚོས་ཉིས་ཚན་ཚུལ་ཏེ་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱེམས་ཐོབ་ཅིག་ལྷངས་ན།

(ཁྱེད་རང་གིས་ཏེ་བག་སྐོར་བསམ་གྱི་ཡོད་དམ། དོ་སྤང་བྱ་རྒྱུར། $x - y$ ནི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ x དང་ $-y$ གཉིས་ཀྱི་བསྐྱེམས་ཐོབ་ཡིན་པར་བསམ་ཚོགས།)

གཤམ་གསལ་སྤྱི་འགྲོས་རྣམས་ཕན་ཐོགས་ཡོད།

སྤྱི་འགྲོས། 1 $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$

(འདིའི་དོན་ནི། གལ་ཏེ་ཤེས་ཟིན་པའི་ཉིས་ཚན་ཚུལ་ $a \times \dots + a \times \dots$ ལྟར་འབྲི་བྱུང་ན། དེ་ནི་ $a \times (\dots + \dots)$ ལྟར་རྒྱུན་ཚུལ་དུ་དབྱེ་ཚོགས།)

སྤྱི་འགྲོས། 2 ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གྱི་HCF འཛོལ་སྤངས་ནི།

གོམ་པ་1 ཤེས་ཟིན་པའི་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གྱི་འཕུལ་གུངས་ཀྱི་HCF ཚོལ།

གོམ་པ་2 སྤྱི་འཇུག་ཚང་མའི་ཐོངས་གུངས་དམའ་ཤོས་འཛོལ་ཏེ། ཡིག་འབྲུ་དེ་དག་ཐོངས་གུངས་དམའ་ཤོས་ཐོག་





ཉེས། (རྟག་གྲངས་7 རྟེན་ $7x^0y^0z^0$ ལྟར་ཡིན།)

གོམ་པ་༩ HCF རྟེན་གོམ་པ་7 པོའི་HCF དང་། གོམ་པ་༩ པོའི་ཡིག་འབྲུའི་ཐེངས་གྲངས་དམའ་གོམ་པ་ཅས་ཀྱི་
བསྐྱར་ཐོབ་ཡིན།



1.6 རྩེད་རྒྱན་ཚུལ་ཕྱལ་ཏེ་རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ་བྱ་བ།

Factorisation by Taking out a Common Factor

ང་ཚོས་ད་བར་གོ་བ་ཆགས་པ་རྣམས་དཔེའི་ལམ་ནས་གསལ་ཁ་འདོན་རྒྱུ་ཡིན།

ཚིས་དཔེ། 1. ཉེས་ཚན་ཚུལ་ $15x^2y^3 + 12x^3y$ རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ་བྱ།

ལན། བེས་ཟེན་པའི་ཉེས་ཚན་ཚུལ་ནི། ཚན་རྒྱང་ཚུལ་ $15x^2y^3$ དང་། $12x^3y$ ཡི་བསྐྱོམས་ཐོབ་ཡིན་པས། རྩོན་དུ་
གོང་གི་རྩེད་འགྲོས་སྤྲུལ་དེ་ཚན་རྒྱང་ཚུལ་གཉིས་ཀའི་HCF འཚོལ་བར་བྱའོ། | HCF ལ་བརྟེན་ནས་ང་ཚོས་
རྒྱན་ཚུལ་འཚོལ་རྒྱ།

གོམ་པ་༡ ཚན་རྒྱང་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་འཕྲུལ་གྲངས་15 དང་12 རེད། 15 དང་12 ཀྱི་HCF རྟེན་3 རེད།

གོམ་པ་༢ ཚན་རྒྱང་ཚུལ་དེ་གཉིས་ནང་ཡིག་འབྲུ་ x དང་ y གཉིས་ཡོད།

༧ $15x^2y^3$ དང་ $12x^3y$ ནང་གི་ x ཡི་ཐེངས་གྲངས་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་2 དང་3 རེད། དེ་གཉིས་ལས་ཚུང་
གོས་ནི་2 རེད། དེར་བརྟེན་ང་ཚོས་ x^2 འབྲི་དགོས།

ཉ ཡི་ཐེངས་གྲངས་3 དང་1 རེད། དེས་ན་ང་ཚོས་ y^1 ཡང་ན་ y འབྲི་དགོས།

གོམ་པ་༩ བེས་ཟེན་པའི་ཚན་རྒྱང་ཚུལ་རྣམས་ཀྱི་HCF རྟེན། གོམ་པ་༡ པོ་དང་། གོམ་པ་༢ པ་ནང་ཐོབ་པའི་ཚན་ཁག་
གི་བསྐྱར་ཐོབ་རེད།

$$\begin{aligned} \text{དེར་བརྟེན།} \quad 15x^2y^3 \text{ དང་ } 12x^3y \text{ ཡི་HCF} &= 3 \times x^2 \times y \\ &= 3x^2y \end{aligned}$$





$$= 2a^2 [2b^2 (5b + 8a)]$$

$$= 4a^2 b^2 (5b + 8a)$$

དེ་5b དང་8a ལ་སྤྱི་ལོ་རྒྱུན་ཚུལ་མེད། དེས་ན་ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་འདི་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ་ཟིན་པ་དེ་ཡིན།
 དེར་བརྟེན། $20a^2 b^3 + 32a^3 b^2 = 4a^2 b^2 (5b + 8a)$

མཚན།

སྐར་ཉལ་གསལ་(*) ཅན་གྱི་གོ་མ་རིམ་རྣམས་གཤམ་ཆེན་པོ་ཡིན། གོ་མ་པ་འདིའི་སྐབས་ཞབས་མཐུན་ཚན་རྒྱུན་ཚུལ་བསྐྱར་བ་
 ཐོང་ས་གྲངས་སྟོན་པའི་སྒྲིབ་འགྲོམ་

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

སྤྱད་ཡོད།

དེས་ན། འདི་ལྟར་ཡང་བྲིས་ཆོག་ལྟེ།

$$a^3 = a^{2+1} = a^2 \times a^1 = a^2 \times a$$

དང་། $b^2 = b^2 \times b$

ཕྱིས་དཔེ། 3. $55a^2 + 22b^2$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་ཚོལ།

ལན། འདིར་ཡོད་ཚན་པ་གཉིས་ལ་སྤྱི་ལོ་ཡིག་འབྲུ་མེད། དེར་བརྟེན། $55a^2$ དང་ $22b^2$ ཡི་སྤྱི་ལོ་HCF རྟེ། འབྲུལ་
 གྲངས་55 དང་22 གྱི་HCF ཡིན། དེ་ནི་11 རེད།

དེས་ན། $55a^2 + 22b^2 = 11 \times 5a^2 + 11 \times 2b^2$

$$= 11 (5a^2 + 2b^2)$$

དེར་བརྟེན། དགོས་མཁོའི་རྒྱུན་ཚུལ་ནི་11 དང་ $5a^2 + 2b^2$

མཚན།

གནས་སྐབས་སྤྲུག་ཤོས་ཤིག་ཀྱང་ཡོད། དཔེར་ན། $11a^2 + 13b^2$ རྟེ་རྒྱུན་ཚུལ་ལ་དབྱེ་མི་ཐུབ། $11a^2 + 13b^2$
 ལ་ $1 \times (11a^2 + 13b^2)$ ལྟར་བྲིས་ན་གོ་དོན་མེད། རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ་བའི་གོ་བའི་ཚབ་ཕྱིས་ཚུལ་གང་ཞིག་ཚབ་
 ཕྱིས་ཚུལ་སྐབས་བདེ་བསྐྱར་ཐོབ་ཀྱི་ནམ་པར་འབྲི་རྒྱུའི་ཆེད་དུ་ཡིན།

ཚན་པ་གཉིས་ལས་མང་པའི་ཚབ་ཕྱིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་འཚོལ་སྐབས་ནི་ད་ཆ་གསལ་པོ་ཆགས་ཡོད། ཚན་པ་གཉིས་
 གྱི་HCF འཚོལ་རྒྱུའི་ཚབ་དུ་ང་ཚོས་ཚན་པ་ཚང་མའི་HCF བཅའ་ལོ། །





ཅིས་དཔེ། 4. $3ab^2 + 15a^2b^3 + 21a^3b^2$ ཡི་རྒྱུན་ཚུལ་ཚོལ།

ལན། ཚུལ་འདིའི་ནང་ཚན་པ་ $3ab^2, 15a^2b^3, 21a^3b^2$ བཅས་གསུམ་ཡོད།

གོམ་པ།^༡ ཚན་པ་དེ་དག་གི་འཕུལ་གྲངས་ནི་རིམ་བཞིན་ $3, 15, 21$ བཅས་རེད། འཕུལ་གྲངས་དེ་དག་གི་HCF རི་ 3 ཡིན་པ་གསལ་པོ་རེད།

གོམ་པ།^༢ ཡིག་འབྲུ་ a དང་ b གཉིས་རང་ཡོད། a ཡི་ཐངས་གྲངས་ནི་རིམ་བཞིན་ $1, 2, 3$ བཅས་རེད། འདི་དག་ལས་དམའ་ཤོས་ནི་ 1 རེད། དེར་བརྟེན། HCF རང་གི་རྒྱུན་ཚུལ་གཅིག་ནི་ a རེད། b ཡི་ཐངས་གྲངས་ནི་ $2, 3, 2$ བཅས་རེད། དེ་དག་ལས་དམའ་ཤོས་ 2 རེད། དེར་བརྟེན། HCF རང་གི་ b ཅན་གྱི་ཚན་པ་ནི་ b^2 རེད།

གོམ་པ།^༣ HCF རི་ $3 \times a \times b^2$

ད་ཆ་ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་གྱི་ཚན་པ་ནམས་བསྐྱར་སྒྲིག་འབྲི་སྐབས་ཚན་པ་རེ་རེའི་རྒྱུན་ཚུལ་ $3ab^2$ ཡིན་པ་བཟོས་ན།

$$\begin{aligned} 3ab^2 + 15a^2b^2 + 21a^3b^2 &= 3ab^2 \times 1 + 3ab^2 \times 5ab + 3ab^2 \times 7a^2 \\ &= 3ab^2 (1 + 5ab + 7a^2) \end{aligned}$$

དེར་བརྟེན། $3ab^2$ དང་ $(1 + 5ab + 7a^2)$ རི་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་རེད།



༡.༥ ཚན་པ་བསྐྱར་བསྒྲིགས་ཀྱིས་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་བྱ་བ། Factorisation by Regrouping Terms

ཉིས་ཚན་ཚུལ་དང་སུམ་ཚན་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲེ་བའི་སྐབས་གོམ་པ་^༡ པོ་ནི་ཚུལ་དེའི་ཚན་པ་ཚང་མའི་སྤྱིའི་རྒྱུན་ཚུལ་ཕྲལ་རྒྱ་དེ་རེད། སྐབས་རེར་དེ་འདྲ་བྱེད་མི་ཐུབ། འོན་ཀྱང་། ཚན་པ་ནམས་ཚོ་ཁག་ཏུ་བགོས་ན། ཚོ་ཁག་རེ་རེ་ནས་སྤྱིའི་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་བྱ་ཐུབ། དཔེར་ན། $xy + y + 2x + 2$ སྐབས། ང་ཚོས་ཚན་པ་ཚང་མའི་སྤྱིའི་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་བྱ་མི་ཐུབ།

འོན་ཀྱང་། ཚན་པ་ནམས་ཚོ་ཁག་ $(xy + y) + (2x + 2)$ ལྟར་བཟོས་ན། ང་ཚོས་ཚོ་ཁག་དང་པོ་ནས་ y དང་། ཚོ་ཁག་གཉིས་པ་ནས་ 2 ཕྲལ་ཐུབ། དེར་བརྟེན། ཤེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་དེ་ $y(x + 1) + 2(x + 1)$ ལྟར་འབྲི་ཐུབ།



ད་ལྟ་གནས་སྤངས་དགའ་མོས་ཅན་ཞིག་ཆགས་ཡོད། ཚོ་ཁག་གཉིས་ཀར་རྒྱན་ཚུལ་ $x + 1$ རེ་ཡོད། དེས་ན། ཚུལ་དེ་འདི་ལྟར་འབྲི་ཚོགས།

$$(x + 1) \times y + (x + 1) \times 2$$

$$= (x + 1) \times (y + 2)$$

ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་ཕྲལ་རྒྱུའི་ཚབ་ཏུ་ཉིས་ཚན་ཚུལ་ཕྲལ་ཡོད། འདི་ཡིས་ཚུལ་འདི་བཞིན་རྒྱན་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ཏུ་འགྱུར་ཡོད། དེས་ན། ང་ཚོས་གང་གྲེད་ཡོད། ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་དེ་རྒྱན་ཚུལ་དུ་སྒྲེ་ཡོད། རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྤངས་ཀྱི་ཐབས་ལམ་འདི་ལ་**བརྒྱུར་བརྒྱུགས་ཀྱིས་རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ** (Factorisation by grouping) གྲུ་བ་ཟེར།

ཚིས་དཔེ། 5. $2xy + 6x + y + 3$ དབྱེ་སྤྲུལ་གྱིས།

ལན། ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ། ཚན་པ་དང་པོ་དང་གསུམ་པའི་རྒྱུའི་རྒྱན་ཚུལ་ y རེད། ཚན་པ་གཉིས་པ་དང་བཞི་པའི་རྒྱུའི་རྒྱན་ཚུལ་ 3 རེད། དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་ཚན་པ་དང་པོ་དང་གསུམ་པ་ཚོ་ཁག་གཅིག་དང་། ཚན་པ་གཉིས་པ་དང་བཞི་པ་ཚོ་ཁག་གཅིག་བཅས་སུ་བཞོས་ཏེ་དབྱེ་སྤྲུལ་གྱི་རྒྱུ་ཡིན།

དེས་ན།

$$2xy + 6x + y + 3$$

$$= 2xy + y + 6x + 3$$

$$= y(2x + 1) + 3(2x + 1)$$

$$= (2x + 1)(y + 3)$$

མཚན།

གནས་སྤངས་མི་འདྲ་བ་མང་པོར་བརྟུན་ཏེ་ཚོ་ཁག་བཞོད་སྤངས་མི་འདྲ་བ་མང་པོ་ཡོང་གི་དུ། གོང་གི་ཚིས་དཔེའི་ནང་། ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་ལྟར་ཡང་གྲེད་ཚོགས།

$$2xy + 6x + y + 3$$

$$= (2xy + 6x) + (y + 3)$$

$$= 2x(y + 3) + 1 \times (y + 3)$$

$$= (y + 3)(2x + 1)$$

$$= (2x + 1)(y + 3)$$

གོང་བཞིན་ཡིན།



1.6 གཏན་མཚུངས་སྤྱད་དེ་རྒྱུན་ཚུལ་དེ་ལྟེ་སྤེལ། Factorisation by Using Identities

གཤམ་གསལ་གཏན་མཚུངས་ནམས་ཤེད་སྤྱོད་ཆེན་པོ་ཡོད་པའི་སྐོར་ཁྱེད་ཚོར་བཤད་ཟིན་ཡོད།

$$1) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ཅིས་དཔེ་བརྒྱུད་འཇོག་གཏན་མཚུངས་དེ་དག་ཚབ་ཅིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་དེ་ལྟེ་སྤེལ་ལ་ཕན་ཐོགས་ཡོད་པ་སྟོན་རྒྱུ་

ཡིན།

ཅིས་དཔེ། 6. $4a^2 - 25$ དེ་ལྟེ་སྤེལ་གྱིས།

ལན། ཤེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་དེ་ནི་རང་སྐྱུར་གཉིས་ཀྱི་དེ་བཀ་འཚོལ་བའི་ཚུལ་དུ་གཤམ་གསལ་ལྟར་བྲིས་ཆོག།

$$\begin{aligned} & 4a^2 - 25 \\ &= (2a)^2 - 5^2 \\ &= (2a + 5)(2a - 5) \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཉེ་སྤྱོད་པ།}) \end{aligned}$$

ཅིས་དཔེ། 7. $9p^2 - 16q^2$ དེ་ལྟེ་སྤེལ་གྱིས།

ལན།
$$\begin{aligned} & 9p^2 - 16q^2 \\ &= (3p)^2 - (4q)^2 \\ &= (3p + 4q)(3p - 4q) \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཉེ་ལས་བྱུང་།}) \end{aligned}$$

ཅིས་དཔེ། 8. $49m^2 - (2n + 3l)^2$ དེ་ལྟེ་སྤེལ་གྱིས།

ལན།
$$\begin{aligned} & 49m^2 - (2n + 3l)^2 \\ &= (7m)^2 - (2n + 3l)^2 \\ &= \{(7m + (2n + 3l))\} \{(7m - (2n + 3l))\} \\ &= (7m + 2n + 3l)(7m - 2n - 3l) \end{aligned}$$



དེས་ན། ཚུལ་ཞིག་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་རང་སྤྱུང་གི་ཉེ་བཟའ་ཡིན་ན། ང་ཚོས་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་བ་སྤྱད་དེ་ཚུལ་དེ་རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ་བྱ་བྱུང་བ་མཐོང་ཡོང། རང་སྤྱུང་ཚན་པ་གཉིས་ཅན་གྱི་སློབ་པ་ཚན་པ་དེ་གཉིས་ཀྱི་ཉེ་བཟའ་སྤྱོད་འཕྲི་བྱེད་པའི་སྤྱུང་ཚན་ཚུལ་ནི་རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲུལ་སྤྱོད་པའི་ཚུལ་དམིགས་བསལ་ཅན་གྱི་རྣམ་པ་ཡིན། ཚོག་གཞན་གྱིས་བཟོ་བྱས་

$(a)^2 + (b)^2 + 2 \times a \times b$ ཡང་ན། $(a)^2 + (b)^2 - 2 \times a \times b$ ཡི་རྣམ་པ་ཅན་གྱི་ཚུལ།

ཕྱིས་དཔེ། 9. $x^2 + 8x + 16$ དབྱེ་སྤྲུལ་གྱིས།

ལན། རེས་ཟིན་པའི་ཚུལ་ནི་བསྐྱར་བསྐྱེགས་བྱ་ཚོག་

$$\begin{aligned} &x^2 + 8x + 16 \\ &= (x)^2 + (4)^2 + 2 \times x \times 4 \\ &= (x + 4)^2 && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་སྤྱོད་པ།)} \\ &= (x + 4)(x + 4) \end{aligned}$$

ཕྱིས་དཔེ། 10. $9m^2 + 4n^2 - 12mn$ དབྱེ་སྤྲུལ་གྱིས།

ལན། $9m^2 + 4n^2 - 12mn$

$$\begin{aligned} &= (3m)^2 + (2n)^2 - 2 \times 3m \times 2n \\ &= (3m - 2n)^2 && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ལས་བྱུང་།)} \\ &= (3m - 2n)(3m - 2n) \end{aligned}$$

ཕྱིས་དཔེ། 11. $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ དབྱེ་སྤྲུལ་གྱིས།

ལན། དོ་སྣང་བྱ་བྱུང་། ཚན་པ་ལྷ་མ་གསུམ་པོ་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་བ་སྤྱད་དེ་ $(a - b)^2$ ལྟར་བྲིས་ཚོག།

དེར་བཞེན། $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$

$$\begin{aligned} &= (a - b)^2 - c^2 \\ &= \{(a - b) + c\} \{(a - b) - c\} && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་སྤྱོད་པ།)} \\ &= (a - b + c)(a - b - c) \end{aligned}$$





སློབ་ཚན། 8.1

༡། གཤམ་གསལ་ཚན་རྒྱུང་ཚུལ་གྱི་སློབ་རྒྱུན་ཚུལ་ཆེ་ཤོས་ཚོལ།

ཀ) $2x^2$ དང་ $10xy$

ཁ) $21p^2q$ དང་ $49pq^2$

ག) $6a^2b^2c$ དང་ $27abc^2$

ང) a^3b^2 དང་ $-7b^2$

ཅ) $5a^2$, $-25a^4$ དང་ $100a$

ཆ) $11abc^3$, $13a^2b^2c$) དང་ $17abc$

ཇ) $2x^3$, $4y^3$ དང་ $6z3^3$

༢། གཤམ་གསལ་རྣམས་ཀྱི་སློབ་རྒྱུན་ཚུལ་ཆེ་ཤོས་ཚོལ།

ཀ) $2a^2 + 10a^2 + 20a^4$

ཁ) $3x^3y^3 + 9x^2y^3 - 12x^2y^2$

ག) $-4a^5 - 16a^3b - 2a^2b^2$

ང) $4x^2 + 20x + 40$

༣། ཉིས་ཚན་ཚུལ་རྣམས་དབྱེ་ཕྲལ་བྱོས།

ཀ) $7x + 21$

ཁ) $6p - 12$

ག) $a^2 + 2a$

ང) $10x + 5x^2$

ཅ) $3x^2y + 6xy^2$

ཆ) $-16m + 20m^3$

ཇ) $20p^2q + 10apq$

༤། གཤམ་གསལ་ཚུལ་རྣམས་དབྱེ་ཕྲལ་བྱོས།

ཀ) $2x^3 - 6x^4 - 10x^2$

ཁ) $-10a^3b + 20b^3a + 40a^3b^2$

ག) $10a^3 - 15b^3 + 20c^3$

ང) $a^3bc + 4ab^3 + 41a^3$

༥། གཤམ་གསལ་ཚུལ་རྣམས་དབྱེ་ཕྲལ་བྱོས།

ཀ) $25a^2 - b^2$

ཁ) $49p^2 - 36$

ག) $4a^4b^4 - 9p^2q^2$

ང) $a^2b^2 - 9$

ཅ) $(m + 2n)^2 - 16m^2$



༡། ཚུལ་ཞིག་གི་རང་རྒྱུར་ཉམས་བྲིས་རྗེས་དབྱེ་སྲུང་བྱོས།

ཀ) $a^2 - 8a + 16$

ཁ) $b^2 - 10b + 25$

ག) $4a^2 - 8a + 4$

ང) $25x^2 + 30x + 9$

ཅ) $49a^2 + 84ab + 36b^2$

ཆ) $121m^2 - 88mn + 16n^2$

༢། གཤམ་གསལ་ཚུལ་རྣམས་ཀྱི་རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྲུང་བྱོས།

ཀ) $x(x + y) + 9x + 9y$

ཁ) $(10xy + 4x) + 5y + 2$

ག) $(5x^2 - 20x) - 8y + 2xy$

ང) $(6xy - 4y) + 6 - 9x$

༣། རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྲུང་བྱོས།

ཀ) $px^2 + qx$

ཁ) $16x^7 - 48x^5$

ག) $7x^2 + 21y^2$

ང) $50x^2 - 72y^2$

ཅ) $63x^2 - 112y^2$

ཆ) $(p - q)^2 - (p + q)^2$

ཇ) $2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2$

ན) $3a^2 - 9a^2b - 27a^3c$

༤། རྒྱན་ཚུལ་དབྱེ་སྲུང་བྱོས།

ཀ) $(x^2 + z^2 - 2xz) - y^2$

ཁ) $(25a^2 + c^2 + 10ac) - 49b^2$

ག) $ap^2 + bp^2 + bq^2 + aq^2$

ང) $(ab + a) + b + 1$

༥༠། ཐོངས་གུངས་དམའ་ཤོས་ཡིན་པའི་རྒྱན་ཚུལ་ཚོལ།

ཀ) $(a^4 - b^4)$

ཁ) $m^4 - 256$

ག) $x^4 - (y + z)^4$

ང) $x^4 - (x - z)^4$

(བད་ཉོན། $a^4 = (a^2)^2$, $b^4 = (b^2)^2$ སོགས་བྲིས།)





བྲན་པར་གྱིས།

- ༡། བསྐྱར་ཐོབ་གྱི་རྣམ་པ་སྤྱོད་པའི་གྲངས་དང་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ལ་སྐྱར་གྲངས་དེའི་རྒྱུན་ཚུལ་ཟེར།
- ༢། ཤེས་ཟེན་པའི་ཚན་རྒྱུན་ཚུལ་གྱི་འཕྲུལ་གྲངས་ཀྱི་HCF དང་། དེ་དག་ནང་གི་ཡིག་འབྲུའི་ཐངས་གྲངས་དམའ་ཤོས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ནི་ཤེས་ཟེན་པའི་ཚན་རྒྱུན་ཚུལ་གྱི་སྤྱི་ལོ་རྒྱུན་ཚུལ་ཆེ་ཤོས་HCF རེད།
- ༣། ཤེས་ཚན་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་གྱི་བ་ལ་དེའི་ཚན་པ་རྣམས་ཀྱི་HCF དབྱེ་ཕྲལ་གྱི་དེ་ཐབས་ལམ་སྤྱད་དེ་བྲན་ཚོགས།
- ༤། སུམ་ཚན་ཚུལ་ལམ་ཚན་མང་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་གྱི་བ་ལ། རྒྱབས་རེར་ཚན་པ་རྣམས་ཚོ་ཁག་བཟོ་བ་དང་། དེ་ནས་ཚོ་ཁག་མི་འདྲ་བའི་ཚན་པའི་ནང་སྤྱི་ལོ་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་གྱི་དེ་ཐབས་ལམ་ནས་བྲན་ཚོགས།
- ༥། ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་རྒྱུན་ཚུལ་དབྱེ་ཕྲལ་གྱི་བ་ལ་གཏན་མཚུངས་ཀྱང་མེད་སྤྱོད་ཆེན་པོ་ཡིད།

