



སློབ་ཚན་དང་པོ། ལྷགས་ལྡན་གྲངས།

CHAPTER 1: RATIONAL NUMBERS

༡.༡ རི་སྒྲིབ།

འཛིན་གྲུབ་པའི་ནང་། ང་ཚོས་རང་བྱུང་གྲངས་དང་། དྲིལ་གྲངས། རིལ་གྲངས་བཅས་ཀྱི་སློབ་སྦྱངས་ཡོད། ཡང་། འཛིན་གྲུབ་པའི་མ་ཙམ་སྤྱི་གྲངས་ཚེ་སློབ་ཡང་སྦྱངས་ཡོད། སློབ་ཚན་འདིའི་ནང་ལ་ཚོས་གྲངས་ཀྱི་རིགས་གསལ་པ་ཞིག་དེ་སློབ་བྱ་རྒྱུ་ཡིན། དེ་ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན། ང་ཚོས་གྲངས་རིགས་གསལ་པ་དེ་གྲངས་ཚེ་གོ་དོན་རྒྱ་བསྐྱེད་དེ་བསྐྱེད་རྒྱ་དང་། གྲངས་དེ་གྲངས་ཐོག་ཐོག་མཚོན་སྤངས་སྤྱང་རྒྱ། ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་འདྲ་མཚུངས་རང་བཞིན་དང་། བསྐྱར་སྤྱངས། ལྡོས་མེད་བྱིན་བཅས་ཀྱི་གོ་དོན་གཞན་ལའང་སློབ་སྦྱོང་བྱ་རྒྱུ་ཡིན། གྲངས་རིགས་གསལ་པ་འདི་གྲངས་ཚེ་ལས་བསྐྱེད་དཔོན་པར་བཞེན། ལྡོན་ལ་ལ་ཚོས་གྲངས་ཚེ་སློབ་བསྐྱར་ཞིབ་ཀྱི་སློབ་ཚན་འགོ་འདྲུགས་རྒྱུ་ཡིན།

༡.༢ གྲངས་ཚེ་བསྐྱར་ཞིབ།

གྲངས་ཚེ་ $\frac{3}{5}$, $\frac{10}{7}$ རིགས་ལྡན་བྱུང་གྲངས་ཙམ་ཡིན་པ་དང་། དེ་ནི་ $\frac{p}{q}$ ལྷན་འབྲེ་ཐུབ། འདིར་ p དང་ q གཉིས་ནི་རང་བྱུང་གྲངས་ཡིན་དགོས། གྲངས་ཚེ་ $\frac{p}{q}$ ལྷན་ལ། p ནི་བྱ་ཚད་དང་། q ནི་མ་ཚེ་ཡིན། **གྲངས་ཚེ་དངོས་** (Proper fraction) ཀྱི་ལྷན་ལས་སྤྱི་བྱ་ཚེ་ལས་མ་ཚེ་བཞེད། མ་ཚེ་ལས་བྱ་ཚེ་བཞེད་ལྷན་ལ། གྲངས་ཚེ་དེར་**གྲངས་ཚེ་ལྷན་སྤྱང་** (Improper fraction) ཟེར། གྲངས་ཚེ་ལྷན་སྤྱང་ $\frac{10}{7}$ ལྷན་ལ། $1\frac{3}{7}$ ལྷན་འབྲེ་ཐུབ། འདི་ལྷན་བྱུང་གྲངས་ལ་**གྲངས་ཚེ་སྐྱགས་མ་** (Mixed number) ཟེར།

གལ་ཏེ་གྲངས་ཚེ་ $\frac{p}{q}$ ནང་གི་ p དང་ q གཉིས་ལ་སྤྱི་འབྲེ་བཞོན་གྲངས་ t ལས་མེད་ན། $\frac{p}{q}$ ལ་**གྲངས་ཚེ་བསྐྱེད་པོས་** (Simplest or lowest form) ཟེར། གལ་ཏེ་གྲངས་ p དང་ q གཉིས་ལ་སྤྱི་འབྲེ་བཞོན་གྲངས་ t ཞིག་ཡོད་ན། ང་ཚོས།





$p = m \times t, q = n \times t$ ལྟར་བྲིས་ན།

$\frac{p}{q} = \frac{m}{n}$ ཡིན།

སྐབས་འདིར། $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{m}{n}$ གཉིས་ལ་འདྲ་མཚུངས་གྲངས་ཆ་ (Equivalent fraction) ཟེར།

དཔེར་ན། $\frac{50}{100} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{1}{2}$

དེར་བརྟེན། $\frac{50}{100}$ དང་ $\frac{1}{2}$ རི་འདྲ་མཚུངས་གྲངས་ཆ་རེད། དེ་བཞིན། $\frac{300}{900}, \frac{20}{60}, \frac{17}{51}$ རྣམས་ཀྱང་འདྲ་

མཚུངས་གྲངས་ཆ་རེད།

གྲངས་ཆ་བསྐྱུས་ཤོས་མིན་པའི་ $\frac{p}{q}$ རི་དུས་ཉག་ཏུ་གྲངས་ཆ་བསྐྱུས་ཤོས་ $\frac{m}{n}$ གྱི་འདྲ་མཚུངས་གྲངས་ཆ་ཡིན།

འདི་འགྲེལ་བརྗོད་བྱས་ན། ང་ཚོས་ p དང་ q གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འབྲོག་གྲངས་ཆེ་ཤོས་ (HCF) བཙལ་ཏེ། དེས་ p དང་ q

གཉིས་བཞོམས་ན། བོ་རིམ་ལྟར་ m དང་ n གཉིས་ཐོབ་ཀྱི་ཡོད། དེ་བཞིན། གྲངས་ཆ་ $\frac{15}{25}, \frac{51}{85}, \frac{111}{185}, \frac{240}{400}$ བཙམ་

ཞི་ $\frac{3}{5}$ གྱི་འདྲ་མཚུངས་གྲངས་ཆ་ཡིན་པ་མ་ཟད། གྲངས་ཆ་བསྐྱུས་ཤོས་ཀྱང་ཡིན།

གལ་ཏེ་ $\frac{p}{q}$ གྲངས་ཆ་ཡིན་པ་དང་། t རི་ལྡད་འོར་མ་ཡིན་པའི་གྲངས་ཤིག་ཡིན་ན། $\frac{p \times t}{q \times t}$ རི་ གྱི་འདྲ་

མཚུངས་གྲངས་ཆ་ཡིན། ང་ཚོས་བོ་དོན་འདི་སྤྱད་ནས་གྲངས་ཆ་ཕན་ཚུན་བསྐྱར་ཀྱི་ཡོད། $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{q}$ གཉིས་ནི་མ་ཆ་

གཅིག་པའི་གྲངས་ཆ་ཡིན། ང་ཚོས་དེ་གཉིས་ཀྱི་བྱ་ཆ་བསྐྱར་ཏེ། གལ་ཏེ་ $p < r$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} < \frac{r}{q}$ རེད་ཟེར།

འོན་ཀྱང་། མ་ཆ་མི་གཅིག་པའི་གྲངས་ཆ་ $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ ལྟ་བུ་གཉིས་བསྐྱར་དགོས་ན། ཐོག་མར་ང་ཚོས་གྲངས་

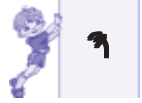
ཆ་དེ་གཉིས་ཀྱི་མ་ཆ་གཅིག་པ་བཟོ་དགོས། དེ་ནི། $\frac{p}{q} = \frac{p \times s}{q \times s}$ དང་ $\frac{r}{s} = \frac{r \times q}{s \times q}$ ད་ལྟ་གྲངས་ཆ་གཉིས་ཀྱི་མ་ཆ་གཅིག་

པ་ཆགས་ཡོད་པས། ང་ཚོས་བྱ་ཆ་ $p \times s$ དང་ གཉིས་བསྐྱར་དགོས།

1) གལ་ཏེ། $p \times s < r \times q$ ཡིན་ན། $< \frac{r}{s}$

2) གལ་ཏེ། $p \times s = r \times q$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$

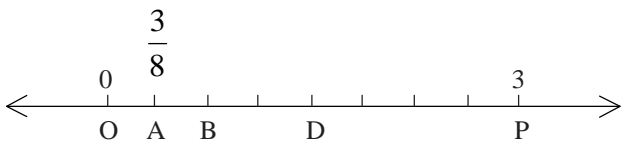




ལྟེ་གལ་ཏེ། $p \times s > r \times q$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

དཔེར་ན། $\frac{4}{11} < \frac{6}{11}$, $\frac{5}{9} = \frac{35}{63}$, $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$. སོགས་ལྟ་བུའོ། །

གྲངས་ཆ་ནི་གྲངས་ཐོག་ཐོག་མཚོན་ཐུབ། ང་ཚོས་ $\frac{3}{8}$ གྲངས་ཐོག་ཐོག་མཚོན་དགོས་ན། ང་ཚོས་ཐོག་ཚིག་
 ཐོག་ཏེ། དེའི་ཐོག་ཚིག་གྲངས་ཀྱི་ 0 ཡོད་པ་འདྲ་བའི་ཡིས་མཚོན་པ་དང་། 3 ཡོད་པ་འདྲ་བའི་ཡིས་མཚོན་ཏེ་ཉུགས་ཚུབ། དེ་ནས་
 ང་ཚོས་ཐོག་དུམ་ OP དེ་བཞིན་ཆ་ཤས་མཉམ་པ་བརྒྱད་དུ་བསོད་དགོས། དེའི་ཚེད་དུ་ང་ཚོས་ D བརྒྱད་ OP མཉམ་བཤོད་
 ཐུབ། དེ་ནས་ B བརྒྱད་ OD མཉམ་བཤོད་བྱས་ཏེ། མཐའ་མར་ A བརྒྱད་ OB མཉམ་བཤོད་བྱ་དགོས།



དཔེ་རིས། ༡་༡

འདིར་ཐོག་དུམ་ OA ཡི་རིང་ཚད་ནི་ཐོག་དུམ་ OP ཡི་ $\frac{1}{8}$ ཡིན། ཐོག་དུམ་ OP ཡིས་ 3 མཚོན་ཡོད་སྟབས།
 ཐོག་དུམ་ OA ཡིས་ 3 ཀྱི་ $\frac{1}{8}$ མཚོན། དེ་ནི་ $\frac{3}{8}$ ཡིན། དེར་བརྟེན། O ཡིས་ལྷད་ཀོར་མཚོན་སྟབས། ཚོག་ A ཡིས་
 གྲངས་ཆ་ $\frac{3}{8}$ མཚོན་གྱི་ཡོད།

མདོར་ན། གྲངས་ཆ་གང་རུང་ $\frac{p}{q}$ ཞིག་གྲངས་ཐོག་ཐོག་མཚོན་ཐུབ།



༡་༢ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་དགོས་པ།

འཛིན་གྲུག་པའི་སྟབས་ཁྱེད་ཀྱིས་རྒྱ་གཅིག་ཐེངས་གཅིག་གི་མཉམ་བུ་འགྲོལ་སྟངས་སྐོར་སྒྲུངས་ཡོད། མཉམ་
 བུ་ $2x - 4 = 0$ ལྟ་བུར་ཆ་བཞག་ན། ཁྱེད་ཀྱིས་རིལ་གྲངས་ 2 ནི་མཉམ་བུ་དེའི་འགྲོལ་ཐོབ་ཡིན་པའི་བཤེར་ཚིག་རྒྱག་
 ཐུབ། འོན་ཀྱང་། གལ་ཏེ་ང་ཚོར་མཉམ་བུ་ $2x - 3 = 0$ ལྟ་བུ་ཞིག་བྱུང་ན། རིལ་གྲངས་གང་གིས་ཀྱང་མཉམ་བུ་དེ་འགྲོལ་
 མི་ཐུབ། མཉམ་བུ་འདིའི་འགྲོལ་ཐོབ་ནི་གྲངས་ཆ་ $x = \frac{3}{2}$ ཞོན་ཡིན།



ད་ང་ཚོས་མཉམ་བུ་ $2x + 3 = 0$ འགྲེལ་སྐབས། འདིའི་འགྲེལ་ཐོབ་འབྲས་རིལ་གྲངས་སམ་གྲངས་ཆ་ཞིག་འཐོབ་བམ་ཞེ་ན། མི་འཐོབ། མཉམ་བུ་འདིའི་འགྲེལ་ཐོབ་རིལ་གྲངས་དང་གྲངས་ཆའི་འགྲེལ་མི་ཐུབ། དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་གྲངས་(རིལ་གྲངས་དང་གྲངས་ཆ) འདི་རིགས་ཀྱི་གོ་དོན་རྒྱ་བསྐྱེད་དེ། མཉམ་བུ་འདི་ལྟ་བུའི་འགྲེལ་ཐོབ་ཀྱང་གྲངས་རིགས་ཤིག་གི་ཁོངས་སུ་བསྟུན་གོས།

ང་ཚོས་རིལ་གྲངས་དང་གྲངས་ཆ་རྒྱ་བསྐྱེད་དགོས་པའི་རྒྱ་མཚན་གཞན་ཞིག་ལ་བརྟུན་ན། གྲངས་ཐིག་ཐོག་P' གིས་-3 མཚོན་པར་བྱ། གོང་དུ་ང་ཚོས་ཐིག་དུམ་OP ཆ་ཤས་མཉམ་པ་བརྒྱད་དུ་བགོས་པ་བཞིན། OP' ཡང་དེ་བཞིན་གནས་A', B', C', སོགས་ཆ་ཤས་བརྒྱད་དུ་བགོས་ན། A' གིས་གང་མཚོན་ནམ། A ཡིས་ $\frac{3}{8}$ མཚོན་པ་བཞིན། A' གིས་ $\frac{3}{8}$ མཚོན། འོན་ཀྱང་གྲངས་འདི་ནི་རིལ་གྲངས་དང་གྲངས་ཆ་གང་ཡང་མིན། དེས་ན་ང་ཚོས། གྲངས་ཆ་དང་། གྲངས་མོ་ $-\frac{3}{8}$ ལྟ་བུའང་ཚུད་པའི་གྲངས་གསར་པ་ཞིག་གི་གོ་དོན་ཐོག་རྒྱ་བསྐྱེད་དགོས།

1.4 ལུགས་ལྡན་གྲངས།

ང་ཚོས་གྲངས་ཆའི་རིགས་རྒྱ་བསྐྱེད་ཀྱིས་p དང་q རིལ་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། q རྒྱ་བསྐྱེད་ཀོར་མ་ཡིན་པའི་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན། འདིར་ང་ཚོས་རིལ་གྲངས་དང་། གྲངས་ཆ། གྲངས་ཆ་དང་འདྲ་བའི་གྲངས་དཔེར་ན། $\frac{-4}{3}$, $\frac{13}{-9}$, $\frac{16}{2}$, $\frac{-28}{-51}$, སོགས་ཚང་མར་བསམ་གཞིགས་བྱས་ཡོད། འོན་ཀྱང་། མ་ཆ་ལྷད་ཀོར་ཡིན་པའི་གྲངས་ཉེ་དཔེར་ན། $\frac{5}{0}$, $\frac{97}{0}$ ལྟ་བུའི་གྲངས་ནམས་འདིར་ཚུད་མེད། འདི་ལྟར་རྒྱ་བསྐྱེད་པའི་གྲངས་ལ་**ལུགས་ལྡན་གྲངས་**(Rational numbers) ཟེར།

དེར་བརྟེན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ནི། p དང་q རིལ་གྲངས་དང་། $q \neq 0$ ཡིན་པའི་གྲངས་ ཞིག་ཡིན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ནང་རིལ་གྲངས་p ལ་དེའི་བྱ་ཆ་དང་། q ལ་དེའི་མ་ཆ་ཟེར། $\frac{-3}{4}$ རྒྱ་བྱ་ཆ་-3 དང་། མ་ཆ་4 ཅན་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་རེད། དེ་ལྟར་ རྒྱ་བྱ་ཆ་3 དང་། མ་ཆ་-4 ཅན་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་རེད། དེ་



བཞིན། 0 རིམ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{0}{100}$ གྱི་བྱ་ཆ་དང་། 1 རིམ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{16}{1}$ གི་མ་ཆ་བཅས་རེད།

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་གོ་དོན་ནང་གྲངས་ཆ་ཚང་མ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རེད། འོན་ཀྱང་། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་

མ་གྲངས་ཆ་ཡིན་པས་མ་ལྟོང་། དཔེར་ན། $\frac{-3}{4}$ ལྟ་བུའོ། ། ལྷིང་བྱ་ཆ་དང་མ་ཆ་མོ་གྲངས་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་
ནམས་གྲངས་ཆ་ཡིན།

རིམ་གྲངས་མོ་ x གང་ཞིག་བྱ་ཆ་ x དང་། མ་ཆ་1 ཅན་གྱི་གྲངས་ཆ་ ཡིན་པར་བརྟེན་བཞིན། རིམ་གྲངས་ y

(མོ་གྲངས་སམ། མོ་གྲངས། ཡང་ན་ལྷན་ཀོར།) ཡང་བྱ་ཆ་ y དང་མ་ཆ་1 ཅན་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{y}{1}$ ལ་བརྟེན་ཡི་ཡོད།

དེས་ན། རིམ་གྲངས་100, -6, 0 བཅས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན། ལྷུ་མཚན་ནི། དེ་དག་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་ $\frac{100}{1}$, $\frac{-6}{1}$,

ལྷུ་མཚན་ལྟར་པས་སོ། །

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་ཀྱི་སྐབས། གལ་ཏེ་ $p \times s = q \times r$ ཡིན་ན། དེ་དག་འདྲ་མཚུངས་

གྲངས་ཡིན་ཟེར། དེར་བརྟེན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{1}{2}$ དང་ $\frac{2}{4}$ གཉིས་ནི་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རེད། འདྲ་

མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱིས་གྲངས་གཅིག་རང་མཚོན།

དེར་བརྟེན། $\frac{15}{5}$ དང་ $\frac{90}{30}$ གཉིས་ཀྱིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{3}{1}$ མཚོན། $\frac{p}{q}$ དེ་གྲངས་ཆ་ཞིག་ཡིན་ན།

གྲངས་ཆ་ $\frac{2p}{2q}$ རིམ་ $\frac{p}{q}$ ཡི་འདྲ་མཚུངས་གྲངས་ཆ་ཡིན་པ་དྲན་གསོ་བྱོས་དང་། དེ་བཞིན། $\frac{p}{q}$ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་

ན། $\frac{2p}{2q}$ ཡང་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དང་། དེ་ཡང་ $\frac{p}{q}$ དང་འདྲ་མཚུངས་རེད།

དེ་བཞིན། $\frac{100p}{100q}$, $\frac{m \times p}{m \times q}$ ($m \neq 0$) བཅས་ཚང་མ་ དང་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རེད། $\frac{-30}{16}$

དང་ རིམ་ལྡན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རེད། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ , $\frac{21}{12}$, $\frac{14}{8}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{-14}{-8}$,

བཅས་ཚང་མ་ དང་འདྲ་མཚུངས་རེད།





གྲངས་ཆ་བཞིན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ཡི་ p དང་ q གཉིས་ལ་སྒྲིའི་བཤོད་གྲངས་ 1 ལས་གཞན་མེད་ན།
 ཡང་ན། p དང་ q གཉིས་ཀྱི་ HCF = 1 ཡིན་ན། དེ་ལ་**རྣམ་པ་བརྒྱུས་ཤོས་**ཟེས། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{3}{7}$, $\frac{-103}{5}$,

བཅས་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་བརྒྱུས་ཤོས་ཡིན། འོན་ཀྱང་། $\frac{15}{70}$ རི་བརྒྱུས་ཤོས་མིན། ལྷ་མཚན་ནི། དེའི་འབྲེལ་
 དང་མ་ཆ་གཉིས་ཀྱི་སྒྲིའི་བཤོད་གྲངས་ནི་5 ཡིན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་འདི་བརྒྱུས་ཤོས་སུ་བསྐྱོད་པར་ང་ཚོས།

$$\frac{15}{70} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{14} \text{ ལྷ་མཚན་ན། } \frac{3}{14} \text{ རི་བརྒྱུས་ཤོས་ཡིན།}$$

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ཚང་མ་བརྒྱུས་ཤོས་སུ་ཕབ་ཐུབ། འདིའི་ཆེད་དུ་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་ཤོས་རིམ་ལྡར་བྱ་

དགོས།

གོམ་པ་༡ p དང་ q གཉིས་ཀྱི་སྒྲིའི་བཤོད་གྲངས་ཆེ་ཤོས་ m ཚོལ།

གལ་ཏེ་ $m = 1$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q}$ རི་བརྒྱུས་ཤོས་ཡིན།

གོམ་པ་༢ གལ་ཏེ་ $m \neq 1$ ཡིན་ན། $p' = p \div m$ དང་ $q' = q \div m$ ཞིག་བཙལ་བ་ན།

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ རི་བརྒྱུས་ཤོས་ཀྱི་རྣམ་པ་ཡིན།

ཕྱིས་དཔེ། 1. གཤམ་གྱི་གྲངས་རྣམས་བརྒྱུས་ཤོས་ཡིན་མིན་ལྟོས། བརྒྱུས་ཤོས་མིན་པ་རྣམས་བརྒྱུས་ཤོས་སུ་བསྐྱོད་སྟེ།

- ཀ) $\frac{12}{16}$ ཁ) $\frac{17}{79}$ ག) $\frac{-24}{36}$ ང)

ལན། ཀ) འདིར་ $12 = 2 \times 2 \times 3$ དང་ $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ རེད།
 དེར་བརྟེན། 12 དང་ 16 གཉིས་ཀྱི་ HCF = $2 \times 2 = 4$ རེད། (གོམ་པ་༡)

དེར་བརྟེན། རི་བརྒྱུས་ཤོས་མིན།

ཡང་། $12 \div 4 = 3$ དང་ $16 \div 4 = 4$ (གོམ་པ་༢)

དེར་བརྟེན། $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ རི་བརྒྱུས་ཤོས་རེད།

ཁ) འདིར་ 17 དང་ 79 གཉིས་ཀྱི་ HCF = 1 རེད།





དེར་བརྟེན། $\frac{17}{79}$ རྟེན་བསྐྱུས་ཤོས་ཡིན། (གོམ་པ་༡)

ག) 24 དང་36 གཉིས་ཀྱི་HCF = 12 རེད།

དེར་བརྟེན། $\frac{-24}{36}$ རྟེན་བསྐྱུས་ཤོས་མིན།

འོན་ཀྱང་།
 =
 = རྟེན་བསྐྱུས་ཤོས་རེད།

ང་) འདིར་60 དང་72 གཉིས་ཀྱི་HCF = 12 ཡིན་པ་དང་།

ཡི་བསྐྱུས་ཤོས་ནི། = = =

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་བྱ་ཆ་དང་མ་ཆ་གཉིས་སྤྱི་བལོད་གྲངས་ཤིག་གིས་བཞོས་ན། འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཐོབ་པ་བཞིན། དེའི་བྱ་ཆ་དང་མ་ཆ་གཉིས་ལ་གྲངས་ཤིག་གིས་མཉམ་དུ་བསྐྱུར་ན་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ཐོབ་པོ། །

~~300~~ 12-4)
~~1300~~ 12-4)

དེར་བརྟེན། $\frac{2}{3}, \frac{4}{6} (= \frac{2 \times 2}{3 \times 2}), \frac{-8}{-12}$

སོགས་ཚང་མ་འདྲ་མཚུངས་ཡིན་པ་དང་། དེ་

དག་ཚང་མས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཅིག་རང་མཚོན།

བྱ་ཆ་ཚོས་འདི་ལས་གཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་ཚོགས་བསྡེམས་བྱེད་ཐུབ།

ལུགས་ལྡན་གྲངས་གང་རུང་ $\frac{p}{q}$ ཞིག་གི་ཚབ་དུ་དེའི་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p \times k}{q \times k}$ ཡིས་བརྗོད་ཀྱང་

ཚོག་འདིར་k རྟེན་ལྷད་ཀོར་མིན་པའི་གྲངས་གང་རུང་ཞིག་ཡིན་དགོས།

ཕྱི་ས་དཔེ། 2. གཤམ་གྱི་ ཚབ་དུ་གྲངས་གང་འོས་རེ་བྲིས།

༡) $= \frac{\Delta}{35} =$

༢) $= \frac{35}{\Delta} = \frac{-63}{\Delta}$

༣) $\frac{90}{165} = \frac{-6}{\Delta} = \frac{\Delta}{-55}$





ལན། 1) $35 \div (-7) = -5$ དེ་ནི། $35 = (-7) \times (-5)$

$$= \frac{5 \times (-5)}{(-7) \times (-5)} =$$

དེ་མཚུངས། $(-77) \div (-7) = 11$ དེ་ནི། $(-7) \times 11 = -77$

$$= \frac{5 \times 11}{(-7) \times 11} =$$

དེར་བརྟེན། $\frac{5}{-7} = \frac{-25}{35} =$

2) འདིར་ $35 = 7 \times 5$

$$\therefore = \frac{7 \times 5}{13 \times 5} =$$

ཡང་། $-63 = 7 \times (-9)$

$$\therefore = \frac{7 \times (-9)}{13 \times (-9)} =$$

དེར་བརྟེན། $= \frac{35}{65} = \frac{-63}{-117}$

3) དོ་སྤང་བྱ་རྒྱུར། བོང་གི་1) དང་2) གཉིས་ཀྱི་སྐབས་སུ། དང་ $\frac{7}{13}$ གཉིས་ནི་སློབ་ཚན་བརྒྱུས་ཤོས་

ཡིན། འདིར་སློབ་ལ་ $\frac{90}{165}$ བརྒྱུས་ཤོས་བཟོ་དགོས།

ད་ཀྱི། $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ དང་། $165 = 3 \times 5 \times 11$

དེར་བརྟེན། 90 དང་165 གཉིས་ཀྱི་HCF ནི་ $= 3 \times 5 = 15$

ཡང་། $\frac{90}{165} = \frac{6 \times 15}{11 \times 15} =$

དེར་བརྟེན། ལུགས་ཁྲན་གྲངས་ $\frac{90}{165}$ ཡི་བརྒྱུས་ཤོས་ནི་ $\frac{6}{11}$ རེད།

ཡང་། $\frac{6}{11} = \frac{-6}{-11}$

སླར་ཡང་། $-55 \times 11 = -5$





$$\text{དེར་བརྟེན།} \quad = \frac{6 \times (-5)}{11 \times (-5)} =$$

མཚན། ༡) མ་ཚལོ་གངས་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གངས་བསྐྱར་གྲུབ་པའི་ལ་**ལུགས་ལྡན་གངས་ཚད་ལྡན་** (Standard form) ཟེར།

དེས་ན། ཡི་ཚད་ལྡན་གངས་ནི་ ཡིན། གངས་ ཞི་བསྐྱར་གྲུབ་པའི་ནའང་། དེ་ཞི་ཚད་ལྡན་གངས་མིན། ང་

ཚོས་གངས་དེ་ཚད་ལྡན་གངས་ལ་འདི་ལྟར་བསྐྱར་ཡོད། $\frac{3}{-4} = \frac{3 \times (-1)}{(-4) \times (-1)} =$

༢) གོང་དུ་ང་ཚོས་ དང་ $\frac{-3}{4}$ ཞི་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གངས་ཡིན་པ་མཐོང་ཡོད། སྤྱིར་བཏང་བཤད་ན། p དང་ q

ནི་རིལ་གངས་ཕོ་གང་རུང་ཡིན་ན། $= \frac{p \times (-1)}{(-q) \times (-1)} =$ དང་། $=$ $=$ བཅས་ཡིན།

དེས་ན། ལུགས་ལྡན་གངས་ $\frac{p}{-q}$ ཞི་ $\frac{-p}{q}$ དང་འདྲ་མཚུངས་ཡིན་པ་དང་། ཞི་ དང་འདྲ་མཚུངས་ཡིན། ཚོག་གཞན་

ཀྱིས་བཤད་ན། མ་ཚལོ་གངས་ཅན་གྱི་ལུགས་ལྡན་གངས་ཤིག་མ་ཚལོ་གངས་ཅན་གྱི་ལུགས་ལྡན་གངས་ཀྱིས་བརྗེ་བྲལ། གནས་སྐངས་

འདིའི་ནང་། p ཞི་རིལ་གངས་དང་། q ཞི་རིལ་གངས་ཕོ་ཡིན་པའི་གངས་ $\frac{p}{q}$ ལ་ལུགས་ལྡན་གངས་དེ་ཅེས་ང་ཚོས་བཤད་བྲལ།

~~11~~ (-1)
~~11~~ (-1)



སློབ་ཚན། 1.1



༡ ལུགས་ལྡན་གངས་དག་གི་བྱ་ཆ་བྲིས།

- ཀ) $\frac{12}{23}$ ཁ) $\frac{-27}{53}$ ག) ང) $\frac{1}{101}$ ཅ) $\frac{-67}{-167}$

༢ གོང་གི་ལུགས་ལྡན་གངས་ནམས་ཀྱི་མ་ཚལོ་བྲིས།

༣ གཤམ་དུ་མ་ཚལོ་དང་བྱ་ཆ་རིམ་པ་ལྟར་སྤྲད་ཡོད་པ་ལྟར། ལུགས་ལྡན་གངས་དེ་དག་གི་རིམ་ལྟར་བྲིས།

- ཀ) 2^3 དང་ 3^2 ཁ) $5 - 49$ དང་ $55 - 9$
- ག) $28 + 79$ དང་ $79 - 28$ ང) 5×3 དང་ $16 \div 8$



༤། གཤམ་གྱི་ལུགས་ལྟན་གྲངས་རྣམས་བསྐྱུས་ཤོས་ཀྱི་རྣམ་པར་བྲིས།

- ཀ) $\frac{-36}{180}$ ཁ) $\frac{-36}{180}$ ག) $\frac{-36}{180}$
 གྷ) $\frac{24}{64}$ ང) $\frac{24}{64}$ ཅ) $\frac{44}{428}$

༥། གྲངས་ $\frac{1}{4}$ དེ་བཞིན་མ་ཆ་གཤམ་གསལ་ལྟར་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྟན་གྲངས་ཐོག་བྲིས།

- ཀ) 20 ཁ) 36 ག) -80 གྷ) -100 ང) 40000

༦། གྲངས་ $\frac{2}{5}$ དེ་བཞིན་བྱ་ཆ་གཤམ་གསལ་ལྟར་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྟན་གྲངས་ཐོག་བྲིས།

- ཀ) -56 ཁ) 154 ག) -750 གྷ) 500 ང) -6250

༧། ཁ་སྐོངས།

- ཀ) $\frac{2}{3} = \frac{\Delta}{135}$ ཁ) = ག) $\frac{5}{\Delta} = \frac{90}{216}$ གྷ) $\frac{9}{16} = \frac{90}{\Delta}$

༨། གཤམ་གསལ་རྣམས་མ་ཆ་མཉམ་པའི་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྟན་གྲངས་ཀྱི་རྣམ་པར་ཐོག་མཚོན།

- ཀ) $\frac{5}{6}$ དང་ $\frac{7}{9}$ ཁ) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ དང་ $\frac{7}{12}$
 ག) $\frac{4}{5}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{23}{40}$ དང་ $\frac{11}{16}$ གྷ) $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{14}$ དང་ $\frac{20}{21}$

༩། ལུགས་ལྟན་གྲངས་ཚད་ལྡན་གྱི་རྣམ་པར་བསྐྱུར།

- ཀ) $\frac{-144}{-504}$ ཁ) $\frac{-144}{-504}$ ག) $\frac{-132}{-330}$ གྷ) $\frac{-132}{-330}$

༡༠། གཤམ་གསལ་བཞོད་པ་རྣམས་ལས་བདེན་པ་ལ་T དང་། རྩོད་པ་ལ་F ཞེས་བྲིས།

- ཀ) $\frac{-3}{5}$ ཞི་གྲངས་ཆ་རེད།
 ཁ) ཞི་གྲངས་ཆ་སྐྱགས་མ་རེད།
 ག) $\frac{24}{44}$ དང་ $\frac{2}{4}$ འདྲ་མཚུངས་རེད།
 གྷ) $\frac{150}{1500}$ དང་ $\frac{1}{10}$ འདྲ་མཚུངས་རེད།



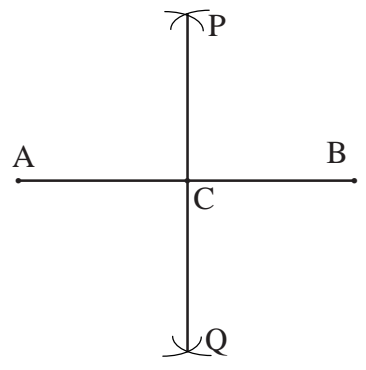


- ཅ) $-2 \times (-4) < 3 \times 3$ ཡིན་སྐབས། $\frac{-2}{3} < 3$ རེད།
- ཆ) མཉམ་བུ་ $8x + 8 = 0$ རིལ་གྲངས་ཐོག་འགོལ་བྱུང།
- ཇ) མཉམ་བུ་ $8x + 4 = 0$ གྲངས་ཚེལ་ཐོག་འགོལ་བྱུང།
- ན) $\frac{1}{0}$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་མིན།
- ད) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{1}{9}$ རི་བརྒྱུས་ཤོས་ཡིན་ནའང་། $\frac{9}{1}$ རི་བརྒྱུས་ཤོས་མིན།
- མ) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ཚད་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{q}{p}$ ཡང་ཚད་ལྡན་གྲངས་ཡིན།



༡.༥ གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལུགས་ལྡན་གྲངས་མཚོན་ཐབས།

ཁྱེད་ཚོས་འཛིན་བྱ་དུག་པའི་སྐབས་སུ་ཐིག་དུམ་AB མཉམ་བཤོད་ཕྱིད་སྒྲངས་བྲན་གསེབ་ཤོས་དང་། གལ་ཏེ་ཐིག་དུམ་AB རི་སྤྱད་ཟིན་པའི་ཐིག་དུམ་ཞིག་ཡིན་ན། A དེ་སྒོར་ལྟེ་དང་། ཚང་ཕྱིད་ཐིག་དུམ་AB ཡི་ཕྱིད་ཀ་ལས་ཚུང་ཆེ་བ་ལྡངས་ཏེ། ཐིག་དུམ་AB ཡི་ཕྱོགས་གཉིས་སུ་གཞུ་ཐིག་རེ་བྲིས། སྒོར་ལྟེ་B དང་ཚངས་ཕྱིད་ཤོང་བཞིན་ཡིན་པའི་གཞུ་ཐིག་གཉིས་སྐར་ཡང་ཐིག་དུམ་AB ཡི་ཕྱོགས་གཉིས་སུ་ཤོང་གི་གཞུ་ཐིག་གཉིས་ལ་P དང་Q ལ་འཕྲད་པ་ཞིག་བྲིས། P དང་Q གཉིས་ཐིག་དུམ་AB ལ་གནས་C བརྒྱད་པ་མཐུད་ཅིག་(དཔེ་རིས་༡.༣) གནས་C རི་ཐིག་དུམ་AB ཡི་དཀྱིལ་གནས་ཡིན། དེ་ནི་ཐིག་དུམ་AB གནས་C ཡིས་མཉམ་བཤོད་བྱས་པ།



མཉམ་བཤོད་ཀྱི་ཐབས་ལམ་འདི་བརྒྱུར་སྒྲིབ་བྱས་ན། ང་ཚོས། AB དེ་ཆ་གས་མཉམ་པ་ $2 \times 2 = 4$ ཆ་གས་མཉམ་པ་ $2 \times 3 = 6$ ཆ་གས་མཉམ་པ་ $2 \times 8 = 16$ བཅས་སོགས་སུ་བཤོ་བྱུང། ང་ཚོས། AB ཆ་གས་མཉམ་པ་64 ཡང་ན། 256 ལ་བཤོ་བྱུང་བཅ།

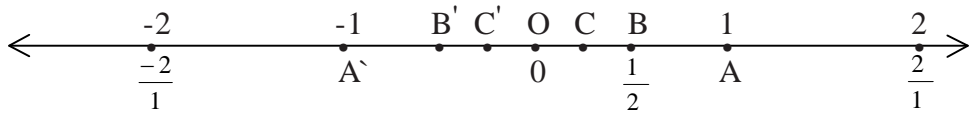
ང་ཚོས་ཐིག་དུམ་ཞིག་ཆ་གས་མཉམ་པ་གསུམ་ལ་བཤོ་བྱུང་བམ་ཞེ་ན། བཤོ་བྱུང། སྤྱིར་ང་ཚོས་ཐིག་དུམ་ཞིག་ཆ་གས་མཉམ་པ་གྲངས་ཇི་ཅམ་ལ་དཤོས་པ་དེ་ཅམ་ལ་བཤོ་བྱུང། ང་ཚོས་དེ་སྤྱི་སྒྲངས་རྒྱས་པར་མི་འགོ་བར། གནས་སྒྲངས་འདི་བེད་སྤྱད་དེ་གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལུགས་ལྡན་གྲངས་མཚོན་ཀྱི་ཡིན།





ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{2}{1}$ དང་ $-\frac{2}{1}$ གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་འདོད་ན། ཞི་རིལ་གྲངས་ 2 དང་མཉམ་པ་དང་། $-\frac{2}{1}$ ཞི་རིལ་གྲངས་ -2 དང་གཅིག་པ་ཡིན། ང་ཚོས་རིལ་གྲངས་གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་སྟངས་རྩོན་ལ་སྦྱངས་ཟིན་པ་ལྟར། མ་ཚུ་ 1 ཅན་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མ་ང་ཚོས་གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་ཡོད།

དང་ཚོས་ ཡང་ན་ $\frac{1}{4}$ གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་འདོད་ན། (དཔེ་རིས་ 9) ཐོག་མར་གྲངས་ཐིག་གི་ཐོག་གནས་ A རྒྱངས་ཏེ། ཐིག་དུམ་ OA (O ཞི་ཐིག་གི་སྤོང་ལྗང་ཀོར་གྱི་གནས་) ཡིས་གྲངས་ 1 མཚོན་པར་བྱེད། ང་ཚོས་ཐིག་དུམ་ OA མཉམ་བཤོད་བྱེད། གལ་ཏེ་མཉམ་བཤོད་གྱི་གནས་ B ཡིན་ན། ཐིག་དུམ་ OB ཞི་ $\frac{1}{2}$ ཡིན་པས། B ཡིས་ $\frac{1}{2}$ མཚོན། ཐིག་དུམ་ OB མཉམ་བཤོད་བྱེད་པའི་གནས་ C ཡིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{1}{4}$ མཚོན། དེ་བཞིན་གལ་ཏེ། A' གིས་གྲངས་ -1 མཚོན་ན། ཐིག་དུམ་ OA' མཉམ་བཤོད་བྱེད་པའི་གནས་ B' གིས་ $-\frac{1}{2}$ མཚོན་པ་དང་། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $-\frac{1}{4}$ ཞི། ཐིག་དུམ་ OB' མཉམ་བཤོད་བྱེད་པའི་གནས་ C' གིས་མཚོན། མཉམ་བཤོད་བསྐྱར་སློབ་གྱི་ལམ་ནས་བྱ་བ་ཅན་དང་། མ་ཚུ་ 2 གྱི་ཐོ་གྲངས་གང་རུང་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་མཚོན་ཐུབ།

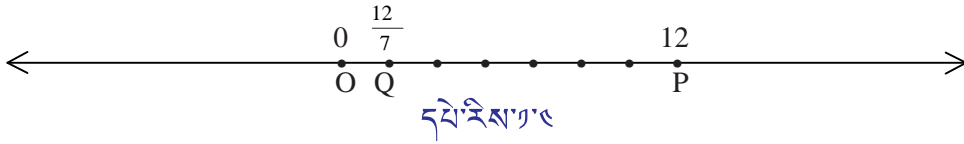


མཚན།

དཔེ་རིས་ 9

9 ང་ཚོས་གོང་དུ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དམིགས་བསལ་རིགས་ཏེ་དཔེར་ན། $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ ལྟ་བུ་མཚོན་སྟངས་འགྲེལ་བཞིན་བྱས་ཡོད་ནའང་། སྦྱར་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མ་གྲངས་ཐིག་གི་ཐོག་མཚོན་ཐུབ། འདི་ལྟར་མཚོན་ཐུབ་པའི་རྒྱ་མཚན་ཞི། ཐིག་དུམ་ཞིག་ཆ་གས་མཉམ་པ་ 7 ཅི་ཙམ་དུ་བཤོས་ཀྱང་རུང་བའི་ཕྱིར། དེས་ན། གལ་ཏེ་ང་ཚོས་ $\frac{12}{7}$ གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་འདོད་ན། ཐོག་མར་གྲངས་ཐིག་ཐོག་གནས་ P ཞིག་རྒྱངས་ནས་རིལ་གྲངས་ 12 མཚོན་པར་བྱ། (དཔེ་རིས་ 9) དེ་ནས་ཐིག་དུམ་ OP ཆ་གས་མཉམ་པ་ 7 ལ་བཤོས་ཏེ། ཆ་གས་སོ་སོའི་གནས་རྣམས་ལ་རྟགས་རྒྱག་དགོས། གལ་ཏེ་ O ཡི་གལ་ས་རྩོགས་གྱི་གནས་དང་པོ་ Q ཡིན་ན། OQ ཡི་བར་ཐག་ནི་ཐིག་དུམ་ OP ཡི་བདུན་ཆ་གཅིག་ཡིན་པ་དང་། OP ཡིས་ཚད་གཞི་ 12 མཚོན་པས། OQ ཡིས་ 12 གྱི་བདུན་ཆ་གཅིག་སྟེ། $\frac{12}{7}$ མཚོན། ཚིག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། Q ཡིས་ $\frac{12}{7}$ མཚོན།





དང་ཚེས་གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $-\frac{17}{9}$ ལྟ་བུའི་རིགས་མཚོན་དགོས་ན། ཐོག་མར་དང་ཚེས་གནས་O ཡི་གཡོན་ཕྱོགས་སུ་རིམ་གྲངས་-17 མཚོན་པའི་གནས་P ཞིག་འཛོལ་དགོས། དེ་ནས་ཐོག་དུམ་OP ཆ་གས་མཉམ་པ་9 ལ་བགོ་དགོས། གལ་ཏེ་Q དེ་O ཡི་གཡོན་ཕྱོགས་ཀྱི་གནས་དང་པོ་དེ་ཡིན་ན། Q ཡིས་མཚོན།

༡༥ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཐོག་གྲངས་ཐོག་ཐོག་མཚོན་སྐབས། ཐོག་མར་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དེ་ཚད་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ནམ་པར་བརྒྱར་དགོས། ལྷ་མཚན་ནི། གྲངས་ཐོག་ཐོག་མཚོན་པར་དང་ཚེས་རིང་ཚད། p ། ཡིན་པའི་ཐོག་དུམ་ཞིག་ཆ་གས་མཉམ་པ་q ལ་

བགོ་དགོས་པས། q ཞི་ཕོ་གྲངས་ཡིན་དགོས། ལྷ་རྒྱུ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{1}{2}$ དང་ $\frac{50}{100}$ ལ་བལྟས་ན། དེ་གཉིས་གྲངས་ཐོག་ཐོག་གནས་གཅིག་ཏུ་ཡོད། འདིར་ $\frac{1}{2}$ མཚོན་པར་དང་ཚེས་ཆ་གས་མཉམ་པ་གཉིས་སུ་གཏོང་དགོས། འོན་ཀྱང་། $\frac{50}{100}$ མཚོན་པར་དང་ཚེས་ཐོག་དུམ་ཚད་གཞི་50 ཅན་ཞིག་ཆ་གས་མཉམ་པ་100 ལ་བགོ་དགོས།

དང་ཚེས་ཤེས་གསལ་ལ། 0 ཞི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་ལ། དེ་ $\frac{p}{q}$ ལྟར་འབྲི་ཐུབ། སྐབས་འདིར། $p=0$ དང་། q ཞི་

ལྷད་ཀོར་མེན་པའི་རིམ་གྲངས་ཐོག་ཡིན། དེས་ན། $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{-100} = \frac{0}{596}$ སོགས་ཡིན། 0 གཡལས་ཕྱོགས་སུ་ཡོད་པའི་

གྲངས་ཞི་ཕོ་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། 0 གཡོན་ཕྱོགས་སུ་ཡོད་པའི་གྲངས་ཞི་ཕོ་གྲངས་ཤེ། དེར་བརྟེན། $\frac{1}{9}, \frac{-15}{-19}, \frac{-106}{-141}$

སོགས་ཚང་མ་ཕོ་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། $\frac{802}{-9999}$ སོགས་ཚང་མ་ཕོ་གྲངས་ཡིན། དེར་བརྟེན།

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ སྐབས་སུ།

༡༥ གལ་ཏེ་p ལྷད་ཀོར་ཡིན་ན། $\frac{p}{q}$ ལྷད་ཀོར་ཡིན།

༡༦ p དང་q གཉིས་ཀ་ཕོ་གྲངས་སམ། གཉིས་ཀ་ཕོ་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{p}{q}$ ཕོ་གྲངས་ཡིན།

༡༧ གལ་ཏེ་p དང་q གང་ཅུང་ཞིག་ཕོ་གྲངས་ཏེ། p དང་q གང་ཅུང་ཞིག་ལ་ཕོ་གྲངས་ཡོད་ན། $\frac{p}{q}$ ཕོ་གྲངས་ཡིན།





1.6 གོ་རིམ་གྱི་འབྲེལ་བ། Oder Relation

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ ལྟ་བུ་གཉིས་པ་ཚོས་གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་ན། དེ་གཉིས་གྲངས་ཐིག་ཐོག་གནས་

གཅིག་མཚོན་གྱི་ཡོད་ན། $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ འོན་ཀྱང་། གལ་ཏེ་ $\frac{p}{q} \neq \frac{r}{s}$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q}$ དེ་ $\frac{r}{s}$ གྱི་གཡས་སྤྱོད་གསལ་མཐུན་གཡོན་སྤྱོད་གསལ་གང་རུང་ཞིག་ཏུ་ཡོད།

གལ་སྲིད་ $\frac{p}{q}$ དེ་ $\frac{r}{s}$ གྱི་གཡོན་སྤྱོད་གསལ་ལྟར་ཡོད་ན། $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$

གལ་སྲིད་ $\frac{p}{q}$ དེ་ $\frac{r}{s}$ གྱི་གཡས་སྤྱོད་གསལ་ལྟར་ཡོད་ན། $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

དེར་བརྟེན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་དབར་གྱི་འབྲེལ་བ་གཤམ་གསལ་ཁག་གསུམ་ལས་གང་རུང་ཞིག་ཡོད་སྲིད།

(1) $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ ཡང་ན། (2) $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$ ཡང་ན། (3) $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ཆེ་ཆུང་བསྟར་སྐབས། ང་ཚོས་གྲངས་ཐིག་ཐོག་སྤྱོད་མ་བྱས་པར་གྲངས་ཆེ་ཆུང་བསྟར་ཐབས་ཀྱི་ལམ་ནས་ཀྱང་བསྟར་བྱུང།

གལ་ཏེ། $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ (གཉིས་ཀ་ཚད་ལྡན་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་) གཉིས་ཀྱི་མ་ཆ་གཅིག་པ་ཡིན་པ་ལྟེ།

$s = q$ ཡིན་སྐབས། ང་ཚོས་བྱ་ཆ་ནམས་བསྟར་ཚོག་ དེ་ཡང་།

གལ་ཏེ་ $p = r$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$

གལ་ཏེ་ $p < r$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$

གལ་ཏེ་ $p > r$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$

དེར་བརྟེན། $\frac{3}{25}$ དང་ $\frac{7}{25}$ བསྟར་སྐབས། ང་ཚོས་3 དང་7 བསྟར་ན། $3 < 7$ ཡིན་སྐབས། $\frac{3}{25} < \frac{7}{25}$ རེད།





དེ་བཞིན། $\frac{-7}{19}$ དང་ བསྐྱར་བ་ལ། ང་ཚོས་ -7 དང་ -11 བསྐྱར་ན། $-7 > -11$ ཡིན་པས། $>$
 དེར་བརྟེན།

མ་ཆ་ཕོ་གྲངས་གཅིག་པ་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ དང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་ཀྱི་ཕྱ་ཆ་ནི་གོ་རིམ་ལྟར་ $p = r, p < r, p > r$ བཅས་ཡིན་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་དེ་གཉིས་ཀྱི་འབྲེལ་བ་ནི་ $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}, \frac{p}{q} < \frac{r}{s}, \frac{p}{q} > \frac{r}{s}$ བཅས་ཡིན།

འོ་ན། མ་ཆ་མི་འདྲ་བའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རྣམས་ཇི་ལྟར་བསྐྱར་དགོས་སམ་ཞེ་ན།

གལ་ཏེ། $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། $q \neq s$ ཡིན་ན།

ང་ཚོས་ དང་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་མ་ཆ་(ཕོ་གྲངས་) གཅིག་པའི་འདྲ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་སུ་བརྟེན་བསྐྱར་བྱས་

ཏེ་བསྐྱར་དགོས།

དཔེར་ན། $\frac{3}{5}$ དང་ $\frac{7}{9}$ བསྐྱར་དགོས་ན། ང་ཚོས།

$\frac{3}{5}$ དེ་ $\frac{3 \times 9}{5 \times 9} =$ དང་། $\frac{7}{9}$ དེ་ $\frac{7 \times 5}{9 \times 5} =$ བཅས་སུ་བརྟེན་བསྐྱར་བྱས་ཇི་སྲིད།

ད་ང་ཚོས། $\frac{27}{45}$ དང་ $\frac{35}{45}$ གཉིས་བསྐྱར་དགོས།

འདིར། $27 < 35$ ཡིན་པས། $\frac{27}{45} < \frac{35}{45}$ ཡིན། དེ་ནི། $\frac{3}{5} < \frac{7}{9}$ ཡིན།

ཕྱི་ས་དཔེ། 3. ག་གམ་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རྣམས་སྐྱར་ཅིག

- ཀ) $\frac{21}{15}$ དང་ $\frac{19}{27}$
- ཁ) $\frac{-15}{22}$ དང་
- ག) དང་ $\frac{150}{-7}$
- ང) $\frac{13}{-8}$ དང་ $\frac{-27}{12}$

ལན། ཀ) དང་ $\frac{19}{27}$
 $\frac{21}{15} = \frac{21 \times 27}{15 \times 27} =$ དང་།





$$\frac{19}{27} = \frac{19 \times 15}{27 \times 15} =$$

$$567 > 285 \text{ ཡིན་པས་ན། } \frac{21}{15} > \frac{19}{27}$$

ཁ) $\frac{-15}{22}$ དང་

$$= \quad = \quad \text{དང་།}$$

$$= \quad =$$

$$-748 < -435 \text{ ཡིན་པས་ན། } <$$



ག) $\text{དང་} \frac{150}{-7}$

$$\frac{111}{-5} = \frac{111 \times (-7)}{-5 \times (-7)} = \text{དང་།}$$

$$= \frac{150 \times (-5)}{-7 \times (-5)} =$$

$$-777 < -750 \text{ ཡིན་པས་ན། } < \frac{150}{-7}$$

ང) $\frac{13}{-8}$ དང་ $\frac{-27}{12}$

$$= \frac{13 \times 12}{-8 \times 12} = \quad = \quad \text{དང་།}$$

$$= \quad = \quad =$$

$$-156 > -216 \text{ ཡིན་པས་ན། } > \frac{-27}{12}$$

གོང་གི་ཚུལ་དཔེ་ཚང་མའི་ནང་དུ་འཛོལ་གྲངས་རྣམས་ཤོ་གྲངས་ཅན་གྱི་སྤྱི་མཆ་དང་འདྲ་མཚུངས་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་སུ་བསྐྱར་ཡོད། དེའི་ཚེད་དུ་འཛོལ་མཆ་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་(དང་བསྐྱར་ཐོབ་མོ་གྲངས་སྐབས་སུ་-1) གྲངས་ཡོད། ཚུལ་དཔེ་ཉ ཀ) པའི་སྐབས་སུ་སྤྱི་མཆ་ནི། 15×27 འོན་ཀྱང་། ཚུལ་དཔེ་ཉ ང) པའི་སྐབས་སུ་སྤྱི་མཆ་དེ་96 = $[-8 \times 12 \times (-1)]$ རེད། འདི་ལྟ་བུའི་སྤྱི་མཆ་ཆེན་པོ་མེ་ལེན་པ་གཙོ་འདོན་བྱ་དགོས།





ང་ཚོས་སྤྱི་མ་ཚེ་ཆེད་དུ་སྤྱི་ལྡབ་གྲངས་ཚུང་ཤོས་(LCM) བེད་སྤྱོད་བཏང་ཚོག་ དཔེར་ན། ཕྱིས་དཔེ་
 མ་གཞི་པའི་སྐབས་སུ་སྤྱི་མ་ཚེ་ $15 \times 27 = 405$ ཡི་ཚབ་དུ་ང་ཚོས་ 135 བེད་སྤྱོད་བཏང་ཚོག་

དེར་བརྟེན། $\frac{21 \times 9}{15 \times 9} =$

དང་། $\frac{19}{27} = \frac{19 \times 5}{27 \times 5} =$

$189 > 95$ ཡིན་པས། $\frac{21}{15} > \frac{19}{27}$

ཕྱིས་དཔེ། 4. བར་སློང་ནང་> ཡང་ན་< སློངས།

ཀ) $\frac{5}{8}$ $\frac{11}{12}$

ཁ) $\frac{-7}{60}$

ག) $\frac{-4}{9}$

ལན། ཀ) $\frac{11}{12}$

8 དང་12 གྱི་LCM = 24 ཡང་། $24 = 8 \times 3 = 12 \times 2$

དེར་བརྟེན། $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} =$ དང་། $\frac{11}{12} = \frac{11 \times 2}{12 \times 2} =$

$15 < 22$ དེར་བརྟེན། $\frac{5}{8}$ $\frac{11}{12}$

ཁ) $\frac{-7}{60}$

60 དང་40 ཡི་LCM = 120 ཡང་། $120 = 60 \times 2 = -40 \times (-3)$

དེར་བརྟེན། $\frac{-7}{60} =$ $=$ དང་། $= \frac{5 \times (-3)}{-40 \times (-3)} =$

$-14 > -15$ དེར་བརྟེན།

ག) $\frac{-4}{9}$

ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་མི་ཡིན་པ་དང་། $=$ ནི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་མི་ཡིན།

དེར་བརྟེན། $\frac{-4}{9}$



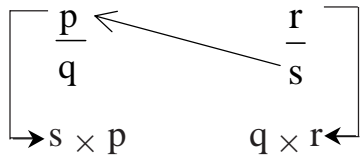


མ་ཚེ་མི་འདྲ་བའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་བསྟར་སྟངས་གཞན་ཞིག་ཀྱང་ཡོད། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ དང་

$\frac{r}{s}$ བསྟར་བར་ང་ཚོས་འདི་ལྟར་བྱེད་དོ། །

1) གྲངས་ $\frac{p}{q}$ དང་ $\frac{r}{s}$ ཡི་ཚད་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཐད་ཀར་བྲིས།

2) $\frac{p}{q}$ ག་གམ་དུ་རིལ་གྲངས་ $s \times p$ དང་ $\frac{r}{s}$ ཡི་ག་གམ་དུ་རིལ་གྲངས་ $q \times r$ བྲིས།

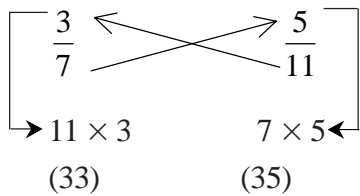


3) རིལ་གྲངས་ $s \times p$ དང་ $q \times r$ གཉིས་བསྟར་བར་བྱ། གལ་ཏེ་ $s \times p < q \times r$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$

ཕྱིས་དཔེ། 5. ག་གམ་གྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རྣམས་སྟུང།

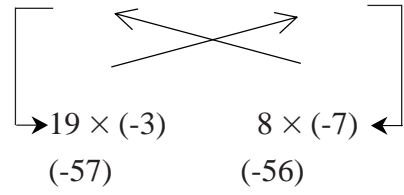
ཀ) $\frac{3}{7}$ དང་ $\frac{5}{11}$ ཁ) $\frac{-3}{8}$ དང་ ག) དང་

ལན། ཀ) $\frac{3}{7}$ དང་ $\frac{5}{11}$



$33 < 35$ དེར་བརྟེན། $\frac{3}{7} < \frac{5}{11}$

ཁ) $\frac{-3}{8}$ དང་



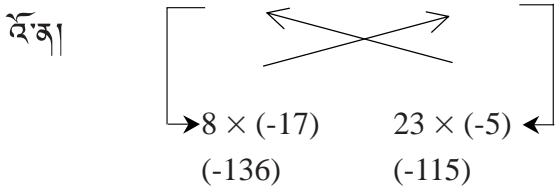
$-57 < -56$ དེར་བརྟེན། $<$





ག) $\frac{-17}{23}$ དང་

སློབ་ལ་ར་ཚོས་ $\frac{5}{-8}$ དེ་ཚད་ལྡན་གྲངས་ $\frac{-5}{8}$ ཐོག་འཕྲི་དགོས།



$-136 < -115$ དེར་བརྟེན། $<$



1.2 ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་རྩིས་མེད་བྲིན། Absolute Value of Rational Number

རིལ་གྲངས་ཀྱི་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་རིལ་གྲངས་ཡིན་པ་དུན་གསེ་བྲིས་དང་། རིལ་གྲངས་མོད་དང་། རྒྱད་ཀོར་གྱི་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་རིལ་གྲངས་དེ་རང་ཡིན། འོ་ན་ཀྱང་། རིལ་གྲངས་མོད་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་རིལ་གྲངས་དེ་རང་གི་མོ་རྟགས་མེད་པ་དེ་ཡིན། དེར་བརྟེན། རིལ་གྲངས་5 ཡི་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་ $|5| = 5$ དང་། རིལ་གྲངས་-9 ཡི་རྩིས་མེད་བྲིན་ $|9|$ རི་རིལ་གྲངས་9 རེད། དེ་བཞིན། $|-101| = 101, |99| = 99, |0| = 0$ སོགས་ཡིན།

འོ་ན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་ཇི་འདྲ་ཞིག་ཡོད་དམ་ཞེ་ན། རིལ་གྲངས་བཞིན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་རྩིས་མེད་བྲིན་དེ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཞིག་ཡིན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་གི་སྲུ་ཚེད་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དེའི་སྲུ་ཚེད་རྩིས་མེད་བྲིན་ཡིན། དེ་བཞིན། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་མ་ཚེད་རྩིས་མེད་བྲིན་ནི་མ་ཚེད་རྩིས་མེད་གྲངས་ཡིན། ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། གལ་ཏེ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་(x) ཤིག་གི་རྣམ་པ་ $\frac{p}{q}$ ཡིན་ན། x ཡི་རྩིས་མེད་བྲིན་

ཡིན། དེ་ནི། $|x| = \frac{|p|}{|q|}$ རེད། དེར་བརྟེན།

$|\frac{3}{5}| = \frac{|3|}{|5|} = \frac{3}{5}$,

$|\frac{-3}{5}| = \frac{3}{5}$,

$|\frac{61}{-9}| = \frac{|61|}{|-9|} = \frac{61}{9}$,

$|\frac{-73}{-87}| = \frac{73}{87}$,

$|\frac{-173}{209}| = \frac{173}{209}$.





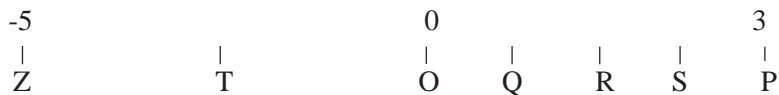
སློབ་ཚན། 1.2



༡། གྲངས་ཐོག་ཅིག་གིས་ཏེ། དེའི་སྟེང་ག་ཤམ་གསལ་ལ་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་རྣམས་མཚོན།

- ༡) $\frac{3}{4}$ ༢) $\frac{3}{8}$ ༣) $\frac{5}{8}$ ༤) $\frac{3}{16}$

༢། གྲངས་ཐོག་ཐོག་ O, P, Z བཅས་མེ་མེས་མེས་པ་ལྟར་གྲངས་0, 3, 5 བཅས་མཚོན་པར་བྱས་ཏེ། O དང་ P དབར་OQ = QR = RS = SP ཡིན་པའི་གནས་Q, R, S བཅས་རྣམས་ཉམས་ཀྱི་བཞུགས། གནས་Q, R, S བཅས་ཀྱི་མཚོན་པའི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གང་དང་གང་ཡིན་ནམ། ད་གནས་T ཞིག་Z དང་O དབར་ZT = TO ཡིན་པ་བདམས་ན། T ཡིས་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གང་མཚོན་ནམ།



དཔེ་མིས་༡་༥

༣། ག་ཤམ་དུ་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་མེ་ཡོད་པ་ཁག་ལས། གང་དག་གཅིག་པ་ཡིན་ནམ།

- ༡) $\frac{-9}{12}$ དང་ ༢) $\frac{-16}{20}$ དང་
 ༣) $\frac{-7}{21}$ དང་ ༤) $\frac{-8}{-14}$ དང་

༤། ག་ཤམ་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་མེ་ཡོད་པ་ཁག་ལས། གང་ཆེ་བ་ཡིན་ནམ།

- ༡) $\frac{-4}{11}$, ༢) $\frac{-5}{8}$,
 ༣) , ༤) $\frac{-4}{9}$,

༥། ག་ཤམ་གྱི་ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཁག་ལས་གང་ཆུང་བ་ཡིན་ནམ།

- ༡) , ༢) $\frac{6}{13}$, $\frac{-7}{-13}$





ག) $\frac{16}{-5}, 3$

ག) $\frac{4}{-3}, \frac{-8}{7}$

༤། བར་སློབ་ནང་དུ་ $>$ དང་། $=$, $<$ བཅས་གང་འོས་སློབ་སྒྲིལ།

༡)

ཁ) $\frac{-4}{5}$

ག)

ག) $\frac{-9}{-10}$

༥། གོང་གི་དྲི་བ་ལ་ པའི་སྐབས་ཀྱི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རྣམས་ཀྱི་སློབ་མེད་བྲིན་ཚོལ།

༦། གོང་གི་དྲི་བ་ལ་ པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རྣམས་ཀྱི་སློབ་མེད་བྲིན་ཚོལ། གྲངས་དེ་དག་གི་སློབ་མེད་བྲིན་དེ་གྲངས་རང་ཉིད་ལས་ཆེ་བའོམ་གཅིག་པ་ཡིན་མིན་བཤེར་ཅིས་ཀྱང་ཚོུབ།

༧། བར་སློབ་ནང་དུ་ཉམས་ $>$, $=$, $<$ བཅས་ལས་གང་འོས་ཤེ་བྲིས།

༡) $\left| \frac{-5}{7} \right|$

ཁ) $\left| \frac{-4}{5} \right|$

ག)

ག) $\left| \frac{-9}{-10} \right|$

ཉེས་འགྲས་རྣམས་གོང་གི་དྲི་བ་ལ་ པའི་ཉེས་འགྲས་དང་སྤྱོད་ཅིག

༡༠། ག་གས་ཀྱི་བརྗོད་པ་རྣམས་ལ་བདེནདང་། ཡང་ན་ཚོརཞེས་བྲིས།

༡) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{57}{23}$ གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལྷན་ཀོར་གྱི་གཡོན་སློབ་སྒྲིལ་སྲུ་ཡོད།

ཁ) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{7}{-4}$ གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལྷན་ཀོར་གྱི་གཡས་སློབ་སྒྲིལ་སྲུ་ཡོད།

ག) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{-8}{-3}$ གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལྷན་ཀོར་གྱི་གཡས་སློབ་སྒྲིལ་དང་གཡོན་སློབ་སྒྲིལ་གཉིས་ཀར་མེད།

ང) ལུགས་ལྡན་གྲངས་ དང་-1 གྲངས་ཐོག་ཐོག་ལྷན་ཀོར་གྱི་སློབ་སྒྲིལ་ལོད།

ཅ) གཡ་ཏེ། $\frac{p}{q} < \frac{r}{s}$ ཡིན་ན། $\left| \frac{p}{q} \right| < \left| \frac{r}{s} \right|$ རེད།

ཆ) གཡ་ཏེ། $|x| = |y|$ ཡིན་ན། $x = y$ རེད།

ད) གཡ་ཏེ། $|x| = 0$ ཡིན་ན། $x = 0$ རེད།





དུན་པར་གྲིས།



- ༡། z རང་བྱུང་གྲངས་མེད་དང་ 0 , z རང་བྱུང་གྲངས་མོ་བཅས་ཀྱི་སྤྱི་མིང་ལ་**རྩིལ་གྲངས་**ཟེས། གྲངས་ཆ་མེད་དང་གྲངས་ཆ་མོའི་སྤྱི་མིང་ལ་**ལུགས་ལྡན་གྲངས་**ཟེས། (འདི་ཁོངས་རྩིལ་གྲངས་ཀྱང་ཚུད་ཡོད།)
- ༢། གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ལས། p དང་ q རིལ་གྲངས་མེད་ཡིན་པ་ལ་**གྲངས་ཆ**ཟེས།
- ༣། གྲངས་ $\frac{p}{q}$ ལས། p དང་ q རིལ་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། $q \neq 0$ ཡིན་པ་ལ་**ལུགས་ལྡན་གྲངས་**ཟེས།
- ༤། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{p}{q}$ རང་། p དང་ q གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འབྲེན་གྲངས་ཆེ་ཤོས་(HCF) 1 ཡིན་ན། དེ་ལ་**བསྐྱུས་ཤོས་**ཟེས།
- ༥། ལུགས་ལྡན་གྲངས་བསྐྱུས་ཤོས་ $\frac{p}{q}$ རང་། $q > 0$ ཡིན་ན། དེ་ལ་**ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚད་ལྡན་**ཟེས།
- ༦། རིལ་གྲངས་ཚང་མ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དང་། གྲངས་ཆ་ཚང་མ་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན།
- ༧། གལ་ཏེ། $\frac{p}{q}$ ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། m རི་ཟུང་ཀོར་མིན་པའི་རིལ་གྲངས་ཞིག་ཡིན་ན། $\frac{p}{q} = \frac{p \times m}{q \times m}$
- ༨། གལ་ཏེ། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཡིན་པ་དང་། m རི་ p དང་ q གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་འབྲེན་གྲངས་ཡིན་ན། $\frac{p}{q} = \frac{p \div m}{q \div m}$
- ༩། q དང་ s མོ་གྲངས་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ $\frac{r}{s}$ གཉིས་ལ། གལ་ཏེ་ $s \times p > q \times r$ ཡིན་ན། $\frac{p}{q} > \frac{r}{s}$ རེད།
- ༡༠། གལ་ཏེ། x དང་ y ལུགས་ལྡན་གྲངས་གཉིས་ཡིན་ན། དེ་གཉིས་དབར་གྱི་འབྲེལ་བ་ནི།
 ཀ༽ $x > y$ ཡང་ན། ཁ༽ $x = y$ ཡང་ན། ག༽ $x < y$
- ༡༡། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མ་གྲངས་ཐིག་ཐོག་མཚོན་ཐུབ།
- ༡༢། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཚང་མར་ལྷོས་མེད་བྱིན་ཡོད་ཅིང་། ལྷོས་མེད་བྱིན་དེ་དག་ཚང་མ་ཟུང་ཀོར་ལས་ཆེ་བའམ་གཅིག་པ་ཡིན།
- ༡༣། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ལྷོས་མེད་བྱིན་ནི་གྲངས་རང་ཉིད་དང་གཅིག་པའམ་ཆེ་བ་ཡིན།

