

སྔོན་ཚན་གཉིས་པ། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ཚི་ཐབས།

CHAPTER 2: OPERATIONS ON RATIONAL NUMBERS

१.१ རོ་སྤྲོད། Introduction

འཛིན་གྲུག་པའི་ནང་། ང་ཚོས་རང་བྱུང་གྲངས་ཀྱི་སྡོམ་ཚིས་དང་། ཉིལ་གྲངས་ཀྱི་འཐེན་ཚིས། རིལ་གྲངས་ཀྱི་སྐྱར་ཚིས་དང་བཤོད་སོགས་ཚི་ཐབས་མང་པོ་ཞིག་སྤྲད་པ་ཡིད། ཡང་། ང་ཚོས་ཚི་ཐབས་དེ་དག་གི་ཁྱད་ཚོས་ཀྱང་སྤྲད་པ་ཡིད། སྔོན་ཚན་འདིའི་ནང་ང་ཚོས་ཚི་ཐབས་དེ་དག་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཐོག་ཀྱི་བསྐྱེད་བྱ་རྒྱུ་དང་། ཚི་ཐབས་དེ་དག་གི་ཁྱད་ཚོས་འགའ་ལྟོན་ཀྱི། ཁྱད་ཚོས་འདི་དག་ལས་མང་ཆེ་བ་ཞིག་སྤོན་ཆད་སྤྲད་ཚེ་འདི་ཁྱད་ཚོས་ཁག་དང་འདྲ་བ་ཡིན།

१.१ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་སྡོམ་ཚིས། Addition of Rational Numbers

ང་ཚོས་མཐོང་བྱེད་པ་ལ། x དང་ y རང་བྱུང་གྲངས་ཡིན་ན། $x+y$ ཡང་རང་བྱུང་གྲངས་ཡིན། དེ་བཞིན། x དང་ y ཉིལ་གྲངས་ཡིན་ན། $x+y$ ཡང་དེ་བཞིན་ཡིན། རིལ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྡོམས་ཐོབ་ཀྱང་རིལ་གྲངས་ཡིན་པ་ང་ཚོས་སྤྲད་པ་ཡིད། འདིར་ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྡོམས་ཐོབ་ཀྱི་སྐོར་འགྲེལ་བཟོ་བྱ་རྒྱུ་ཡིན། རིལ་གྲངས་ཀྱི་བསྡོམས་ཐོབ་ལྟར། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་བསྡོམས་ཐོབ་ལའང་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རང་འབྲུང་།

x དང་ y གཉིས་མ་ཆ་གཅིག་པ་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $x = \frac{-18}{11}$ དང་ $y =$ ལྷ་བུ་ཡིན་པར་ཆ་བཞག་

ན། དེའི་བསྡོམས་ཐོབ་ $x+y = \frac{-18}{11} + \frac{-6}{11} = \frac{-18+6}{11} =$ བྱུང་བ་དེའི་བྱ་ཆ་ནི་-18 དང་6 གཉིས་ཀྱི་

བསྡོམས་ཐོབ་དང་། མ་ཆ་ནི་ x དང་ y གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་མ་ཆ་11 རེད།

དེ་བཞིན། $\frac{4}{5} + \frac{9}{5} = \frac{4+9}{5} =$,

$\frac{6}{23} + \frac{-17}{23} =$ = ,



$$+ = =$$

འདི་འདྲའི་སློབ་སྦྱངས་ཀྱི་ལམ་ལུགས་ནི།

$$+ \frac{r}{q} = \frac{p+r}{q}$$

x དང་ y གཉིས་ཀྱི་མ་ཆ་གཅིག་པ་མིན་ན། ང་ཚོས་ཇི་ལྟར་སློབ་དགོས་སམ་ཞེ་ན། $x =$ དང་ $y = \frac{15}{11}$

ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན། ཐོག་མར་ང་ཚོས་ x དང་ y གཉིས་མ་ཆ་མཉམ་པའི་འདྲ་མཚུངས་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་སུ་བསྐྱར་བྱ།

འདིར། $x = \frac{8}{7} = \frac{8 \times 11}{7 \times 11} =$

$y = \frac{15}{11} = \frac{15 \times 7}{11 \times 7} =$

དེར་བརྟེན། $x + y = \frac{8}{7} + \frac{15}{11} = \frac{88}{77} + \frac{105}{77} = \frac{193}{77}$

རྩིས་དཔེ། 1. བསློབས་ཐོབ་ཚོལ།

ཀ) $\frac{-2}{5}$ དང་ ཁ) $\frac{11}{25}$ དང་ $\frac{19}{36}$

ལན། ཀ) $\frac{-2}{5}$ དང་

ཐོག་མར་ང་ཚོས་སློབ་མ་ཆ་ 5×8 ཡིན་པའི་འདྲ་མཚུངས་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་འཚོལ་དགོས།

$\frac{-2}{5} =$ $=$ དང་། $= \frac{3 \times 5}{8 \times 5} =$

དེར་བརྟེན། $\frac{-2}{5} +$ $= \frac{-16}{40} +$ $= \frac{-16+15}{40} =$

ཁ) དང་ $\frac{19}{36}$

འདིར་སློབ་མ་ཆ་ནི། 25×36

$\frac{11}{25} = \frac{11 \times 36}{25 \times 36} =$ དང་། $\frac{19}{36} = \frac{19 \times 25}{36 \times 25} =$





$$\text{དེས་བརྟེན། } \frac{11}{25} + \frac{19}{36} = \frac{396}{900} + \frac{475}{900} = \frac{396+475}{900} =$$

སློབ་བཏང་། གལ་ཏེ། $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཡིན་ན།

$$\frac{p}{q} = \frac{p \times s}{q \times s} \quad \text{དང་།} \quad \frac{r}{s} = \frac{r \times q}{s \times q}$$

$$\text{དེས་བརྟེན།} \quad + \frac{r}{s} = \frac{p \times s}{q \times s} +$$

=

གོང་གསལ་ལྷུ་མཚན་ལ་བརྟེན། ང་ཚོས་ངེས་སྲོལ་སློབ་སློགས་བསྡེམས་བྱེད་ཐུབ།

$$+ \frac{r}{s} = \frac{p \times s + r \times q}{q \times s}$$

ཚི་ཐབས་2.

བསྡེམས་ཐོབ་ཚོལ།

~~མཚན་ 5-58 q~~
~~མཚན་ 5-58 q~~

ཀ) $\frac{5}{18}$ དང་ $\frac{3}{13}$ ཁ) $\frac{-4}{11}$ དང་

ལན། ཀ) $\frac{5}{18}$ དང་ $\frac{3}{13} = \frac{(5 \times 13) + (3 \times 18)}{18 \times 13}$

=

=

ཁ) $\frac{-4}{11}$ དང་ $= \frac{(-4 \times 14) + (5 \times 11)}{11 \times 14}$

=

=

སློབ་ཚན་དང་པོའི་སྐབས་སུ་མཚན་བཀོད་པ་བཞིན། གལ་ཏེ་མ་ཆ་གཉིས་ལ་སློབ་བཀོད་གྲངས་ཡོད་ན། ང་ཚོས་མ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ཀྱི་ཚབ་ཏུ་དེ་གཉིས་ཀྱི་སློབ་ལྡན་གྲངས་ཚུང་གོས་(LCM) ལེན་དགོས།





ཚི་ཐབས་༣. རྩོམ་ས།

ཀ) དང་ ཁ) $\frac{33}{18}$ དང་ $\frac{17}{26}$

ལན། ཀ) $\frac{-9}{10}$ དང་

འདིར་10 དང་15 གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་ལྷན་གྲངས་ལྷུང་གོས་ 30 རེད།

དེར་བརྟེན། $\frac{-9}{10} = \frac{-9 \times 3}{10 \times 3} = \frac{-27}{30}$
 $\frac{17}{26} = \frac{17 \times 2}{26 \times 2} = \frac{34}{52}$

དེར་བརྟེན། $\frac{-9}{10} + \frac{17}{26} = \frac{-27}{30} + \frac{34}{52} = \frac{-27 + 44}{30} = \frac{17}{30}$

ཁ) $\frac{33}{18}$ དང་ $\frac{17}{26}$

འདིར་18 དང་26 གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་ལྷན་གྲངས་ལྷུང་གོས་234 རེད།

དེར་བརྟེན། $\frac{33}{18} = \frac{33 \times 13}{18 \times 13} = \frac{429}{234}$
 $\frac{17}{26} = \frac{17 \times 9}{26 \times 9} = \frac{153}{234}$

དེར་བརྟེན། $\frac{33}{18} + \frac{17}{26} = \frac{429}{234} + \frac{153}{234}$
 $= \frac{429 + 153}{234}$
 $= \frac{582}{234}$

=





༡.༡ ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་ཀྱི་སློབ་ཚན་གྱི་ཁྱད་ཆོས། **Properties of Addition**

གལ་ཏེ་ x དང་ y གཉིས་རང་བྱུང་གྲངས་སམ། ཡང་ན་རྒྱུ་གྲངས། ཡང་ན་རིམ་གྲངས་བཅས་ཡིན་ན།

$x + y = y + x$ ཡིན་པ་དང་ཆོས་ཤེས་ཀྱི་ཡོད། དེ་བཞིན།

x དང་ y ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་ཡིན་པའི་སྐབས་སུ་ཁྱད་ཆོས་འདི་ལྟར་ཡོད་དམ་ཞེ་ན། འདིའི་སློབ་ཚན་གྲུབ་པ་

གྱི་དཔེ་མཚོན་འགའ་རྒྱུན་ནས་བརྗོད་གྱུ།

༡༽ $\frac{-9}{13} + \frac{17}{13} = \frac{-9+17}{13} = \frac{8}{13}$ དང་།

$\frac{17}{13} + \frac{-9}{13} = \frac{17-9}{13} = \frac{8}{13}$

༢༽ $\frac{-9}{5} + \frac{17}{5} = \frac{-9+17}{5} = \frac{8}{5}$ དང་།

$\frac{17}{5} + \frac{-9}{5} = \frac{17-9}{5} = \frac{8}{5}$

$\frac{7}{10} + \frac{8}{15} = \frac{8 \times 2 + 7 \times 3}{30} = \frac{16+21}{30} = \frac{37}{30}$ དང་།

$\frac{7}{10} + \frac{8}{15} = \frac{7 \times 3 + 8 \times 2}{30} = \frac{21+16}{30} = \frac{37}{30}$

འདི་དག་ཚང་མའི་སྐབས་སུ་དེ་ཆོས་མཐོང་གསལ་ལ། $x + y = y + x$

དེ་བཞིན། དེ་ཆོས།

ཁྱད་ཆོས།༡ གལ་ཏེ་ x དང་ y གཉིས་ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་གཉིས་ཡིན་ན། $x + y = y + x$

དེ་ཆོས་ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱེད་པ་ཐོབ་འཛོལ་སྒྲངས་ཤེས་ཡོད། འོ་ན། ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་གསུམ་

གྱི་བསྐྱེད་པ་ཐོབ་ཅི་ལྟར་འཛོལ་དགོས་སམ་ཞེ་ན། རིམ་གྲངས་བཞིན། ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་ཀྱི་སྐབས་སུ་འདི་སློབ་ཚན་གྲུབ་

རུ་གཉིས་སློབ་པ་དང་། དེའི་བསྐྱེད་པ་ཐོབ་ཐོག་ལྷན་སྒྲིལ་གྲངས་གསུམ་པ་དེ་སློབ་དགོས། དཔེར་ན། $\frac{-5}{4}$, $\frac{9}{4}$,

$\frac{13}{4}$ བཅས་ཀྱི་བསྐྱེད་པ་ཐོབ་འཛོལ་དགོས་ན། འདི་ལྟར་བྱ་དགོས།

$\frac{-5}{4} + \frac{13}{4} = \left(\frac{-5}{4} + \frac{9}{4} \right) + \frac{13}{4}$





$$= \frac{4}{4} + \frac{13}{3}$$

$$= \frac{17}{4}$$

རིལ་གྲངས་བཞིན། གྲངས་འདི་དག་འདི་ལྟར། $\frac{-5}{4} + \frac{-5}{4} + \frac{22}{4} =$

ཡང་སྡོམ་ཐུབ་པ་དང་། བསྡོམས་ཐོབ་ཀྱང་གོང་གི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དང་གཅིག་པ་ཡིན། ད་ལྟ་དེ་གཞན་ཞིག་བཞག་ནས་བཤད་ན།

$$\frac{3}{2} + \frac{-5}{3} + \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{2} + \frac{-5}{3} \right) + \frac{4}{5}$$

$$= \frac{3 \times 3 + (-5) \times 2}{2 \times 3} + \frac{4}{5}$$

$$= \frac{-1}{6} + \frac{4}{5}$$

$$= \frac{-1 \times 5 + 4 \times 6}{6 \times 5}$$

$$= \frac{23}{30}$$



དང་། $\frac{3}{2} + \frac{-5}{3} + \frac{4}{5} = \frac{3}{2} + \left(\frac{-5}{3} + \frac{4}{5} \right)$

$$= \frac{3}{2} + \frac{-5 \times 5 + 4 \times 3}{3 \times 5}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{-13}{15}$$

$$= \frac{45 - 13 \times 2}{30} = \frac{19}{30}$$

དེ་མཚོན་འདི་གཉིས་ལས། ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གསུམ་སྡོམ་སྐབས། སྡོམ་ལ་གྲངས་གང་གཉིས་སྡོམ་པ་དང་། རྗེས་ལ་གང་གཉིས་སྡོམ་པ་རང་མོས་བཞིན་བྱེད་ཚོག་ དེས་བསྡོམས་ཐོབ་ལ་འགྱུར་བ་འགྲོ་གི་མེད་པ་མཐོང་ཐུབ།

བྱད་ཚོས། 1 x, y, z བཅས་རྣམས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $(x + y) + z = x + (y + z)$





གལ་ཏེ་ང་ཚོར་ལྷན་སྐྱེས་ལྷན་གྲངས་ x, y, z, t བཅས་བཞི་ཡོད་ན། ང་ཚོས་དེ་དག་སློབ་སྦྱངས་མི་འདྲ་བ་མང་པོའི་སློབ་སློམ་གྱི་ཐབས་ལྟར་

$$\begin{aligned} (x + y) + (z + t) &= [(x + y) + z] + t \\ &= [x + (y + z)] + t \\ &= x + [(y + z) + t] \\ &= x + [y + (z + t)] \end{aligned}$$

ང་ཚོས་སློབ་སློམ་ཐོབ་དེ་ $x+y+z+t$ ལྟར་བྲིས་ཡོད།

ཚིག་དཔེ། 4. བསྐྱེད་ཐོབ་ཚོལ།

ཀ) $\frac{27}{13}$ དང་ $\frac{25}{13}$, $\frac{-19}{13}$,

ཁ) $\frac{-3}{5}$, $\frac{-8}{15}$

ལན། ཀ) $\frac{25}{13} + \frac{-19}{13} + \frac{27}{13} = \frac{52}{13} + \frac{-40}{13}$

~~$\frac{27}{13} + \frac{25}{13} + \frac{-19}{13} = \frac{27+25-19}{13} = \frac{33}{13}$~~

ཁ) $\frac{2}{3} + \frac{-3}{5} + \frac{-8}{15} = \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{5} + \frac{-8}{15}\right)$
 $= \frac{2 \times 5 + (-3) \times 3}{3 \times 5} + \frac{-11}{15}$
 $= \frac{-11}{15} + \frac{-11}{15}$
 $= \frac{-22}{15}$

བྱང་ཚོས་ཀྱི་དང་ཀ་གཉིས་ལས། ལྷན་སྐྱེས་ལྷན་གྲངས་གསུམ་མཐའ་དེ་ལས་མང་པོའི་བསྐྱེད་ཐོབ་ཚོལ་བས།





དེ་དག་རང་ཚོས་བཞིན་གོ་རིམ་བསྐྱོགས་ཀྱང་། བསྐྱོམས་ཐོབ་ལ་འགྱུར་བ་འགྲོ་ཡི་མེད། དཔེར་ན། ཅིས་དཔེ་༤ པ་དེ་
 ཚན་པ་མི་འདྲ་བ་གཤམ་གསལ་ལྟར་བསྐྱོགས་ནས་བརྩིས་ཀྱང་འགྲིགས།

$$\begin{aligned} \text{ཀ)} \quad & +\frac{25}{13} + \frac{-19}{13} + \quad = \\ & = \frac{6}{13} + \frac{6}{13} \\ & = \frac{12}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ཁ)} \quad & \frac{2}{3} + \frac{-3}{5} + \quad + \frac{-8}{15} = \quad + \left(\frac{-3}{5} + \frac{-8}{15} \right) \\ & = \left(\frac{2 \times 2 + 1}{6} \right) + \frac{-3 \times 3 + (-8)}{15} \\ & = \quad + \frac{-17}{15} \\ & = \quad = \quad = \end{aligned}$$

རིམ་གྲངས་སྐབས་ལྡན་ཀོར་ལ་དམིགས་བསལ་ཁྱད་ཚོས་ཡོད་པ་རང་ཚོས་ཤེས་ཡོད། གལ་ཏེ་ལྡན་ཀོར་དེ་རིམ་གྲངས་
 ཤིག་ལ་བསྐྱོམས་ན། བསྐྱོམས་ཐོབ་རིམ་གྲངས་དེ་རང་རེད། 0 རྟེན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱང་ཡིན་སྟབས། རང་ཚོས་ལུགས་
 ལྡན་གྲངས་ཤིག་ལྡན་ཀོར་ཐོག་བསྐྱོམས་ན་གང་འཕྲོབ་མིན་བརྟེན། །

$$0 + \quad = \frac{0}{9} + \frac{7}{9} = \frac{0+7}{9} =$$

(ལུགས་ལྡན་གྲངས་0 རྟེན་q ≠ 0 འདྲ་མཚུངས་ ལྟར་བྲིས་ཚོག་པ་དྲན་གསོ་བྱོས།)

$$\begin{aligned} \text{དེ་བཞིན།} \quad & \frac{-15}{209} + 0 = \quad + \quad = \frac{-15+0}{209} = \\ & + 0 = \frac{p}{q} + \frac{0}{q} = \frac{p+0}{q} = \end{aligned}$$

དངོས་སྤང་ཚོར།

ཁྱད་ཚོས། 1 **x ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན།** **0 + x = x + 0 = x**





ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ། རིལ་གྲངས་གང་རུང་ x སྐབས། $x + (-x) = 0$ ཡིན།

དཔེར་ན། $5 + (-5) = 0$, $-101 + 101 = 0$

རིལ་གྲངས་ $-x$ ལ་ x ཡི་ལྡོག་གྲངས་ཟེར།

དེས་ན། -5 རི་ 5 ཡི་ལྡོག་གྲངས་དང་། 101 རི་ -101 གི་ལྡོག་གྲངས་རེད།

ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ལའང་ཁྱད་ཚོས་འདི་བཞིན་ཡོད། དཔེར་ན།

གལ་ཏེ་ $x = \frac{p}{q}$ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{-p}{q}$ རི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན།

དེ་ཡང་། $+ \left(\frac{-p}{q} \right) = \frac{0}{q} = 0$ རེད།

ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། $\frac{-p}{q}$ རི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ $x = \frac{p}{q}$ ཡི་ལྡོག་གྲངས་རེད། དཔེར་ན། $\frac{-3}{7}$ རི་

གྱི་ལྡོག་གྲངས་དང་། $\frac{9}{11}$ རི་ $\frac{-9}{11}$ གི་ལྡོག་གྲངས་རེད།

དེར་བརྟེན། ང་ཚོས།

ཁྱད་ཚོས་༡༤ གལ་ཏེ་ x ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $-x$ ཡང་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ལ།

$x + (-x) = (-x) + x = 0$ ཡིན། $-x$ ལ་ x ཡི་ལྡོག་གྲངས་ཟེར།

ཁྱད་ཚོས་འདི་ལས། གལ་ཏེ་ $-x$ རི་ x ཡི་ལྡོག་གྲངས་ཡིན་ན། x རི་ $-x$ ཡི་ལྡོག་གྲངས་ཡིན། དེ་ནི། $x = -(-x)$

ཚུལ་དཔེ། 5. ཀ) $x = 5$ དང་། $x = \frac{-5}{7}$ སྐབས། $-(-x) = x$ ཡིན་པའི་བཤེར་ཚུལ་སྤྲོད།

ཁ) $x = 5$ དང་། $x = \frac{-2}{3}$, $y = 7$ སྐབས།

$-(x + y) = (-x) + (-y)$ ཡིན་པའི་བཤེར་ཚུལ་སྤྲོད།

ལན། ཀ) $= -\left(\frac{-8}{5}\right) = \frac{-(-8)}{5} = 5$ དང་།

$-\left[-\left(\frac{-5}{7}\right)\right] = -\left[\frac{-(-5)}{7}\right] = -\left(\frac{5}{7}\right) = \frac{-5}{7}$

དེར་བརྟེན། བོང་གི་གནས་སྐབས་གཉིས་ཀའི་སྐབས། $-(-x) = x$ ཡིན།

$\frac{8}{5} - \frac{8}{5}$





ཁ) $x = 5$ ལྟར་ $y = \frac{5}{7}$ ཡིན་སྐབས།

$$-(x + y) = -\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right) = -\left(\frac{14+15}{21}\right) = \frac{-29}{21} \text{ ལྟར།}$$

$$(-x) + (-y) =$$

$$= \left(\frac{-2}{3}\right) + \left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-2 \times 7 + (-5) \times 3}{3 \times 7} =$$

ཡང་མ $x = 5$ ལྟར་ $y = \frac{5}{7}$ ཡིན་སྐབས།

$$-(x + y) = = -\left(\frac{-2 \times 7 + (-5) \times 3}{3 \times 7}\right) = -\left(\frac{-29}{21}\right) = -\left(\frac{(-29)}{21}\right) = \frac{29}{21} \text{ ལྟར།}$$

$$(-x) + (-y) = \left[-\left(\frac{-2}{3}\right)\right] + \left[-\left(\frac{-5}{7}\right)\right]$$

$$= \frac{-(-2)}{3} + = + \frac{5}{7} = \frac{2 \times 7 + 5 \times 3}{3 \times 7} =$$

དེར་བརྟེན། མོང་གི་གནས་སྟངས་གཉིས་ཀའི་སྐབས། $-(x + y) = (-x) + (-y)$ ཡིན།



སློབ་ཚན་2.1



༡ རྩོམས།

ཀ) $\frac{6}{7}$ ལྟར་ $\frac{4}{7}$

ཁ) $\frac{7}{13}$ ལྟར་ $\frac{-6}{13}$

ག) 5 ལྟར་ $\frac{11}{-17}$

ང) $\frac{-23}{28}$ ལྟར་

༢ ཚི་ཐོབ།

ཀ) $\frac{-7}{9} +$

ཁ) $\frac{-3}{-11} +$

ག) $\frac{-8}{19} +$

ང) $+ +$





༡། བཤེར་ཅིས་སྐྱོབ།

ཀ) $\quad + \quad = \quad + \quad$ ཁ) $\quad + \quad = -4 + \quad$

ག) $\quad + (-7) = -7 + \quad$ ཅ) $\quad + \frac{-5}{8} = \quad + \quad$

༢། བཤེར་ཅིས་སྐྱོབ།

ཀ) $\frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6} + \frac{7}{8}\right) = \left(\frac{3}{4} + \frac{-5}{6}\right) + \frac{7}{8}$ ཁ) $\frac{-1}{3} + \quad = \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{9}\right) + \frac{-8}{13}$

ག) $\quad + \quad = \left(\frac{-2}{3} + \frac{7}{8}\right) + \frac{-3}{5}$ ཅ) $\quad + \quad = \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right) + \frac{-4}{7}$

༣། གཤམ་གསལ་ཅིས་གཞི་རྒྱུ་བས་སྐྱབས་བདེར་བཅོས།

ཀ) $\quad + \frac{8}{3} + \frac{-11}{15} + \quad + \frac{-2}{3}$ ཁ) $\quad + 0 + \frac{-8}{9} + \quad + \quad$



$\left(\frac{3}{4} + \frac{-5}{6}\right) + \frac{7}{8}$

༣༤ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་འཕྲེན་ཅིས། Subtraction of Rational Numbers

ང་ཚོས་བྲན་གསོ་བྱས་ན། x དང་ y རིལ་གྲངས་ཡིན་ན། x ལས་ y འཕྲེན་པ་ནི། x ལ་ $-y$ ལྷོ་པ་དང་གཅིག་མཚུངས་ཡིན། དེ་ནི། $x - y = x + (-y)$ རེད།

འདིར། མཉམ་བུའི་གཡོན་སྐྱོགས་སུ་ཡོད་པའི་ཉམས་ ‘ $-$ ’ འདི་ཡིས་འཕྲེན་ཅིས་མཚོན་པ་དང་། གཡམས་སྐྱོགས་སུ་ཡོད་པའི་ཉམས་ ‘ $-$ ’ འདིས་ y ཡི་སྐྱོག་གྲངས་མཚོན། ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་འཕྲེན་ལྷགས་ཀྱང་ང་ཚོས་འདི་ལྟར་བཤད་རྒྱ་ཡིན།

ལྷག་པར་དུ་ $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཡིན་ན།

$$\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{p}{q} + \left(\frac{-r}{s}\right)$$





$$\begin{aligned} \text{དེས་ན། } \frac{2}{3} - \frac{1}{5} &= \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{5}\right) \\ \frac{6}{11} - \left(-\frac{8}{7}\right) &= \frac{6}{11} + \left[-\left(-\frac{8}{7}\right)\right] = \frac{6}{11} + \frac{8}{7} \\ \frac{-13}{15} - \quad &= \frac{-13}{15} + \quad \\ \frac{-8}{21} - \quad &= \frac{-8}{21} + \quad = \frac{-8}{21} + \quad \end{aligned}$$

གཡམས་ཀྱི་ཕྱི་ཐབས་གཞི་རྒྱུ་ལྡན་སློབ་ཀྱི་ལུགས་ལྷན་ཕྱི་ཐབས་རྒྱག་ཚུགས་ཤིང་།

ཕྱི་ཐབས་6. འཐེན།

ཀ) $\frac{2}{3}$ རྣམས་ $\frac{1}{5}$ ཁ) $\frac{6}{11}$ རྣམས་ $-\frac{8}{7}$ ག) ལྷས་ ང) $-\frac{8}{21}$ རྣམས་

ལན།

$$\begin{aligned} \text{ཀ)} \quad -\frac{1}{5} &= \frac{2}{3} + \left(\frac{-1}{5}\right) = \frac{2 \times 5 + (-1) \times 3}{3 \times 5} = \\ \text{ཁ)} \quad \frac{6}{11} - \left(-\frac{8}{7}\right) &= \frac{6}{11} + \left[-\left(-\frac{8}{7}\right)\right] = \frac{6}{11} + \frac{8}{7} = \frac{6 \times 7 + 8 \times 11}{11 \times 7} = \\ \text{ག)} \quad \frac{-13}{15} - \quad &= \frac{-13}{15} + \quad = \frac{-13 \times 9 + (-19) \times 5}{135} = \\ \text{ང)} \quad - \quad &= \frac{-8}{21} + \quad = \frac{-8}{21} + \quad = \frac{-8 \times 19 + 15 \times 21}{21 \times 19} = \end{aligned}$$

ཕྱི་ཐབས་7.

ཀ) $\frac{19}{27}$ ལ་གང་བསྐྱེད་པ་ན་ $-\frac{13}{15}$ འབྲུང་ངམ།

ཁ) འཐེན་པར་ ལ་གང་སྐྱོན་དགོས་སམ།

ལན།

ང་ཚོས་ཀྱི་བ་ཀ) བ་དང་ཁ) བ་གཉིས་ཐབས་ལམ་མི་འདྲ་བ་གཉིས་ཀྱི་སློབ་ཚན་བརྟེན་ལྟར་ཡིན།

ཀ) ང་ཚོས་ ལ་ $\frac{p}{q}$ བསྐྱེད་ནས་ $-\frac{13}{15}$ འཐེན་པར་ཆ་བཞག་ན། དེ་ནི། $+\frac{p}{q} = \frac{-13}{15}$





ལྷགས་གཉིས་ཀར་ བརྒན་ན་ང་ཚོར་ཐོབ་པ་ནི།

$$\begin{aligned}
&+ \frac{p}{q} + \frac{-19}{27} = \quad + \\
&= \frac{-13}{15} + \\
&= \quad = \quad =
\end{aligned}$$

ཁ) དགོས་མཁོའི་གྲངས་ནི།

$$\begin{aligned}
&\frac{-8}{21} - \\
&= \frac{-8}{21} + \\
&= \frac{-8}{21} + \quad = \frac{-8 \times 19 + 15 \times 21}{21 \times 19} \\
&= \quad =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{-15}{19} + \quad = \frac{-15 \times 21 + 163}{399} = \quad = \\
&= \quad (བརྒྱས་ཤོས་ཀྱི་ནམ་པ།)
\end{aligned}$$

གལ་ཏེ་ x དང་ y རིམ་གྲངས་ཡིན་ན། $x - y$ $y - x$ ཡིན་པ་ང་ཚོས་ཤེས་ཀྱི་ཡོད། དེ་བཞིན་ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ཀྱི་སྐབས་སུ་འདྲ་ $x - y$ $y - x$ ཡིན་པ་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་བཤེར་ཅིས་བརྒྱབ་ནས་འགྲེལ་བཟོད་བྱེད་ཐུབ།

དཔེར་ན། གལ་ཏེ་ $x = \frac{3}{5}$ དང་ $y = \frac{7}{9}$ ཡིན་ན།

$$x - y = \frac{3}{5} - \frac{7}{9} = \frac{3 \times 9 - 7 \times 5}{5 \times 9} = \quad =$$

$$\text{དང་། } y - x = \frac{7}{9} - \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5 - 3 \times 9}{9 \times 5} =$$

དེར་བཞིན། $x - y \neq y - x$ རེད། དོ་སྣང་བྱ་རྒྱུར། $x - y = -(y - x)$ རེད།

སྒྲུབ་ཡང་། རིམ་གྲངས་ x, y, z བཅས་ཀྱི་སྐབས་སུ་འདྲ་ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ།





$(x + y) + z = x + (y + z)$ རེད། འོན་ཀྱང་། $z = 0$ ཡིན་ན་མ་གཏོགས། $(x - y) - z = x - (y - z)$ འདི་
མི་བདེན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་འཐེན་རྩིས་སྐབས་སུའང་དེ་བཞིན་ཡིན། དཔེར་ན།

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{7} \text{ བཅས་ཡིན་ན།}$$

$$(x - y) - z = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

$$\text{འོན་ཀྱང་། } x - (y - z) = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7}\right) = \frac{1}{2} - \frac{4}{21} = \frac{13}{42}$$

ལྷན་ཀོར་ལ་མཚོན་ན། རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ x ཚང་མའི་སྐབས་སུ་ང་ཚོར།

$$x - 0 = x \quad (x + 0 = x \text{ བཞིན་)} \text{ ཡོད་པ་དང་།}$$

$$0 - x = -x \quad (0 + x = x \text{ ཡིན་ནའང་།}) \text{ རི། } x = 0 \text{ སྐབས་ཁོ་ན་མ་གཏོགས་མེད།}$$



3.4 ལྷབས་བདེ་བཟོ་བའི་ཐབས་ལམ། A Working Rule for Simplification

ང་ཚོས་རྩིས་གཞི་ $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} + \left(\frac{-2}{5}\right) + \frac{7}{8} - \frac{3}{2} + \frac{4}{5}$ ལྷ་བྱ་ཞིག་ལྷབས་བདེ་བཟོ་དགོས་ན། ང་ཚོས་གྲངས་

གཉིས་རེ་གྲངས་ནས་ལྷབས་བདེ་བཟོ་ཚོག་ འོན་ཀྱང་། འདི་ལྷ་བྱའི་རྩིས་གཞི་ནམས་ང་ཚོས་གཤམ་གྱི་གོམ་རིམ་ཁག་སྟུང་
ན་ལས་སྤོང་ལྷབས་བདེ་བཟོ་བྱེད།

**གོམ་པ། 1 གྲངས་ཀ་ཚང་མའི་སློབ་མ་ཆ་(LCM)ཚོལ། (སྐབས་འདིར་LCM = 40 རེད།) འདི་ནི་
ལྷབས་བདེ་བཟོས་ཟིན་པའི་དགོས་མཁོའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་མ་ཆ་ཡིན། (འདི་ད་དུང་བསྐྱུས་
གོས་ཀྱི་རྣམ་པ་མིན་པའང་ཡོང་གི་དུ།)**

གོམ་པ། 2 ལྷབས་བདེའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་བྱ་ཆ་འཐོབ་པར་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་ལྷ་བྱ་དགོས།

ཀ) ལུགས་ལྡན་གྲངས་དང་པོའི་མ་ཆས་LCM བགོས་ན། བགོས་ཐོབ་ཅིག་འབྱུང་། (སྐབས་འདིར། དེ་ནི་5 ཡིན།)

ཁ) བྱ་ཆ་དང་པོ་དེ་གོང་དུ་ཐོབ་པའི་བགོས་ཐོབ་ཀྱིས་བསྐྱུར་ན་རིམ་གྲངས་ཤིག་འབྱུང་། (སྐབས་འདིར་དེ་ནི་15 ཡིན།)

ག) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མའི་སྐབས་གོམ་པ་ཀ) པ་དང་ཁ) པ་བསྐྱུར་སྒྲིལ་བྱོས། (སྐབས་འདིར། རིམ་གྲངས་





ནམས་20, - 16, 35, 60, 32 བཅས་ཡིན།)

ང་། ལྷགས་ལྡན་གྲངས་དབར་གྱི་སློམ་ཉགས་དང་། འཐེན་ཉགས་དེ་མུར་བཞག་སྟེ། རིལ་གྲངས་ཅན་གྱི་ཕྱི་ཐབས་གཞི་བཟོས། (སྐབས་འདིར་ཕྱི་ཐབས་གཞི་ནི། $15 + 20 + (-16) + 35 - 60 + 32$ ཡིན།)

ཅ་། ཁོང་གི་ཕྱི་ཐབས་གཞི་ལས་ཐོབ་པའི་གྲངས་དེ་ནི་དགོས་མཁོའི་གྲངས་ཀྱི་བྱ་ཆ་ཡིན། (སྐབས་འདིར་བྱ་ཆ་26 ཡིན།)

གོམ་པ། ༡ མཐའ་མའི་ཐོབ་གྲངས་དེ་བསྐྱུས་ཤོས་ཀྱི་ནམས་པར་མེད་ན། བསྐྱུས་ཤོས་སུ་བཟོས་པ་ན། དེ་ནི་

སྐབས་བདེར་བཟོ་རྒྱུའི་དགོས་མཁོའི་གྲངས་དེ་ཡིན། (སྐབས་འདིར། $\frac{26}{40}$ བསྐྱུས་ཤོས་སུ་བཟོས་

ན། $\frac{13}{20}$ ཐོབ།)

ཕྱི་ཐབས་དཔེ། 8. ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ལྟར་བྲིས།

$$\frac{2}{5} + \frac{8}{3} - \frac{12}{15} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3}$$

ལན། དགོས་མཁོའི་གྲངས་ཀྱི་མ་ཆ་ནི། 5, 3, 15, 5, 3 བཅས་ཀྱི་LCM = 15 (གོམ་པ་༡)

$$\frac{2}{5} : 15 \div 5 = 3 \quad (\text{གོམ་པ་༣་ག་།})$$

$$2 \times 3 = \boxed{6} \quad (\text{གོམ་པ་༣་ཁ་།})$$

$$\frac{8}{3} : 15 \div 3 = 5$$

$$8 \times 5 = \boxed{40} \quad (\text{གོམ་པ་༣་ག་།})$$

$$\frac{12}{15} : 15 \div 15 = 1$$

$$12 \times 1 = \boxed{12} \quad (\text{གོམ་པ་༣་ག་།})$$

$$\frac{4}{5} : 15 \div 5 = 3$$

$$4 \times 3 = \boxed{12} \quad (\text{གོམ་པ་༣་ག་།})$$

$$\frac{2}{3} : 15 \div 3 = 5$$

$$2 \times 5 = \boxed{10} \quad (\text{གོམ་པ་༣་ག་།})$$





$$\begin{aligned} \text{དགོས་མཁོའི་བྱ་ཆ།} &= 6 + 40 - 12 + 12 - 10 \\ &= 58 - 22 = 36 \end{aligned}$$

དེར་བརྟེན། དགོས་མཁོའི་གྲངས་ = $\frac{36}{15} = \frac{12}{5}$ རི་བརྩམས་ཤོས་ཀྱི་ནམ་པ་ཡིན། (གོམ་པ་ཉ་པ།)

གོང་གི་ཚི་ཐབས་ལུགས་གཤམ་གསལ་ལྟར་མགྲོགས་ལམ་གྱི་སྒྲིབ་ནས་འབྲི་བྱ།

$$\begin{aligned} &\frac{2}{5} + \frac{8}{3} - \frac{12}{15} + \frac{4}{5} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{(2 \times 3) + (8 \times 5) - (12 \times 1) + (4 \times 3) - (2 \times 5)}{15} \\ &= \\ &= \\ &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$



སྒྲིབ་ཚན་2.2



༡ དེ་བག་ཚོལ།

ཀ) $\frac{13}{15} - \frac{12}{25}$ ཁ) $\frac{7}{24} - \frac{19}{36}$ ག) $\frac{5}{63} - \frac{-8}{21}$ ང) -

༢ གཤམ་གསལ་སྐབས་གྲངས་དང་པོ་དེ་གཉིས་པ་ལས་འབྲེན། དེ་ནས་གྲངས་གཉིས་པ་དེ་དང་པོ་ནས་འབྲེན། ཚི་ཐབས་འབྲས་གཉིས་ལ་བྱུང་བར་ཡོད་མེད་ལྟོས།

ཀ) , $\frac{5}{8}$ ཁ) $\frac{1}{4}$, $\frac{-1}{8}$ ག) , $\frac{5}{22}$

༣ ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་སྒྲིབ་-8 རེད། གལ་ཏེ་གྲངས་གཅིག་ $\frac{-15}{7}$ ཡིན་ན། གྲངས་གཞན་དེ་ཚོལ།





༤། ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་སློབ་པ་ རེད། གལ་ཏེ་གྲངས་གཅིག་ $\frac{-8}{19}$ ཡིན་ན། གྲངས་གཞན་དེ་གང་ཡིན་ བཤ།

༥། ལ་གང་བསྐྱོན་ན་ འཕྲོ་བ་བཤ།

༦། $\frac{26}{33}$ ལས་གང་འཕྲེན་ན་ $\frac{-5}{11}$ འབྱུང་ངམ།

༧། ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ཚིག་ཐབས་གཞི་གཉིས་རེ་ཡོད་པ་རྣམས་བཅུས་རྗེས། ཚིག་འབྲས་གཅིག་པ་ཡིན་མིན་ལྟོས།

༧) $-\frac{-4}{12}, \quad -$

༨) $\left(\frac{5}{14} - \frac{-7}{9}\right) - \frac{3}{42}, \quad \frac{5}{14} - \left(\frac{-7}{9} - \frac{3}{42}\right)$

༨། ལྷགས་བདེ་བཅོས།

༧) $\frac{-2}{3} + \quad - \frac{-7}{6}$

༨) $-\frac{-2}{9} +$

༩) $+\frac{-2}{5} -$

༩) $+\frac{-5}{18} -$

༩། ཁ་སྐོང་ཤ།

༧) $\frac{-4}{13} - \quad = \square$

༨) $\quad + \square = -1$

༩) $\quad + \square = 3$

༩) $\square + \quad = 4$

༡༠། གཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་རྣམས་ཀྱི་མཛུགས་ཏུ་བདེན་པ་ཡིན་ན་ **བདེན་དང**། རྩོད་པ་ཡིན་ན་ **རྩོད་ཞེས་བྲིས།**

༧) $-4 < \frac{-12}{5} -$

༨) $\frac{-3}{4} - \quad >$

༩) ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་སློབ་གྲངས་ཀྱི་སློབ་གྲངས་ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤི་རེད།

༩) x དང་ y ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཡིན་པ་དང་། $x > y$ ཡིན་ན།

$x - y$ རི་ཏུ་གྲུ་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤི་ཡིན།





༡་༦ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་སྐྱར་རྩིས། Multiplication of Rational Numbers

ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་སྐྱར་སྐྱངས་ནི། གྲངས་ཆ་གཉིས་སྐྱར་སྐྱངས་དང་འདྲ་བ་ཞེ། གལ་ཏེ། $\frac{p}{q} \times \frac{r}{s}$

ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཡིན་ན། དུ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ།

$$\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{p \times r}{q \times s} = \frac{\text{མ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ།}}{\text{མ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ།}}$$

ཚིག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། དེའི་
དུ་ཆ་ནི་དུ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་དང་། མ་ཆ་ནི་མ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ཡིན།

རྩིས་དཔེ། 9. བསྐྱར་ཐོབ་ཚོལ།

- ཀ) $5 \times \frac{-5}{7}$
- ཁ) $5 \times$
- ག) $\frac{-13}{19} \times 5$

ལན།

ཀ) $\times \frac{-5}{7} =$

=



ཁ) $\times = \frac{(-2) \times 6}{11 \times 5}$

=



ག) $\times =$

=





༡.༥ ལྷུང་ཕྱི་ཕྱི་ཁྱེད་ཚོས། Properties of Multiplication

འདི་ནི་གྲུ་སྒྲོན་མའི་སྐབས་སུ་ང་ཚོས་རིལ་གྲངས་ཀྱི་ལྷུང་ཕྱི་ཕྱི་ཁྱེད་ཚོས་འགའ་ལྷུངས་ཡོད། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྷུང་ཕྱི་ཕྱི་ཁྱེད་ཚོས་ལའང་ཁྱེད་ཚོས་འདི་འདྲ་ཡོད། དཔེར་ན། རིལ་གྲངས་ཀྱི་སྐབས། གལ་ཏེ་ x དང་ y གཉིས་རིལ་གྲངས་ཡིན་ན། ང་ཚོས། $x \times y = y \times x$ ཡོད།

གལ་ཏེ་ x དང་ y གཉིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན་གང་འབྲུང་ངམ་ཞེ་ན། འདིར་ང་ཚོས་དཔེ་མཚོན་འགའ་བརྒྱུད་ནས་

བརྟུན་ཚོགས། གལ་ཏེ། $x = \frac{35}{9}$ དང་ $y = \frac{7}{82}$ ཡིན་ན།

$$x \times y = \frac{35}{9} \times \frac{7}{82} = \frac{35 \times 7}{9 \times 82}$$

=

$$\text{དང་། } y \times x = \frac{7}{82} \times \frac{35}{9} = \frac{7 \times 35}{82 \times 9} =$$

$$\text{དེར་བརྟེན། } \frac{35}{9} \times \frac{7}{82} = \frac{7}{82} \times \frac{35}{9} \quad \text{དེ་ནི། } x \times y = y \times x$$

$$\text{དེ་བཞིན། } \frac{21}{16} \times \frac{-11}{5} = \quad =$$

$$\text{དང་། } \quad \times \quad = \frac{(-11) \times 21}{5 \times 16} =$$

$$\text{འདིར་ཡང་། } \quad \times \frac{-11}{5} = \quad \times$$

ལྷུང་བཏང་། $x = \frac{p}{q}$ དང་ $y = \frac{r}{s}$ ཡིན་སྐབས།

$$x \times y = \frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{p \times r}{q \times s}$$

$$y \times x = \quad \times \frac{p}{q} = \frac{r \times p}{s \times q}$$

ང་ཚོས་རིལ་གྲངས་ཀྱི་ལྷུང་ཕྱི་ཕྱི་ཁྱེད་ཚོས་ལས་ཤེས་གསལ་ལ།

$$p \times r = r \times p \quad \text{དང་།} \quad q \times s = s \times q$$



248 (1-11)
1686 × 5



དེ་ལས། $\frac{r}{s} = \frac{r}{s} \times \frac{p}{q}$ དེ་ནི། $x \times y = y \times x$ ཡིན། དེས་ན། ང་ཚོས་བཤད་ཐུབ་པ་ཞིག་ལ།

བྱད་ཚེས། ༡ x དང་ y ལུགས་ལྷན་གྲངས་ཡིན་ན། $x \times y = y \times x$ རེད།

ཡང་གལ་ཏེ། x, y, z གསུམ་རིལ་གྲངས་ཡིན་ན། $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$ རེད།

ང་ཚོས་བྱད་ཚེས་འདི་ལུགས་ལྷན་གྲངས་ལའང་ཡོད་མེད་བལྟ་བར་བྱའོ།

དཔེར་ན། གལ་ཏེ། $x = \frac{-3}{4}$, $y =$, $z =$ ཡིན་ན།

$$\begin{aligned} (x \times y) \times z &= \left(\frac{-3}{4} \times \frac{-2}{11}\right) \times \frac{5}{7} = \left(\frac{-3 \times (-2)}{4 \times 11}\right) \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{6}{44} \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{15}{154} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \times (y \times z) &= \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{-3}{4} \times \frac{5}{7} \\ &= \frac{-15}{28} \end{aligned}$$



དེར་བརྟེན། $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$

$$\begin{aligned} \text{དེ་བཞིན།} \left(\frac{4}{9} \times \frac{-13}{3}\right) \times \frac{15}{7} &= \left(\frac{4 \times (-13)}{9 \times 3}\right) \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{-52}{27} \times \frac{15}{7} \\ &= \frac{-780}{189} \\ &= \frac{-13 \times 15}{3 \times 7} \times \frac{4}{9} \\ &= \frac{4}{9} \times \left(\frac{-13 \times 15}{3 \times 7}\right) \\ &= \frac{4}{9} \times \left(\frac{-195}{21}\right) \end{aligned}$$





$$= \frac{-780}{189} =$$

གོང་གི་དཔེ་མཚོན་ནམས་ནི་གཤམ་གསལ་བྱུང་ཚེས་ཀྱི་གནས་སྟངས་དམིགས་བསལ་ཅན་རེད།

ཁྱད་ཚུལ། ༡ x, y, z གསུམ་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$ རེད།

རིལ་གྲངས་སྐབས་ཁྱད་ཚུལ་འདི་ལས་ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ། རིལ་གྲངས་གསུམ་མམ་དེ་ལས་མང་བ་གྲག་ཉགས་མེད་པར་བརྒྱུར་བྱུང་བ་བཞིན། ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གསུམ་མམ་དེ་ལས་མང་བ་བརྒྱུར་སྐབས་ཀྱང་གྲག་ཉགས་མ་སྐྱོད་པར་བརྒྱུར་བྱུང། གནས་ལྷགས་འདི་ང་ཚོས་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ x, y, z, t བཅས་ཀྱི་སྐབས་ཕྱིས་དཔེ་འོས་པ་བྲངས་ནས་བཤེར་ཕྱིས་སྒྲག་བྱུང། དེ་ཡང་།

$$\begin{aligned} (x \times y) \times (z \times t) &= [x \times (y \times z) \times t] \\ &= [(x \times y) \times z] \times t \\ &= x \times [y \times (z \times t)] \\ &= x \times [(y \times z) \times t] \end{aligned}$$

བརྒྱུར་ཐོབ་འདི་དག་ཚང་མ། $x \times y \times z \times t$ ལྟར་འབྲི་བྱུང།

0060105)
279

ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ། 0 དང་1 གཉིས་ནི་རིལ་གྲངས་དམིགས་བསལ་ཅན་གཉིས་རེད། རྒྱད་ཀོར་དང་རིལ་གྲངས་ཀྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ནི་རྒྱད་ཀོར་དང་། 1 དང་རིལ་གྲངས་ཀྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ནི་རིལ་གྲངས་དེ་རང་ཡིན་པས། དེ་དག་ནི་རིལ་གྲངས་དམིགས་བསལ་ཅན་ཡིན། 0 དང་1 ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱང་ཡིན་པས། གོང་གི་ཁྱད་ཚུལ་དེ་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ལའང་རང་བཞིན་གྱིས་གཅིག་མཚུངས་སུ་ཡོད།

ཁྱད་ཚུལ། ༡ x ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གང་རུང་ཞིག་ཡིན་ན། $x \times 0 = 0 \times x = 0$ རེད།

$$\begin{aligned} \text{དཔེར་ན།} \quad 73 \times 0 &= \frac{73}{82} \times \frac{0}{1} = \frac{73 \times 0}{82 \times 1} = 0 \\ 0 \times \frac{-105}{279} &= \frac{-105}{279} \times \frac{0}{1} = \frac{-105 \times 0}{279 \times 1} = 0 \end{aligned}$$

ཁྱད་ཚུལ། ༢ x ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གང་རུང་ཞིག་ཡིན་ན། $x \times 1 = 1 \times x = x$ རེད།

$$\text{དཔེར་ན།} \quad \frac{386}{273} \times 1 = \frac{386}{273} \times \frac{1}{1} = \frac{386 \times 1}{273 \times 1} =$$





$$1 \times \frac{-983}{1010} = \quad \times \frac{-983}{1010} = \quad =$$

འཛིན་གྲངས་ཀྱི་ཁྱད་ཚོས་གལ་ཆེ་བ་ཞིག་ནི། $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$

དེ་ནི། རྩོན་དུ་བརྩོམས་ནས་དེ་རྩིས་སྦྱར་བ་དང་། རྩོན་ལ་བསྦྱར་ནས་དེ་རྩིས་སྦྱོམ་པ་གཉིས་གཅིག་པ་ཡིན།

དེ་བཞིན། འཕྲེན་རྩིས་སྐབས་ལའང་། $x \times (y - z) = x \times y - x \times z$

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ལའང་ཁྱད་ཚོས་འདི་དང་འདྲ་བ་ཡིད།

ཁྱད་ཚོས། x, y, z གསུམ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན།

ཀ༽ $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$

ཁ༽ $x \times (y - z) = x \times y - x \times z$

རྩིས་དཔེ། 10. རྩིས་འབྲས་ཚོལ།

ཀ) $\quad \times \left(\frac{9}{5} + \frac{6}{7}\right)$ དང་ ཁ) $\frac{2}{3} \times \frac{9}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{6}{7}$

འདི་གཉིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཅིག་རང་ཡིན་མིན་ལྟོས།

ལན། ཀ) $\frac{2}{3} \times \left(\frac{9}{5} + \frac{6}{7}\right) = \frac{2}{3} \times \left(\frac{9 \times 7 + 5 \times 6}{5 \times 7}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{63 + 30}{35}$
 $= \quad \times \frac{93}{35}$
 $= \frac{186}{105} = \frac{62}{35}$ (བརྒྱས་ཤོས་ཀྱི་རྣམ་པ།)

ཁ) $\frac{2}{3} \times \frac{9}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 9}{3 \times 5} + \quad = \quad + \frac{12}{21}$
 $= \frac{126 + 60}{105}$
 $= \quad = \frac{62}{35}$ (བརྒྱས་ཤོས་ཀྱི་རྣམ་པ།)

དེར་བརྟེན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་འདི་གཉིས་གཅིག་རེད།



ཉི་མ་དཔེ། 11. ག་གམ་གསལ་ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ནམས་སྟབས་བདེ་བཟོས་རྗེས། དེ་དག་གཅིག་པ་ཡིན་མིན་
ཉམས།

$$\text{ཀ)} \quad \frac{7}{12} \times \left(\frac{28}{13} - \frac{5}{11} \right) \qquad \text{ཁ)} \quad \frac{7}{12} \times \frac{28}{13} - \frac{7}{12} \times \frac{5}{11}$$

ལན། ཀ) $\frac{7}{12} \times \left(\frac{28}{13} - \frac{5}{11} \right) = \frac{7}{12} \times \frac{28 \times 11 - 5 \times 13}{13 \times 11}$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{308 - 65}{143}$$

$$= \frac{7}{12} \times \frac{243}{143}$$

$$= \frac{1701}{1716}$$

ཁ) $\frac{7}{12} \times \frac{28}{13} - \frac{7}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{196}{156} - \frac{35}{132}$

$$= \frac{196 \times 11 - 35 \times 13}{1716}$$

$$= \frac{2156 - 455}{1716}$$

$$= \frac{1701}{1716}$$

$$\frac{2156 - 455}{1716} = \frac{1701}{1716}$$

དེར་བརྟེན། ལྷགས་ལྷན་གྲངས་འདི་གཉིས་གཅིག་རེད།



སློབ་ཚན། 2.3



༡ ལྷུ་རྩ།

ཀ) $\frac{3}{11} \text{ བྲང} \cdot \frac{2}{5}$

ཁ) $\frac{3}{7} \text{ བྲང} \cdot \left(\frac{-2}{5}\right)$

ག) $\left(\frac{-2}{9}\right) \text{ བྲང} \cdot \frac{23}{54}$

ང) $\left(\frac{-3}{7}\right) \text{ བྲང} \cdot \frac{7}{5}$

ཅ) $\left(\frac{-5}{17}\right) \text{ བྲང} \cdot \frac{3}{10}$

ཆ) $\frac{6}{7} \text{ བྲང} \cdot \left(\frac{-17}{18}\right)$

ད) $\left(\frac{5}{-13}\right) \text{ བྲང} \cdot \left(\frac{-26}{15}\right)$

ཉ) $\left(\frac{-6}{11}\right) \text{ བྲང} \cdot \frac{44}{13}$

ཏ) $\left(\frac{9}{-11}\right) \text{ བྲང} \cdot \left(\frac{22}{-27}\right)$

ཐ) $\left(\frac{-8}{25}\right) \text{ བྲང} \cdot \left(\frac{-5}{16}\right)$

༢ ཚིས་འབྲས་བུ་ལ་རྒྱུ་རྩ། ཚིས་འབྲས་ཁག་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཚད་ལྡན་གྱི་ནམ་པའི་ཐོག་མཚོན།

ཀ) $\frac{-8}{7} \times$

ཁ) $\frac{7}{3} \times \frac{-1}{28}$

ག) $\times (-27)$

ང) $\times \frac{-18}{91}$

༣ ག་གམ་གསལ་ནམས་ཀྱི་སྐབས་སུ། $x \times y = y \times x$ ཡིན་པའི་བཤེར་ཚིས་རྒྱུ་རྩ།

ཀ) $x =$, $y =$

ཁ) $x = \frac{2}{7}$, $y = \frac{-11}{8}$

ག) $x = 0$, $y =$

ང) $x = 1$, $y =$

༤ ཁ་སྐྱོངས།

ཀ) $\times = \times$ (དཔེ་མཚོན།)

ཁ) $-4 \times =$

ག) $\frac{3}{11} \times \frac{-5}{8} =$

ང) $-6 \times =$

༥ ག་གམ་གསལ་ནམས་ཀྱི་སྐབས་སུ། $x \times (y \times z) = (x \times y) \times z$ ཡིན་པའི་བཤེར་ཚིས་རྒྱུ་རྩ།



ཀ། $x = \quad, y = \frac{-11}{3}, z =$

ཁ། $x = 0, y = \frac{-12}{5}, z =$

ག། $x = 1, y = \frac{-5}{2}, z =$

ང། $x = \frac{1}{2}, y = \frac{4}{3}, z = \frac{-7}{5}$

༦། ལ་སྐྱོངས།

ཀ། $\times \left[\frac{4}{5} \times \frac{-7}{8} \right] = \left(\frac{-3}{4} \times \frac{4}{5} \right) \times \frac{-7}{8}$ (དཔེ་མཚོན།)

ཁ། $\times \left(\frac{3}{4} \times \frac{-5}{13} \right) =$

ག། $-4 \times \left(-6 \times \frac{-7}{11} \right) =$

ང། $\frac{-2}{9} \times$

༧། གཤམ་གསལ་རྣམས་ཀྱི་སྐབས་སུ། $x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$ ཡིན་པའི་བཤེར་ཚིས་རྒྱུ་ལ།

ཀ། $x = \frac{-3}{4}, y = \quad, z = \frac{7}{6}$ ཁ། $x = -2, y = \frac{9}{5}, z = \frac{2}{3}$

ག། $x = \frac{-5}{2}, y = \quad, z = -1$ ང། $x = 0, y = \frac{-8}{3}, z = 1$

༨། བོད་གི་དྲི་བ་ལྟ་བུའི་ནང་གི་ x, y, z བཅས་ཀྱི་བྲིན་ལྷངས་ཏེ། $x \times (y - z) = (x \times y) - (x \times z)$ ཡིན་པའི་བཤེར་ཚིས་རྒྱུ་ལ།

༩། ལ་སྐྱོངས།

ཀ། $\times = \left(\frac{-4}{5} \times \frac{5}{7} \right) + \left(\frac{-4}{5} \times \frac{-8}{9} \right)$ (དཔེ་མཚོན།)

ཁ། $\frac{-3}{8} \times$

ག། $6 \times \left(\frac{-5}{7} + \frac{-3}{4} \right) =$

ང། $\frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{7} - \frac{4}{5} \right) =$

(1616 3 8)
(2541 799)



ཅད། $\frac{-4}{7} \times$ =

101 ག་གཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་ནམས་ཀྱི་མཇུག་ཏུ་བདེན་པ་ལ་བདེན་དང་། རོར་བ་ལ་ནོར་ཞེས་བྲིས།

- 1 ། x མོ་གྲངས་ཤིག་ཡིན་ན། $-1 \times x$ རི་མོ་གྲངས་ཡིན།
- 2 ། x མོ་གྲངས་ཤིག་ཡིན་ན། $-1 \times (0 - x)$ རི་མོ་གྲངས་ཡིན།
- 3 ། y མོ་གྲངས་ཤིག་ཡིན་ན། $-x \times y$ རི་མོ་གྲངས་ཡིན།
- 4 ། x གླད་ཀོར་མིན་ན། $x \times (y - z)$ ཡང་གླད་ཀོར་མིན།
- 5 ། $x \times (y - z)$ གླད་ཀོར་ཡིན་ན། $y = z$ ཡིན།
- 6 ། ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བརྒྱུད་ཐོབ་གྲངས་ཆ་ཡོང་མི་སྲིད།
- 7 ། རིམ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བརྒྱུད་ཐོབ་ཆ་གྲངས་ཡོང་མི་སྲིད།
- 8 ། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ x ལྟུངས་སུ། $x \times y = y + y + \dots$ ཐེངས་ x



3.4 ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྡོག་གྲངས། Reciprocal of a Rational Number

རིམ་གྲངས་གཉིས་ལས་གྲུབ་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{3}{7}$ ལྟུང་མ་ཆ་7 དང་ལྟུང་ཆ་3 ཡིན་པ་ཞིག་གི་མ་ཆ་དང་
 ལྟུང་གོ་ས་བརྗོད་ན། ང་ཚོར་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{7}{3}$ ཐོབ། སྤྱིར་གླད་ཀོར་མ་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ གང་རུང་
 ཞིག་ལ། གླད་ཀོར་མིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཞན་ $\frac{q}{p}$ ཞིག་ཡོད། གྲངས་འདི་ལ་ $\frac{p}{q}$ ཡི་ལྡོག་གྲངས་ (Reciprocal) ཟེར།
 གྲངས་ $\frac{7}{3}$ རི་ $\frac{3}{7}$ ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་རེད། དེ་བཞིན་ $\frac{9}{-13}$ དང་ཡང་ན་ $\frac{-9}{13}$ རི་ ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་ཡིན་པ་དང་།
 རི་ དང་ཡང་ན་ $\frac{-113}{105}$ ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་རེད།

ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། རི་ $\frac{p}{q}$ ཡི་ལྡོག་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{p}{q}$ རི་ $\frac{q}{p}$ ཡི་ལྡོག་གྲངས་རེད། དེ་རི་ $\frac{p}{q}$ དང་

$\frac{q}{p}$ རི་ཕན་ཚུན་ལྡོག་གྲངས་རེད། ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ འདི་ x ཡིས་མཚོན་ན། དེའི་ལྡོག་གྲངས་ $\frac{q}{p}$ རི་ x^{-1}

གིས་མཚོན་གྱི་ཡོད།





དེ་ནི་ $\left(\frac{p}{q}\right)^{-1} = \frac{q}{p}$ རེད་ཟེར་གྱི་ཡིད།

གོང་གསལ་ལས་ང་ཚོས་གནས་ཚུལ་གཉིས་མཐོང་བ་ནི།

ཉེ $\left(\frac{p}{q}\right)^{-1} = \frac{q}{p}$

དེར་བརྟེན། $\left[\left(\frac{p}{q}\right)^{-1}\right]^{-1} = \left(\frac{q}{p}\right)^{-1}$

འོན་ཀྱང་། $\left(\frac{q}{p}\right)^{-1}$ ཞེས་ $\frac{q}{p}$ ཡི་ལྡོག་གྲངས་ནི་ $\frac{p}{q}$ རེད།

དེར་བརྟེན། $\left[\left(\frac{p}{q}\right)^{-1}\right]^{-1} = \frac{p}{q}$

དེ་ནི། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ x ལ། $(x^{-1})^{-1} = x$

ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དེ་རང་ཡིན།

ཉེ $\left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{p}{q}\right)^{-1} = \left(\frac{p}{q}\right) \times \left(\frac{q}{p}\right)$

$= \frac{p \times q}{q \times p}$ $p \times q = q \times p$ ཡིན་པས།

$= 1$

དེ་ནི། ལྡད་ཀོར་མ་ཡིན་པའི་གྲངས་ x ལ། $x \times x^{-1} = 1$

ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། ལྡད་ཀོར་མིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དང་། དེའི་ལྡོག་གྲངས་ཀྱི་བརྒྱུད་ཐོབ་ཅི་ཉག་

ཏུ་1 ཡིན། འབྲེལ་བ་འདིའི་ནང་། x ཡི་ལྡོག་གྲངས་ x^{-1} ནི་ ལྟར་ཡང་མཚོན་ཚོག་ དེ་ནི། $x^{-1} = \frac{1}{x}$

འདིར་ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ། ལུགས་ལྡན་གྲངས་0 ལ་ལྡོག་གྲངས་མེད། ལྷ་མཚན་ནི། $0 = \frac{0}{1}$ དང་ $\frac{1}{0}$ ནི་

ལུགས་ལྡན་གྲངས་མ་ཡིན་པས་སོ། །

ཕྱིས་དཔེ། 12. ལུགས་ལྡན་གྲངས་ནམས་ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་ཚོལ།

$\frac{1}{x}$



༧) $\frac{3}{7} + \frac{5}{11}$ ༨) $\frac{3}{7} - \frac{5}{11}$ ༩) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{11}$
 ༤) $\left| \frac{-3}{7} \right|$ ༥) $- \left| \frac{5}{11} \right|$

ལན།

༧) $\frac{3}{7} + \frac{5}{11} = \frac{3 \times 11 + 5 \times 7}{7 \times 11} = \frac{68}{77}$

དེར་བརྟེན། $\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{11}\right)^{-1} = \left(\frac{68}{77}\right)^{-1} = \frac{77}{68}$

༨) $\frac{3}{7} - \frac{5}{11} = \frac{3 \times 11 - 5 \times 7}{7 \times 11} = \frac{-2}{77}$

དེར་བརྟེན། $\left(\frac{-2}{77}\right)^{-1} = \frac{-77}{2}$

༩) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{3 \times 5}{7 \times 11} = \frac{15}{77}$

དེར་བརྟེན། $\left(\frac{3}{7} \times \frac{5}{11}\right)^{-1} = \left(\frac{15}{77}\right)^{-1} = \frac{77}{15}$

༤) $\left| \frac{-3}{7} \right| = \frac{3}{7}$

༥) $- \left| \frac{5}{11} \right| = \frac{-5}{11}$

དེར་བརྟེན། $\left(\frac{-5}{11}\right)^{-1} = \frac{-11}{5}$



རྩིས་དཔེ། 13.

x དང་ y གླང་ལྡན་ཀོར་མིན་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན།

གཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་ནམས་བདེན་པ་ཡིན་མིན་ལྟོས།

༧) $(x + y)^{-1} = x^{-1} + y^{-1}$

༨) $(x - y)^{-1} = x^{-1} - y^{-1}$

༩) $(x \times y)^{-1} = x^{-1} \times y^{-1}$



$$c) \quad |x^{-1}| = |x|^{-1}$$

ལན། གོང་གི་ཚུལ་དཔེ་སྐབས། ང་ཚོས་ $x = 7$ ནང་ $y = \frac{5}{11}$ བཅས་ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན།
 ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ།

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{11}\right)^{-1} = \left(\frac{33+35}{77}\right)^{-1} = \left(\frac{68}{77}\right)^{-1} = \frac{77}{68}$$

$$\text{ལོན་གྱིང་།} \quad \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{11}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{3}\right) + \left(\frac{11}{5}\right) = \frac{35+33}{15} =$$

དེར་བརྟེན། བརྗོད་པ་གཉིས་པ་ཞི་ཚོར་བ་རེད།

$$\text{ལྟར།} \quad \left(\frac{3}{7} - \frac{5}{11}\right)^{-1} = \left(\frac{33-35}{77}\right)^{-1} = \left(\frac{-2}{77}\right)^{-1} = \frac{-77}{2}$$

$$\text{ལོན་གྱིང་།} \quad -\left(\frac{5}{11}\right)^{-1} = \frac{7}{3} - \frac{11}{5} = \frac{35-33}{15} =$$

དེར་བརྟེན། བརྗོད་པ་ཁ་དེ་པ་ཡང་ཚོར་བ་རེད།

$$\text{དེ་ནས།} \quad \left(\frac{3}{7} \times \frac{5}{11}\right)^{-1} = \left(\frac{15}{77}\right)^{-1} = \frac{77}{15}$$

$$\text{དང་།} \quad \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} \times \left(\frac{5}{11}\right)^{-1} = \frac{7}{3} \times \frac{11}{5} = \frac{77}{15}$$

དེར་བརྟེན། བརྗོད་པ་གཉིས་པ་འདི་ $x = \frac{3}{7}$ ནང་ $y = \frac{5}{11}$ ཡིན་སྐབས་བདེན་པ་རེད།

ང་ཚོས་ x ནང་ y ཡི་འོན་ཀའན་སྐབས་ནས་བཤེར་ཚུལ་བརྒྱུ་བ་ནའང་བརྗོད་པ་འདི་བདེན་པ་ཡིན། དོན་དངོས་སུ། ལྷན་

ཀོར་མིན་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གང་རུང་ $\frac{p}{q}$ ནང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་ཀྱི་སྐབས་སུ།

$$\left(\frac{p}{q} \times \frac{r}{s}\right)^{-1} = \left(\frac{p \times r}{q \times s}\right)^{-1} = \frac{q \times s}{p \times r}$$

$$\text{དང་།} \quad \times \left(\frac{r}{s}\right)^{-1} = \frac{q}{p} \times \frac{s}{r} = \frac{q \times s}{p \times r}$$

$\left(\frac{33}{77}\right)^{-1}$



དེས་ན། བརྗོད་པ་དེ་ལ་ཡང་མཐོང་གོར་མིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མའི་སྐབས་སུ་བདེན་པ་ཡིན།

གལ་ཏེ། $x =$ ཡིན་ན།

$$|x^{-1}| = \left| \left(\frac{p}{q} \right)^{-1} \right| = \left| \frac{q}{p} \right|^{-1} = \frac{|q|}{|p|},$$

$$\text{དང་། } |x|^{-1} = \left| \frac{p}{q} \right|^{-1} = \left(\frac{|p|}{|q|} \right)^{-1} = \frac{|q|}{|p|}$$



3.7 ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་བཤོད་ཕྱིས།

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ x དང་ y གཉིས་ཡོད་པ་དང་། $y \neq 0$ ཡིན་པར་ཆ་ཞོག་གལ་ཏེ་ང་ཚོས་ x དེ་ y ཡིས་བཤོད་དགོས་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་ལྟར། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་བཤོད་ཕྱིས་སྐབས་སུ་འདྲ་བའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡོད་གི་ཡོད་པ་དངོས་འབྲེལ་རེད།

ལུགས་ལྡན་གྲངས་གང་རུང་ དང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་ནང་། $\frac{r}{s} \neq 0$ ཡིན་ན། ལྷུང་ཕྱིས་བཞིན་ང་ཚོས་བཤོད་ཕྱིས་ཀྱི་སྐབས་སུ་འདྲ་བའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡོད་གི་ཡོད་པ་དངོས་འབྲེལ་གསལ་ལྟར་འབྲི་བྱུང།

$$\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} = \frac{p \div r}{q \div s}$$

གལ་ཏེ་བཤོད་ཕྱིས་ $p \div r$ དང་ $q \div s$ གཉིས་ཀྱི་བཤོད་ཐོབ་རིལ་གྲངས་ཡིན་ན། ཤོང་གི་ཕྱིས་འབྲས་སུ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གིག་འབྲོབ། དཔེར་ན།

$$\div \frac{2}{3} = \frac{8 \div 2}{15 \div 3} =$$

$$\frac{81}{605} \div \frac{27}{11} = \frac{81 \div 27}{605 \div 11} =$$

གང་ལྟར། $p \div r$ དང་ $q \div s$ ལས་གང་རུང་གཅིག་གསལ། ཡང་ན་གཉིས་ཀའི་བཤོད་ཐོབ་རིལ་གྲངས་བྱུང་ན།

$p \div r$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{r}$ དང་། $q \div s$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{q}{s}$ བཅས་ཆགས་ཀྱི་ཡོད། འདྲི་སྐབས་སུ་ང་ཚོར་



གཤམ་གསལ་རྣམས་འབྲུང་།

ལུགས་ལྡན་གྲངས།

ལུགས་ལྡན་གྲངས།

དེར་བརྟེན། ལྷན་པ་འདིར་ང་ཚོར་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དེ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱིས་བཤོ་རྒྱུ་འཕྲི་ཕྱིས་གཞི་ཐོབ་ཡོང་། དེས་ན་ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་བཤོད་ཕྱིས་རྒྱག་སྤངས་ཀྱི་ཐབས་ལམ་གཞན་ཞིག་ཤོད་སྤྱོད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན། ལྷན་པ་འདིར། བཤོད་ཕྱིས་ཀྱི་ཤོད་ཅན་འབྲེལ་བརྗོད་བྱ་ཆེད་ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྡོག་གྲངས་ཤོད་སྤྱོད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

ང་ཚོས་འཕྲུལ་གྲངས་གང་རུང་གཉིས་ཏེ་དཔེར་ན། $8 \div 2 = 4$ ལྟ་བུར་ཆ་བཞག་ན། $8 \div 2 = 4$ ད་ཚོས་8, 2, 4 བཅས་གོ་རིམ་བཞིན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{8}{1}, \frac{2}{1}, \frac{4}{1}$ བཅས་ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན། ཤོང་གི་འབྲེལ་བ་དེ་འདི་ལྟར་འབྱུང་།

$$\frac{8}{1} \div \frac{2}{1} = \frac{4}{1}$$

ཡང་། $\frac{8}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{8 \times 1}{1 \times 2} = \frac{4}{1}$

འདི་ནི་ལྡོག་གྲངས་སྤྱད་དེ་ $\frac{8}{1} \times \left(\frac{2}{1}\right)^{-1} = \frac{4}{1}$ ལྟར་འབྲི་བྱུང་།

ཚོགས་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། ང་ཚོར་ $\frac{8}{1} \div \frac{2}{1} = \frac{8}{1} \times \left(\frac{2}{1}\right)^{-1}$ ཡོད། གལ་ཏེ་ $\frac{8}{1}, \frac{2}{1}, \frac{4}{1}$ རྣམས་གོ་རིམ་

བཞིན་x, y, z བཅས་སྤྱི་བྱེད་ན། ང་ཚོར་གཤམ་གྱི་འབྲེལ་བ་ཐོབ་ཡོང་། $x \div y = x \times y^{-1}$

འདི་ཡིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཞིག་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཞན་གྱིས་བཤོ་བའི་ཤོད་ཅན་རྟོན་གྱི་ཡོད།

མདོར་ན། གལ་ཏེ་x དང་y གཉིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། $y \neq 0$ ཡིན་ན།

$x \div y = x \times y^{-1}$

ཡིག་ཐོག་ནས་བརྗོད་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་x ཞིག་ལུགས་ལྡན་གྲངས་y (རྐྱད་ཀོར་མེན་པ་) ཞིག་གིས་བཤོ་

བའི་ལྷན་པ། ང་ཚོས་x ལ་y ཡི་ལྡོག་གྲངས་ཀྱིས་བསྐྱར་དགོས།

དེར་བརྟེན།

$$8 \div \frac{6}{5} = \frac{8}{1} \times \frac{5}{6}$$

8
8



$$\frac{7}{3} \div \frac{11}{23} = \frac{7}{3} \times \frac{23}{11}$$

$$\frac{-5}{9} \div \quad = \quad \times \quad \text{སོགས་ཡིད།}$$

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ཚོལ་གྲངས་ཀྱི་ཁྱད་ཚོས་ཤིན་ཏུ་བཏང་སྟེ། ང་ཚོས་སྐྱུར་ཚིས་ཀྱི་ཁྱད་ཚོས་མང་པོ་ཞིག་བཤོད་ཚིས་སྐབས་སུ་བདེན་པ་མིན་པའི་བཤེར་ཚིས་བརྒྱབ་ཚོགས།

ཁྱད་ཚོས། x, y, z བཅས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན།

༡༽ $(x + y) \div z = x \div z + y \div z$

༢༽ $(x - y) \div z = x \div z - y \div z$

འོན་ཀྱང་། གཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་ཚང་མ་བདེན་པ་མིན།

༡༽ $x \div y = y \div x$

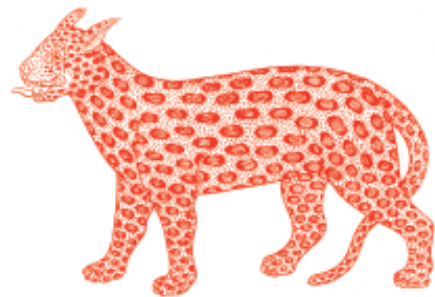
༢༽ $(x \div y) \div z = x \div (y \div z)$

༣༽ $x \div (y + z) = x \div y + x \div z$

༤༽ $x \div (y - z) = x \div y - x \div z$



སློབ་ཚན་2.4



༡། ཚོལ་གྲངས་ཚོལ།

- ༡) 17 ༢) -19 ༣) ༤) $\frac{-13}{29}$

༢། ༡༽ $x = \frac{4}{9}$, $y = \frac{4}{9}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x + y)^{-1} \neq x^{-1} + y^{-1}$ བཤེར་ཚིས་ཚུབ།

༢༽ $x = \frac{4}{9}$, $y = \frac{4}{9}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x + y)^{-1} = x^{-1} + y^{-1}$ བཤེར་ཚིས་ཚུབ།



3) ཀ) $x = \frac{5}{7}$, $y = \frac{5}{7}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x - y)^{-1} \neq x^{-1} - y^{-1}$ བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

ཁ) $x = \frac{5}{7}$, $y = \frac{5}{7}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x - y)^{-1} = x^{-1} - y^{-1}$ བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

4) ཀ) $x = \frac{-17}{5}$, $y = \frac{-17}{5}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x \times y)^{-1} = x^{-1} \times y^{-1}$ བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

ཁ) $x = \frac{-8}{31}$, $y = \frac{-8}{31}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x \times y)^{-1} = x^{-1} \times y^{-1}$ བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

5) ཀ) $x = \frac{12}{23}$, $y = \frac{12}{23}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x \div y)^{-1} = x^{-1} \div y^{-1}$ བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

ཁ) $x = \frac{-15}{26}$, $y = \frac{-15}{26}$ རྒྱངས་ཏེ། $(x \div y)^{-1} = x^{-1} \div y^{-1}$ བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

6) ཕྱིས་འབྲས་ཚོལ།

ཀ) $-4 \div \left(\frac{-3}{5}\right)$

ཁ) $-\frac{1}{8} \div \frac{3}{4}$

ག) $\left(\frac{-7}{12}\right) \div \left(\frac{-2}{3}\right)$

ང) $\frac{3}{13} \div \left(\frac{-4}{65}\right)$

7) ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ $\frac{-8}{9}$ རེད། གལ་ཏེ་གྲངས་གཉིས་ ཡིན་ན། གཞན་དེ་ཚོལ།

8) བསྐྱར་ཐོབ་ འཕྲོད་པར་ ལ་གང་གིས་བསྐྱར་དགོས་སམ།

9) $x = \frac{2}{5}$, $y = \frac{4}{10}$, $z = \frac{4}{10}$ བཅས་རྒྱངས་ཏེ། $(x \div y) \times z \neq x \div (y \times z)$ ཡི་བཤེར་ཕྱིས་ཚུལ།

10) གཞན་གྱི་བརྗོད་པ་རྣམས་ལ་བདེན་དང་། ཡང་ན་ནོར་ཞེས་བྲིས།

ཀ) རྒྱང་གོར་མིན་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ x ཚང་མའི་སྐབས། $x \div (x \times x) = x$ རེད།

ཁ) རྒྱང་གོར་མིན་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ x ཚང་མའི་སྐབས། $(x \div x) \times x = 1$ རེད།

ག) $y = z$ ཡིན་ན། $x \div (y + z) = x \div y + x \div z$ རེད།

ང) $z > 0$ ཚང་མའི་སྐབས་སུ། $(x - y) \div z = x \div z - y \div z$ རེད།

ཅ) རྒྱང་གོར་མིན་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ x ཚང་མའི་སྐབས། $-x \div x = x \div (-x)$ རེད།



1.10 ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་དབར་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས།

རིལ་གྲངས་2 དང་8 ལ་མཚོན་ན། $= 5$ རིལ་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། དེ་ཡང་། $2 < 5 < 8$ བཅས་ཡིན།
 འདི་ནི་ང་ཚོར་རིལ་གྲངས་2 དང་8 དབར་རིལ་གྲངས་ཡོད། འོན་ཀྱང་། ང་ཚོས་5 དང་6 རྒྱངས་ན། ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་
 ལ། དེ་གཉིས་དབར་དུ་རིལ་གྲངས་མེད། ཡིན་ནའང་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $=$ རི་5 དང་6 གི་བར་ན་ཡོད། དེར་
 བརྟེན། ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། རིལ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་དབར་ན་རིལ་གྲངས་ཡོད་པ་དང་མེད་པ་གཉིས་ཀ་ཡོང་སྲིད་ནའང་།
 རིལ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་དབར་ན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཉལ་ཏུ་ཡོད། སྤྱིར་བཏང་། གལ་ཏེ་ x དང་ y གཉིས་ལུགས་ལྡན་
 གྲངས་ཡིན་ན། x དང་ y དབར་ན་ཉལ་ཏུ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཡོད། རོན་དངོས་ཚོགས་ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ x དང་ y
 གཉིས་ཀྱི་དབར་ན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་བརྒྱ་ཕྲག་དང་། སློང་ཕྲག་མང་པོ་ཡོད། དེ་ལས་ཀྱང་རྒྱ་བསྐྱེད་དེ་བཤད་ན། x དང་
 y དབར་ལ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཉ་ཅང་མང་བས་ང་ཚོས་བཟང་ལྡན་གྲངས་ཀྱང་མི་ཚར་བ་ཞིག་ཡོད། ལུགས་ལྡན་གྲངས་དེ་དག་ལས་
 གཅིག་ནི་ལས་སྐྱོ་པོའི་སློ་ནས་འཚོལ་བྱུང། དེ་ནི། $\frac{x+y}{2}$ རེད།

གལ་ཏེ་ x དང་ y གཉིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། $x < y$ ཡིན་ན། $(x+y) \div 2$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་
 ཡིན། དེ་ཡང་། $x < (x+y) \div 2 < y$ རེད།

དཔེར་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\div 2 = \frac{5}{4} \div 2 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$

འདི་ནི། $\frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4}$ རེད།

དེ་མཚུངས། $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right) \div 2 = \frac{9}{8} \div 2 = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་།

འདི་ནི། $\frac{1}{2} < \frac{9}{16} < \frac{5}{8}$ རེད།

དེ་ཡང་། $\left(\frac{5}{8} + \frac{3}{4}\right) \div 2 = \frac{11}{8} \div 2 = \frac{11}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{16}$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་།

འདི་ནི། $\frac{5}{8} < \frac{11}{16} < \frac{3}{4}$ རེད།



81+8
22



གོང་གི་ཚིས་འབྲས་ནམས་སྤྱོད་པ་བརྗོད་པ་བྱས་ན། $1/2$ དང་ $3/4$ དབར་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $9/16$, $5/8$, $11/16$ བཅས་གསུམ་ཐོབ། བཤད་མ་དགོས་པ་ཞིག་ལ། བརྒྱད་ཇི་མ་འདི་ཐངས་ཇི་ཙམ་བརྒྱད་ཚོས་བྱས་པ་དེ་ཙམ་གྱིས་ $1/2$ དང་ $3/4$ དབར་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་འཚོལ་ཐུབ། འཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་དབར་ན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གྲངས་མེད་ཡོད་པ་ཤེས་ཟེན་པ་ལྟར། ད་ལྟོ་འཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ལྟོན་ཐབས་གཞན་ཞིག་བཤད་རྒྱ་ཡིན། གལ་ཏེ་འཚོས་ $1/3$ དང་ $3/5$ གཉིས་ཀྱི་དབར་དུ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་འཚོལ་དགོས་ན། ཐོག་མར་འཚོས་དེ་གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་ལོ་མ་ཚེ་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་འཚོལ་དགོས། དེ་ནི།

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad \text{དང་།} \quad \frac{3}{5} = \frac{9}{15} \quad \text{ལྟར་ཡིན།}$$

དེ་རྗེས་འཚོས་ལྡན་གྲངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་སྤྱི་ཚེ་5 དང་9 གཉིས་ཀྱི་དབར་ན་ཡོད་པའི་རིལ་གྲངས་གཉིས་འདེམས་དགོས། གལ་ཏེ་འཚོས་ $6/15$ དང་ $7/15$ ཞི་

$$\frac{5}{15} < \frac{6}{15} < \frac{7}{15} < \frac{9}{15}$$

$$\text{དེ་ནི།} \quad \frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{7}{15} < \frac{3}{5}$$

5 དང་9 ཡི་དབར་ན་རིལ་གྲངས་གསུམ་ལས་མེད། དེར་བརྟེན། འཚོས་ཐབས་ལམ་འདི་ལས་ $1/3$ དང་ $3/5$ དབར་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གསུམ་ལས་འཚོལ་མི་ཐུབ། གལ་ཏེ་འཚོས་ $1/3$ དང་ $3/5$ དབར་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དཔེར་ན་བདུན་འཚོལ་དགོས་ན། འཚོས་གཤམ་གསལ་ལྟར་བྱ་དགོས།

འཚོས་གྲངས་ནམས་ཀྱི་སྤྱི་ལོ་མ་ཚེ་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་འདང་ངེས་ཡིན་པའི་ཆེན་པོ་ཞིག་ཏུ་བརྒྱུད་དགོས།

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{10}{30} = \frac{100}{300} = \frac{1000}{3000} \quad \text{སོགས་དང་།}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{18}{30} = \frac{180}{300} = \frac{1800}{3000} \quad \text{སོགས་ལྟ་བུའོ།}$$

ད་ལྟོ། $1/3$ གི་ཚབ་ཏུ་ $10/30$ དང་། $3/5$ གི་ཚབ་ཏུ་ $18/30$ བཅས་བདམས་ཏེ་རིལ་གྲངས་10 དང་18 དབར་གྱི་རིལ་





གྲངས་བདུན་ཉེ། 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 བཅས་བཅའ་ན། ང་ཚོས། $\frac{10}{30}$ དང་ $\frac{18}{30}$ དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་བདུན་ཐོབ། དེ་དག་ནི།

$$\frac{1}{3} < \frac{11}{30} < \frac{12}{30} < \frac{13}{30} < \frac{14}{30} < \frac{15}{30} < \frac{16}{30} < \frac{17}{30} < \frac{3}{5}$$

$\frac{1}{3}$ དང་ $\frac{3}{5}$ དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ལྡན་བཅུ་འཛོལ་རྒྱུར། 100 དང་ 180 དབར་ན་རིལ་གྲངས་འདྲང་ངེས་

ཞིག་ཡོད་སྟབས། འདྲ་མཚུངས་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{100}{300}$ དང་ $\frac{180}{300}$ གྲངས་ན་འོས་སོ། །

རྩིས་དཔེ། 14.

- ཀ) $\frac{1}{5}$ དང་ $\frac{1}{2}$ དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཚོལ།
- ཁ) $\frac{1}{3}$ དང་ $\frac{1}{2}$ དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་བདུན་ཚོལ།

ལན། ཀ) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ དང་ $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

རིལ་གྲངས་ 3 དང་ 4 རིལ་གྲངས་ 2 དང་ 5 གཉིས་ཀྱི་དབར་ན་ཡོད།

དེར་བརྟེན། $\frac{2}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{5}{10}$

ཡང་ན། $\frac{1}{5} < \frac{3}{10} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$

དེ་ནི། $\frac{3}{10}$ དང་ $\frac{2}{5}$ རིལ་གྲངས་མཁོའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་རེད།

ཁ) $\frac{1}{3} = \frac{16}{48}$ དང་ $\frac{1}{2} = \frac{24}{48}$

རིལ་གྲངས་ 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 བཅས་ནི་ 16 དང་ 24 དབར་གྱི་རིལ་གྲངས་བདུན་ཡིན།

དེར་བརྟེན། $\frac{16}{48} < \frac{17}{48} < \frac{18}{48} < \frac{19}{48} < \frac{20}{48} < \frac{21}{48} < \frac{22}{48} < \frac{23}{48} < \frac{24}{48}$

ཡང་ན། $\frac{1}{3} < \frac{17}{48} < \frac{3}{8} < \frac{19}{48} < \frac{5}{12} < \frac{7}{16} < \frac{11}{24} < \frac{23}{48} < \frac{1}{2}$

དེ་ནི། $\frac{17}{48}, \frac{3}{8}, \frac{19}{48}, \frac{5}{12}, \frac{7}{16}, \frac{11}{24}, \frac{23}{48}$ བཅས་ནི་དགོས་མཁོའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་བདུན་རེད།



རྫོང་ཚན་2.5



༡། གྲངས་གཉིས་དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤེ་ཚོལ།

༡) -7 དང་ -6 ༲) $\frac{-7}{6}$ དང་ ཅ) 5 དང་ ་) $\frac{-3}{5}$ དང་

༢། གྲངས་གཉིས་དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གསུམ་ཤེ་ཚོལ།

༡) $\frac{7}{10}$ དང་ $\frac{11}{10}$ ༲) $\frac{-10}{7}$ དང་ ཅ) 5 དང་ $\frac{39}{15}$ ་) $\frac{-21}{13}$ དང་

༣། $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{-3}{7}$ ཡིན་པའི་སྐབས་སུ། $|x + y| = |x| + |y|$ ཡིན་ནམ། གལ་སྲིད་མིན་ན། $|x + y|$ དང་

$|x| + |y|$ དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཚོལ།

༤། $x =$, $y =$ ཡིན་པའི་སྐབས་སུ། $|x - y| = |x| - |y|$ ཡིན་ནམ། གལ་སྲིད་མིན་ན། ཚིས་འབྲས་

དེ་གཉིས་དབར་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཚུག

༥། གཤམ་གྱི་གནས་སྐབས་གཉིས་སུ། x དང་ $|x|$ དབར་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤེ་ཚུག

༡) $x = \frac{-9}{15}$ ༲) $x =$

༦། གཤམ་གྱི་གནས་སྐབས་གཉིས་སུ། $(x + y)^{-1}$ དང་ $x^{-1} + y^{-1}$ དབར་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཚུག

༡) $x =$, $y = \frac{7}{9}$ ༲) $x = \frac{-4}{7}$, $y =$

༧། གཤམ་གྱི་གནས་སྐབས་གཉིས་སུ། $(x - y)^{-1}$ དང་ $x^{-1} - y^{-1}$ དབར་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཚུག

༡) $x =$, $y = \frac{3}{4}$ ༲) $x = \frac{-2}{3}$, $y =$

༨། གོང་གི་དྲི་བ་མ་པའི་གནས་སྐབས་གཉིས་སུ། $(x \times y)^{-1}$ དང་ $x^{-1} \times y^{-1}$ གཅིག་མཚུངས་ཡིན་མིན་ལྟོས། གལ་སྲིད་མིན་ན། དེ་གཉིས་དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཚོལ།

༩། གོང་གི་དྲི་བ་མ་པའི་གནས་སྐབས་གཉིས་སུ། $(x \div y)^{-1}$ དང་ $x^{-1} \div y^{-1}$ གཅིག་མཚུངས་ཡིན་མིན་ལྟོས། གལ་



སྲིད་མིན་ན། དེ་གཉིས་དབར་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཅིག་ཚོལ།

༡༠། ག་གས་གསལ་བརྗོད་པ་ནམས་ལ་བདེན་དང་ནོར་ཞེས་བྲིས།

ཀ༽ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་དང་དེའི་ལྗོག་གྲངས་མཉམ་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་མེད།

ཁ༽ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མར་ལྗོག་གྲངས་རེ་ཡོད།

ག༽ $|x|=0$ ཡིན་ན། x ལ་ལྗོག་གྲངས་མེད།

ང༽ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྗོས་མེད་བྲིན་མོ་གྲངས་ཡིན་པ་ཡོང་མི་སྲིད།

ཅ༽ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྗོག་གྲངས་མོ་གྲངས་ཡོང་མི་སྲིད།

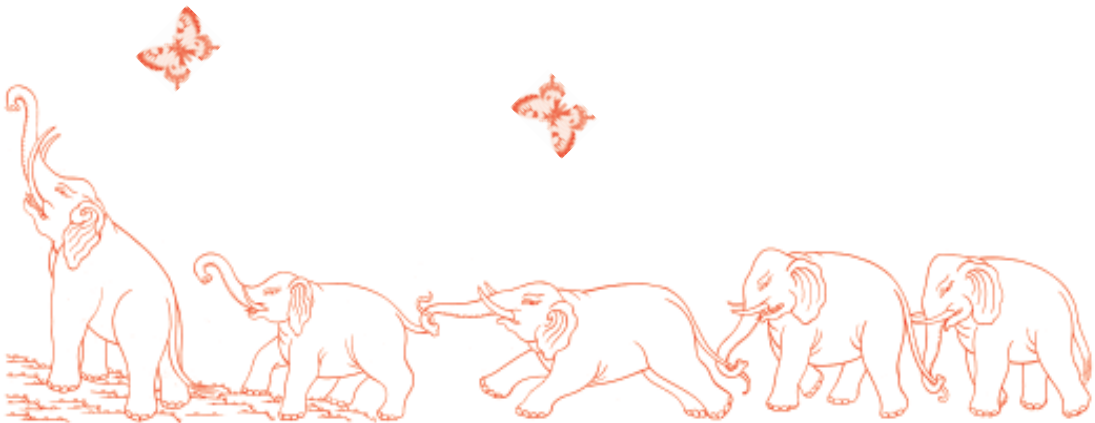
ཆ༽ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་དབར་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གྲངས་མེད་པ་ཡོད།

ད༽ ལྗོས་མེད་བྲིན་ ལས་ཚུང་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གྲངས་མེད་པ་ཡོད།

ན༽ ལྗོས་མེད་བྲིན་ $\frac{-3}{4}$ ལས་ཚུང་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གྲངས་མེད་པ་ཡོད།

ཏ༽ གལ་ཏེ། $x < y$ ཡིན་ན། $x^{-1} < y^{-1}$ རེད།

ཐ༽ གལ་ཏེ། $x < y$ ཡིན་ན། $|x| < |y|$ རེད།





དྲན་པར་གྱིས།



- ༡། གལ་ཏེ། x དང་ y ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ཡིན་ན།
- ཀ༽ $x + y$ ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ཡིན།
- ༼ $x - y$ ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ཡིན།
- ག༽ $x \times y$ ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ཡིན།
- ང༽ གལ་ཏེ། $y \neq 0$ ཡིན་ན། $x \div y$ ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ཡིན།
- ཅ༽ $x + y = y + x$
- ཆ༽ $x = y$ ཡིན་ན་མ་གཏོགས། $x - y = y - x$ ཡིན།
- ད༽ $x \times y = y \times x$
- ན༽ $x = y \neq 0$ ཡིན་ན་མ་གཏོགས། $x \div y = y \div x$ ཡིན།

#

- ༢། ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ x ལ།
- ཀ༽ $x + 0 = 0 + x = x$
- ཁ༽ $x - 0 = x$
- ག༽ $x \times 0 = 0 \times x = 0$
- ང༽ $x \times 1 = 1 \times x = x$
- ཅ༽ $x \div 1 = x$
- ༣། ལྷགས་ལྷན་གྲངས་ x, y, z བཅས་ལ།
- ཀ༽ $(x + y) + z = x + (y + z)$
- ཁ༽ $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$
- ག༽ $z = 1$ རྒྱབས་སུ་མ་གཏོགས། $(x \div y) \div z = x \div (y \div z)$
- ང༽ $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$
- ཅ༽ $x \times (y - z) = x \times y - x \times z$
- ཆ༽ $(x + y) \div z = x \div z + y \div z$



ཇ། $(x - y) \div z = x \div z - y \div z$

༧། ཀ། $x = \frac{q}{p}$ རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $x^{-1} = \frac{q}{p}$ རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་

ཟེད།

ཁ། $(x^{-1})^{-1} = x$

ག། $x \times x^{-1} = x^{-1} \times x = 1$

༡། ཀ། x དང་ y ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{x+y}{2}$ རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{x+y}{2}$ རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན།

ཟེད།

ཁ། x དང་ y རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{x+y}{2}$ རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{x+y}{2}$ རྒྱུ་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན།

