

སློབ་ཚན་དགུ་པ། མཉམ་འགྲོ་ཐིག

CHAPTER 9 : PARALLEL LINES

༧༡ རོ་སློབ། Introduction

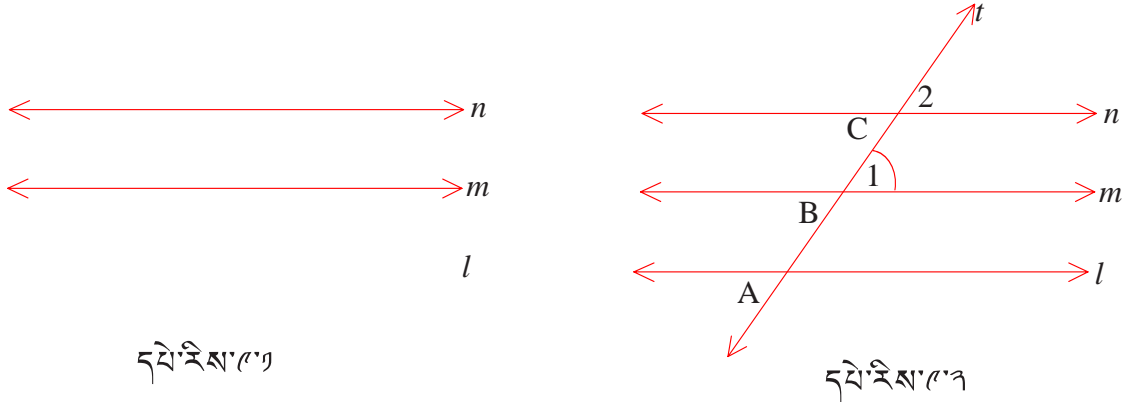
འཛིན་གྲུ་གོང་མའི་ནང་ཁྱེད་ཚོས་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་དང་། གསེག་ཐིག་དང་དེ་དག་གི་ཁྱད་ཚོས་འགའ་ཞིག་སླུངས་ཡོད། ཁྱེད་ཀྱིས་གཤམ་གསལ་ཤེས་བྱ་ཁག་དྲན་གསོ་བྱ་འོས།

- 1) སློམས་ངོས་སྟེང་ནམ་ཡང་མེ་འཕྲད་པའི་ཐིག་རྣམས་ལ་**མཉམ་འགྲོ་ཐིག** (Parallel lines) ཟེར།
 - 2) ཐིག་གཉིས་སམ་དུ་མར་གནས་མི་འདྲ་བར་འཕྲད་པའི་ཐིག་ལ། དེ་དག་གི་**གསེག་ཐིག** (Transversal) ཟེར།
 - 3) མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གཉིས་དབར་གྱི་བར་ཐག་གནས་གང་ས་ནས་གཅིག་མཚུངས་ཡིན་པ་དང་། བར་ཐག་དེ་ཡང་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གཉིས་ཀྱི་**དང་འཕྲངས་** (Perpendicular) བར་ཐག་རེད།
 - 4) མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གཉིས་གསེག་ཐིག་དང་བསྟོལ་བ་ན། དེ་ལས་གྲུབ་པའི།
 - ཀ) **གནས་མཐུན་ཆ་རྒྱར་** (Pair of Corresponding angles) གཅིག་པ་ཡིན།
 - ཁ) **ནང་སྟོལ་ཆ་རྒྱར་** (Pair of Alternate interior angles) གཅིག་པ་ཡིན།
 - ག) འགམ་མཐུན་ནང་རྒྱར་གཉིས་ཕན་ཚུན་གསལ་**རྒྱར་** (Supplementary angles) ཡིན།
 - 5) གལ་ཏེ་ཐིག་གཉིས་དང་གསེག་ཐིག་སྟོལ་ནས་གཤམ་གསལ་གང་རུང་གཅིག་བྱུང་ན། ཐིག་དེ་གཉིས་མཉམ་འགྲོ་ཡིན།
 - ཀ) གནས་མཐུན་ཆ་རྒྱར་གཅིག་པ།
 - ཁ) ནང་སྟོལ་ཆ་རྒྱར་གཅིག་པ།
 - ག) འགམ་མཐུན་ནང་རྒྱར་གཉིས་ཕན་ཚུན་གསལ་རྒྱར་ཡིན་པ།
- སློབ་ཚན་འདིའི་ནང་ང་ཚོས་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གི་ཁྱད་ཚོས་འཕར་མ་སླུང་བྱ་དང་། རིག་པ་འདི་སླུད་དེ་
- ཀ) ཐིག་དུམ་ཞིག་གྲངས་ངེས་པའི་ཐིག་དུམ་སུ་བཤོད་སྟངས་དང་།
 - ཁ) ཐིག་དུམ་ཞིག་སླུད་ཐོན་པའི་སྟེང་ལྟར་བཤོད་སྟངས་སྟོར་ཡང་སླུང་བྱ་ཡིན།



༧.3 ཐིག་རང་ལ་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག Lines Parallel to the Same Line

སློབ་ས་ངོས་ཤིག་གི་སློང་ཐིག་། བརྟན་འདུགས་སུ་ཡོད་པར་ཆ་བཞག་ན། ང་ཚོས་སློབ་ས་ངོས་དེར་ཐིག་ m དང་ n གཉིས་། དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པར་ཆ་ཞོག (དཔེ་རིས་༧.1) དེར་བརྟེན། $m \parallel l$ དང་ $n \parallel l$ རེད། བྱེད་ཀྱིས་ཐིག་ m དང་ n གཉིས་ཀྱི་སློབ་ལ་གང་བཤད་ཐུབ་བཅ། ཐིག་དེ་གཉིས་མཉམ་འགྲོ་རེད་དམ། ང་ཚོས་བརྟག་དཔྱད་བྱུང་།



བྱེད་སློབ། ཤོག་སློང་ཐིག་གི་སློང་ཐིག་། ཐིག་བྱིས། ཐིག་ཤིང་དང་ཐིག་ཤིང་ཟུར་གསུམ་མ་བཞོལ་ཏེ། ཐིག་ m དང་ n གཉིས་རེ་རེ་བཞེན། དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པ་བྱིས། ད་གསེག་ཐིག་ t ཐིག་ l, m དང་ n ལ་གོ་རིམ་བཞེན་གནས་ A, B, C བཅས་ལ་འཕྲད་པ་དང་། གནས་མཐུན་ཟུར་1 དང་2 དེ་ B དང་ C ལ་ཆགས་པ་བྱིས། (དཔེ་རིས་༧.2)

ཟུར་འཇལ་སློབ་ཆས་ཀྱིས་ $\angle 1$ དང་ $\angle 2$ འཇལ་ཏེ་དེ་གཉིས་ཀྱི་བྱེད་པར་(1 - 2) ཚོལ། ཤོང་གི་ བྱེད་སློབ་དེ་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་དེ་དང་འདྲ་བའི་དཔེ་རིས་གཞན་གཉིས་བྱིས་ཏེ་ཡང་བསྐྱར་བྱིས། ལྟ་བུ་བཤད་ཆེད་དཔེ་རིས་ རྣམས་ཀྱི་མིང་སློབ་ལྟར་བྱིས་ཏེ་དཔེ་རིས་དེ་དག་ལ་ཨང་གངས་། 1 2 བཅས་ཞོད། དེ་དག་རེ་རེ་སྐབས་སུ་ 1, 2 དང་ཉེ་བག་ 1 - 2 བཅས་ལ་ཏེ་བྱེད་རང་ལ་ཐོབ་པ་རྣམས་རེ་འུ་མིག་ནང་ག་གསལ་གསལ་ལྟར་སློབ་སློང་ས།

དཔེ་རིས།	1	2	1 - 2
1			
2			
3			



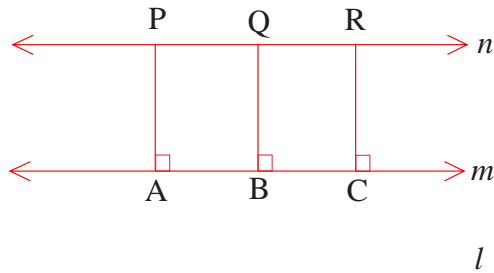


ཁྱེད་རང་གིས་གང་མཐོང་བྱུང་ངམ། དེ་དག་རེ་རེའི་སྐབས་སུ། ཉེ་བལ་ 1 - 2 རི་ལྗང་གོར་རམ་ཆེས་
 རྒྱང་བས་སྒྲུང་མེད་དུ་བསྐྱར་ཀྱང་འབྲས། འདིར་ལྗང་གོར་མིན་པའི་ཉེ་བལ་ནི་ཚད་འཇལ་ཡང་དག་མིན་པས་བྱུང་། དེར་
 བརྟེན། རེ་རེའི་སྐབས་སུ་ $1 = 2$

1 དང་ 2 རི་གནས་མཐུན་ཟུར་ཡིན་པས་དེའི་རྗེས་འབྲས་ནི་དེ་དག་རེ་རེའི་སྐབས། $m \parallel n$

བྱེད་སྒྲིལ། 1

བྱེད་སྒྲིལ་། རོ་བཞིན་ཐིག་གིང་དང་། ཐིག་གིང་ཟུར་གསུམ་མ་སྟུང་དེ། ཤོག་ལྗོངས་སྤོང་ཐིག་ l བྱིས་
 རྗེས། དེ་དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག་ m དང་ n གཉིས་བྲིས། ཐིག་ n སྤོང་གནས་ P, Q, R བཅས་གསུམ་སྒྲུངས་ཏེ་



དཔེ་རིས་(༧) 1

དེ་དག་ལས་ཐིག་ m ལ་དྲང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་དཔེ་རིས་གནས་གཉིས་ཀྱང་བྲིས། ཤོང་གི་བྱེད་སྒྲིལ་བསྐྱར་རྫོས་ཀྱིས་སྐབས་
 བདེའི་ཆེད་དཔེ་རིས་རྣམས་ཀྱི་མིང་སྟོན་ལྟར་བྲིས་ཏེ་དེ་དག་ལ་ཨང་གྲངས་༡ ༢ ༣ བཅས་ཁོད། ད་དེ་དག་རེ་རེའི་
 སྐབས་སུ་ PA, QB, RC ཚད་འཇལ་ཏེ་ཉེ་བལ་ $PA - QB, QB - RC, RC - PA$ བཅས་བཙལ་ཏེ་གང་ཐོབ་རེ་ལུ་
 མིག་ནང་ག་ཤམ་གསལ་ལྟར་སྟོངས།

དཔེ་རིས།	PA	QB	RC	PA - QB	QB - RC	RC - PA
༡						
༢						
༣						

ཁྱེད་རང་གིས་གང་མཐོང་བྱུང་ངམ། དེ་དག་རེ་རེའི་སྐབས་སུ། དྲང་འཕྲུངས་བར་ཐག་གི་ཉེ་བལ་ $PA - QB,$
 $QB - RC, RC - PA$ རི་ལྗང་གོར་རམ་ཆེས་རྒྱང་བས་སྒྲུང་མེད་བསྐྱར་ཀྱང་འབྲས་སོ། །འདིར་ལྗང་གོར་མིན་པའི་ཉེ་





བག་ཅི་ཚད་འཇལ་ཡང་དག་མིན་པས་བྱུང་། དེར་བརྟེན། དེ་དག་རེ་འདི་སྐབས་སུ $PA = QB = RC$

ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། m དང་ n གཉིས་དབར་གྱི་དྲང་འཕྲུངས་བར་ཐག་གང་སར་གཅིག་པ་རེད།

དེར་བརྟེན། $m \parallel n$

གོང་གི་བྱེད་སློབ་གཉིས་ཀྱི་གཤམ་གསལ་རྣམས་གཞན་ཅི་གསལ་ཁ་བཏོན་ཡོད།

ཐོག་གཉིས་ཐོག་གཞན་དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་ན། ཐོག་དེ་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་རེད།

གནས་སྐབས་འདིའི་སྐབས། ང་ཚོས་ཐོག་གསུམ་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་རེད་ཅེས་བརྗོད་ཀྱི་ཡོད།

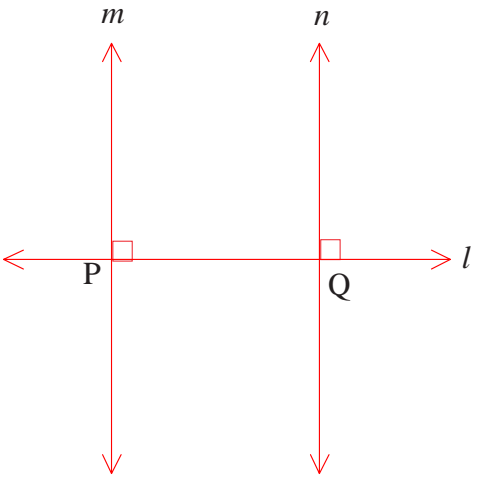
མཚན། ང་ཚོས་གོང་གི་བྱེད་སློབ་གཤམ་གསལ་ལྟར་བསྐྱར་བརྗོད་བྱས་ཚེག

ཐོག་ཅིག་དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པའི་ཐོག་གཉིས་སྣེ་ལ་མི་སྲིད། ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། ཕན་ཚུན་སྣེ་ལ་བའི་

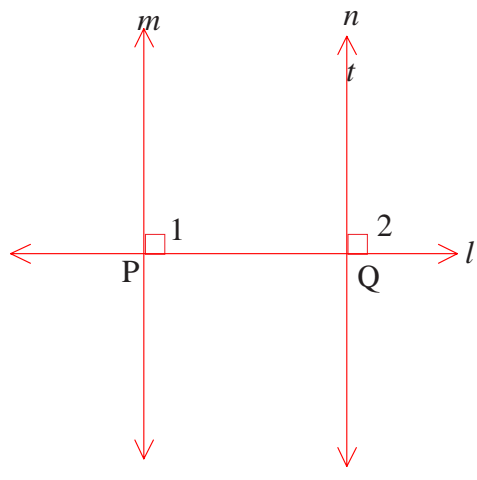
ཐོག་གཉིས་ལ། ཐོག་གསུམ་པ་ཞིག་དུས་ནམ་ཡང་མཉམ་འགྲེལ་མི་སྲིད།

༧.༧ ཐོག་གཅིག་རང་ལ་དྲང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐོག་ Lines Perpendicular to the Same Line

སློབ་སྦྱོང་སྐབས་ཐོག་ l བརྟན་འཇུགས་བྱས་པར་ཆ་ཞོག་ ཐོག་ m དང་ n གཉིས་ཐོག་ l དང་གོ་རིམ་བཞིན་གནས་ P དང་ Q ལ་དྲང་འཕྲུངས་ཡིན་པར་ཆ་ཞོག་(དཔེ་རིས་༧.༤) བྱེད་ཀྱིས་ཐོག་ m དང་ n གཉིས་ཀྱི་སློབ་ལ་གང་བཤད་བྱུང་བམ། ཐོག་འདི་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་རེད་དམ་མ་རེད། ང་ཚོས་བརྟག་དབྱེད་བྱེད། །



དཔེ་རིས་༧.༤



དཔེ་རིས་༧.༥



བྱེད་སྒོ། ༡ བོད་རྫོང་ཞིག་གི་རྫོང་ཐིག་། ཞིག་བྲིས་ཏེ། དེའི་རྫོང་གནས་ P དང་ Q གཉིས་ལོངས། ཐིག་ཤིང་ངམ་ ཐིག་ཤིང་རྩེ་གསུམ་མས་། ལ་དྲང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་བྲིས་ཏེ། གནས་ P དང་ Q གཉིས་སུ་གོ་རིམ་བཞིན་ གནས་མཐུན་རྩེ་ $1, 2$ གྲུབ་པ་བྲིས། (དཔེ་རིས་༧༥) ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ལ། $\angle 1 = 90^\circ = 2$ ཡང་ 1 དང་ 2 གནས་མཐུན་རྩེ་ཡིན་པ་ཤེས་ཀྱི་ཡོད། བོད་གི་གནས་མཐུན་རྩེ་རྣམས་གཅིག་པ་ཡིན་པས། $m \parallel n$ བོད་གི་བྱེད་སྒོ་གཉིས་ཀྱི་གཤམ་གསལ་རྣམ་གཞག་ནི་གསལ་ཁ་བཏོན་ཡོད།

ཐིག་གཅིག་ལ་དྲང་འཕྲུངས་སུ་གནས་པའི་ཐིག་གཉིས་མཉམ་འགྲོ་ཡིན།

བོད་གི་བྱེད་སྒོ་༡ པ་བཞིན། m རྫོང་གི་གནས་ A, B, C བཅས་གསུམ་བྲངས་ཏེ། དེ་ནས་ n དང་གོ་རིམ་ བཞིན་དྲང་འཕྲུངས་ཐིག་ AM, BN, CR བཅས་བྲིས་རྗེས། AM, BN, CR བཅས་ཀྱི་ཚད་འཇལ་ནས་བོད་གི་བྱེད་ ཚོས་ཀྱང་བཤེར་ཅིས་རྒྱག་ཐུབ་པ་དང་། ང་ཚོར་ $AM = BN = CR$ ཐོབ་པས་ན། $m \parallel n$ བྱེད་སྒོ་འདི་དག་གསལ་ཁ་འདོན་སྤྱིར་ང་ཚོས་ཅིས་དཔེ་འགའ་ལ་བརྟུ་རྒྱ་ཡིན།

ཅིས་དཔེ། 1.

དཔེ་རིས་༧༦ ནང་། $l \parallel m$ དང་ $m \parallel n$ རེད།

གལ་ཏེ་ $\angle 1 = 70^\circ$ ཡིན་ན། 2 ཚོལ།

ལན། $l \parallel m$ དང་། $m \parallel n$ (ཤེས་ཟེན།)

དེར་བརྟེན། $l \parallel n$ (ཐིག་གཅིག་དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག)

དེར་བརྟེན། $1 = 2 = 70^\circ$ (གནས་མཐུན་རྩེར།)

དཔེ་རིས་༧༦

ཅིས་དཔེ། 2.

དཔེ་རིས་༧༧ ནང་། $m \perp n$ དང་ $n \perp l$ རེད། གསེག་ཐིག་ t ཡིས། n དང་ m ལ་གོ་རིམ་བཞིན་ 1 དང་ 2 གྲུབ་ ཡོད། གལ་ཏེ་ $1 = 80^\circ$ ཡིན་ན། 2 ཚོལ།

ལན། $m \perp n$ དང་། $n \perp l$ (ཤེས་ཟེན།)

དེར་བརྟེན། $m \parallel l$ (ཐིག་གཅིག་དང་དྲང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐིག)

དེར་བརྟེན། $1 = 2 = 80^\circ$ (གནས་མཐུན་རྩེར།)

དཔེ་རིས་༧༧





སློབ་ཚན་ 9.1

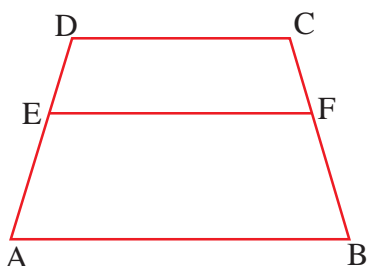


1) དཔེ་རིས་ལྟ་ན རང་། $EF \parallel DC$ དང་། $EF \parallel AB$ རེད།

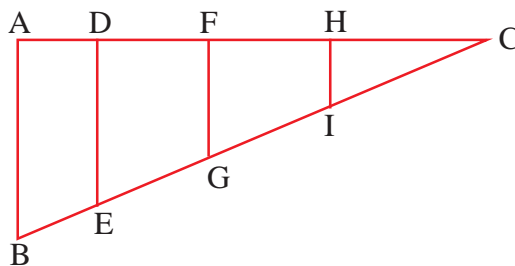
ཀ) $EF \parallel DC$ ཡང་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།

ཁ) དཔེ་རིས་ནང་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་དུམ་ཆ་དུ་ཡོད། དེ་དག་གི་མིང་བྲིས།

2) དཔེ་རིས་ལྟ་ན རང་། $\triangle ABC$ ཡི་མཐའ་ AB ཞི་ཐིག་དུམ་ DE, FG, HI བཅས་དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན། དཔེ་རིས་ནང་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་དུ་ཡོད་དམ། དེ་དག་གི་མིང་བྲིས།



དཔེ་རིས་ལྟ་ན

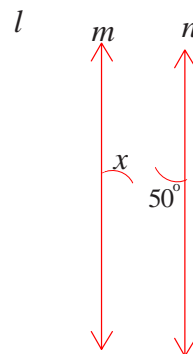


དཔེ་རིས་ལྟ་ལ

3) དཔེ་རིས་ལྟ་ཉོ རང་། $l \parallel m$ དང་། $l \parallel n$ རེད།

ཀ) $m \parallel n$ ཡང་རེད་དམ། ལྷུ་མཚན་ཅི།

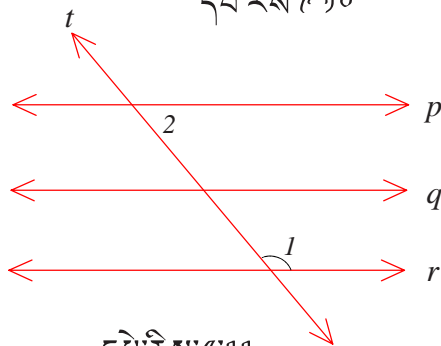
ཁ) x ཡི་བྲིན་ཚོལ།



དཔེ་རིས་ལྟ་ཉོ

4) དཔེ་རིས་ལྟ་ཉ། རང་། $p \parallel q$ དང་། $q \parallel r$ རེད།

གལ་ཏེ། $\angle 1 = 120^\circ$ ཡིན་ན། 2 ཚོལ།



དཔེ་རིས་ལྟ་ཉ།

5) ལྷུ་བཞི་མ་ $ABCD$ ཡི་ཟུར་ཚང་མ་དང་ཟུར་རེད། (དཔེ་རིས་ལྟ་ཉ)

ཀ) $AD \parallel BC$ རེད་དམ། ལྷུ་མཚན་ཅི།

ཁ) $AB \parallel DC$ རེད་དམ། ལྷུ་མཚན་ཅི།

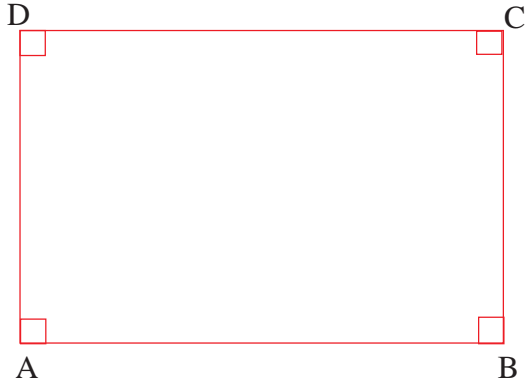




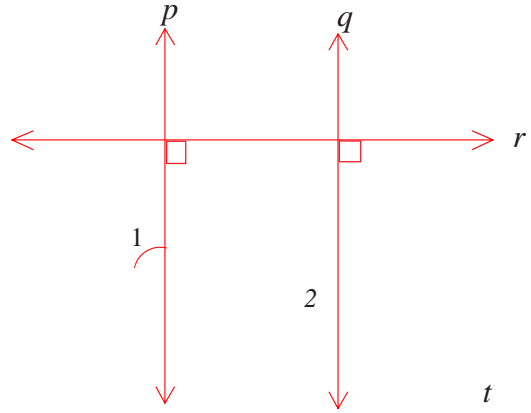
6། དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་ནང་། $r \perp p$ དང་ $r \perp q$ རེད།

ཀ། $p \parallel q$ རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།

ཁ། གཤམ་ཉེ་ $1 = 65^\circ$ ཡིན་ན། 2 ཚོལ།



དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་



དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་

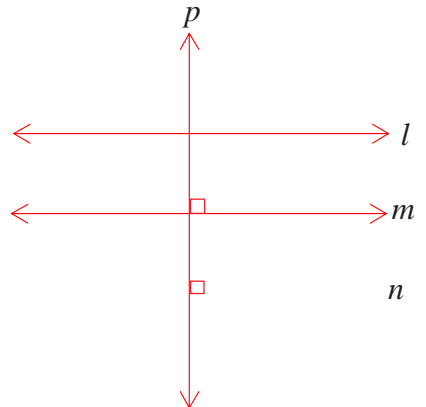
7། དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་ནང་། $l \parallel m$ དང་། $p \perp m$, $p \perp n$ རེད།

ཀ། $m \parallel n$ རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།

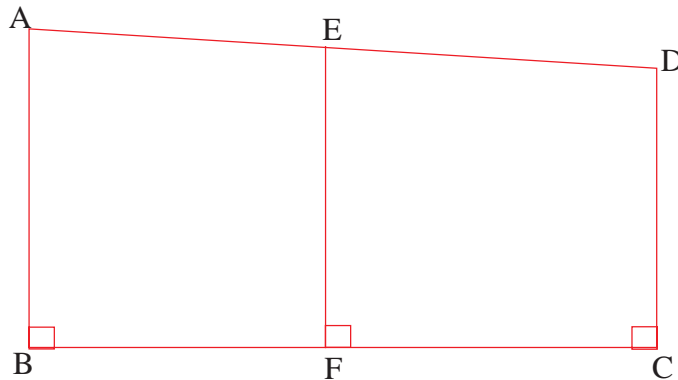
ཁ། $l \parallel n$ རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།

ག། $p \perp l$ རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།

8། དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་ནང་། AB, EF, DC བཅས་ནི་BC དང་དྲང་འཕྲུང་ས་རེད། དཔེ་རིས་ནང་། མཉམ་འགྲེལ་གྱི་ཐོག་ལྗོངས་ཀྱི་འདྲུག་གཤམ་ དེ་དག་ཚང་མ་འདྲི་མིང་གི་ཐོག་ལྗོངས་



དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་



དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉམ་



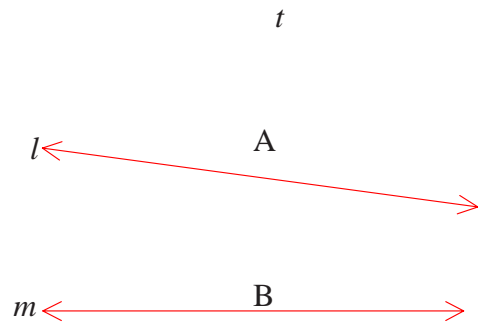


- ༧) ག་གམ་གསལ་བརྗོད་པ་རྣམས་བདེན་པ་ཡིན་མིན་ངོས་ཟུངས།
- ༧) ཐིག་གཅིག་དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན།
- ༨) ཐིག་གཅིག་དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་ཕན་ཚུན་དང་འཕྲུངས་རེད།
- ༩) ཐིག་གཅིག་དང་དང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན།
- ༡༠) ཐིག་གཅིག་དང་དང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་ཕན་ཚུན་དང་འཕྲུངས་ཡིན།
- ༡༡) ཐིག་གཅིག་དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་ཕན་ཚུན་སློབ་གྲྭ་ཡོད།
- ༡༢) ཐིག་གཅིག་དང་དང་འཕྲུངས་ཡིན་པའི་ཐིག་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན།

112 བཅད་ཐིག་ Intercepts



དཔེ་རིས་112 རྒྱུད་ཀྱིས་འཛིན་གྲུ་གོང་མའི་སྐབས་
 རས་ཆ་རྒྱས་ཡོད་པ་ཞིག་ཡིན། འདིར་ཐིག་l དང་m གཉིས་ཡོད་
 པ་དེར་ཐིག་གསུམ་པ་t ཡིས་གནས་མི་འདྲ་བ་གཉིས་གོ་རིམ་བཞིན་
 A དང་B ལ་འཕྲད་ཡོད། ཐིག་གསུམ་པ་དེ་ལ་གང་ཟེར་རམ། དེ་
 ལ་གསེག་ཐིག་(Transversal) ཟེར།



གོང་གི་དཔེ་རིས་ལ་བཞག་པ་ཕྱན་བྱུ་མི་འདྲ་བ་ཡང་རྒྱག་
 ཐུབ། ང་ཚོས་ཐིག་l དང་m གཉིས་ཀྱིས་ཐིག་གསུམ་པ་t ལ་གནས་ཐ་དད་A དང་B གཉིས་ལ་སློབ་ཡོད་ཅེས་བཞག་
 ཐུབ། དེར་བརྟེན། ཐིག་l དང་m གཉིས་ཀྱིས་ཐིག་t ཐིག་དུམ་AB རུ་བཅད་ཡོད། ཐིག་དུམ་འདི་ལ་ང་ཚོས་བཅད་
 ཐིག་(Intercepts) ཅེས་དམིགས་བསལ་གྱི་མིང་ཞིག་བཏགས་ཡོད། དེར་བརྟེན།

གལ་ཏེ་གསེག་ཐིག་t ཡིས་ཐིག་l དང་m གཉིས་གནས་ཐ་དད་A དང་B ལ་འཕྲད་ཡོད་ན། ཐིག་l དང་m ཡིས་
 t རྒྱུད་བཅད་ཐིག་AB བཅོས་ཡོད་ཅེས་བཞག་གྱི་ཡོད།

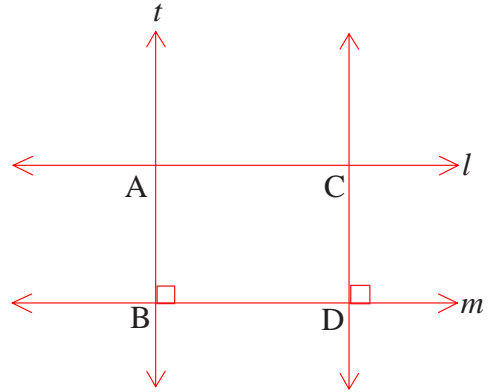
བཅད་ཐིག་AB རྒྱུད་ཐིག་ཞིག་ཡིན་པ་དོ་སྣང་བྱུང་ཡོད། ཡིན་ནའང་། བཅད་ཐིག་ཅེས་པའི་ཐ་སྣང་ནི་
 བཅད་ཐིག་AB ཡི་རིང་ཚད་ཀྱི་མིང་ལའང་བཞག་གྱི་ཡོད།

གོང་གི་བཞག་པའི་ནང་ང་ཚོས། l དང་m མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་མིན་སྐོར་ཅི་ཡང་བཞག་མེད། འོན་ཀྱང་། གལ་
 ཏེ་l དང་m མཉམ་འགྲེལ་དང་། t རྒྱུད་ཡི་དང་འཕྲུངས་ཡིན་ན། བཅད་ཐིག་AB རྒྱུད་ཐིག་ཐིག་དེ་གཉིས་ཀྱི་བར་





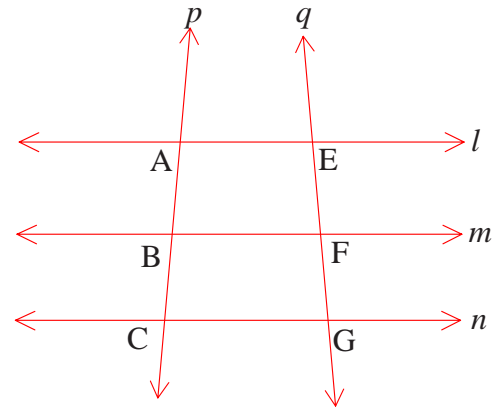
ཐག་ལས་གཞན་ནི་གང་ཡང་མིན། (དཔེ་རིས་༧༡༢) ང་ཚོས་ཤེས་
 ཟེན་པའི་ཁྱད་ཚེས་འདི་དྲན་གསོ་ཐོངས་དང་། **མཉམ་འགྲེལ་གཞིས་**
དབར་གྱི་བར་ཐག་དེ་གང་ན་ཡོད་ཀྱང་གཅིག་མཚུངས་ཡིན། བཅད་
 ཐིག་དང་འབྲེལ་བའི་སྐབས་སུ་ང་ཚོས་ཁྱད་ཚེས་དེ་འདི་ལྟར་ཚིག་ཐོ་
 བརྒྱབ་ཚོགས།



དཔེ་རིས་༧༡༢

**མཉམ་འགྲེལ་གཞིས་ལ་དྲང་འཕྲངས་ཅན་གྱི་གསེག་
 ཐིག་ཚང་མ་སྟོམས་བཞོད་བྱས་ཡོད།**

ད་གལ་ཏེ། l, m, n བཅས་མཉམ་འགྲེལ་གསུམ་པོར་(དཔེ་
 རིས་༧༡༤) གསེག་ཐིག་ p ཡིས་གོ་རིམ་བཞིན་གནས་ A, B, C བཅས་
 གསུམ་དང་འཕྲད་ན། ང་ཚོས་ཚིག་ l, m དང་། m, n བཅས་ཀྱིས་
 p རྟེན་གོ་རིམ་བཞིན་བཅད་ཐིག་ AB དང་ BC བཞོ་ཡི་ཡོད་ཟེར།



དཔེ་རིས་༧༡༤

དེ་བཞིན། གལ་ཏེ་གསེག་ཐིག་ q ཡིས་ l, m, n བཅས་ལ་གོ་
 རིམ་བཞིན་གནས་ E, F, G བཅས་ལ་འཕྲད་ན། ང་ཚོས་ཚིག་ l, m
 དང་ m, n བཅས་ཀྱིས་གནས་ q རྟེན་གོ་རིམ་བཞིན་བཅད་ཐིག་ EF དང་
 FG བཞོ་ཡི་ཡོད་ཟེར།

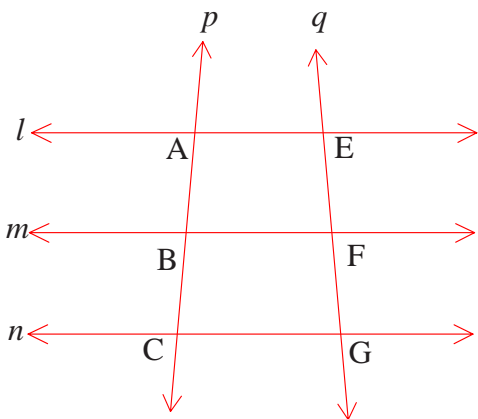
ད་རང་བཞིན་གྱིས་དྲི་བཞིག་འབྲུང་བཞི། གོང་གི་བཅད་ཐིག་ AB, BC, EF, FG བཅས་བཞི་ཡི་དབར་འབྲེལ་
 བ་ཅི་ཞིག་ཡོད་དམ། རྗེས་ཀྱི་ལེ་ཚན་གཞིས་ཀྱི་ནང་བྱེད་སློབ་བརྒྱད་ལ་ཚོས་གོང་གི་དྲི་བ་འདིར་ལན་འཐོབ་པར་བྱའོ། །





114 བཅད་ཐིག་མཉམ་པའི་བྱུང་ཚུལ། Equal Intercepts Property

བྱུང་ཚུལ། ཐིག་གང་རུང་ p ཞིག་གིས་རྗེས་ཤིག་ལ་ $AB = BC$ ཅན་གྱི་གནས་ A, B, C བཅས་གསུམ་(གོ་རིམ་བཞིན་) རྫོང་སྤོང་(དཔེ་རིས་(114)) A, B, C བཅས་བརྒྱུད་གོ་རིམ་བཞིན་ ཐིག་ l, m, n བཅས་གསུམ་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པ་བྱིས། དེར་ བརྟེན། གསེག་ཐིག་ p ཡིས་མཉམ་འགྲེལ་ཐིག་ l, m, n བཅས་གསུམ་ པོར་ $AB = BC$ ལྟར་ཡིན་པར་འཕྲད་ཀྱི་ཡོད། ད་ཆ་ང་ཚོས་གསེག་ ཐིག་གཞན་ q ཞིག་ཐིག་ l, m, n བཅས་ལ་གོ་རིམ་བཞིན་གནས་ E, F, G བཅས་ལ་འཕྲད་པ་བྱིས།



དཔེ་རིས་(114)

EF དང་ FG བཅས་ཀྱི་ཚད་འཇལ་ཉེ། $EF = FG$ ཚོལ། གོང་གི་བྱུང་ཚུལ་དུང་བེང་ས་གཉིས་བྱོས། ལྟུང་ས་ བདེའི་ཆེད། དཔེ་རིས་ཀྱི་མིང་འདོགས་སྐབས་ཡིག་འབྲུ་སྟོན་ལྟར་བཀོལ་ཉེ་དེ་དག་ལ་ཨང་གུང་ས་༡ ༢ ༣ བཅས་ ཁོད། བྱུང་རང་ལ་གང་ཐོབ་རྣམས་གཤམ་གསལ་ལ་འབྲུ་མིག་ནང་སློང་སྤོང་།

དཔེ་རིས།	EF	FG	EF - FG
1			
2			
3			

བྱུང་རང་གིས་གང་མཐོང་གིན་འདུག་གམ་ཞེ་ན། དེ་དག་ལ་འདོགས་སྐབས་སུ། $EF = FG$ ལྟར་གོར་རམ་ཡང་ བཅས་ཚུང་བས་སྐྱང་མེད་དུ་བསྐྱར་ཚོགས། དེར་བརྟེན། གནས་སྤངས་ཚང་མའི་སྐབས་སུ། $EF = FG$

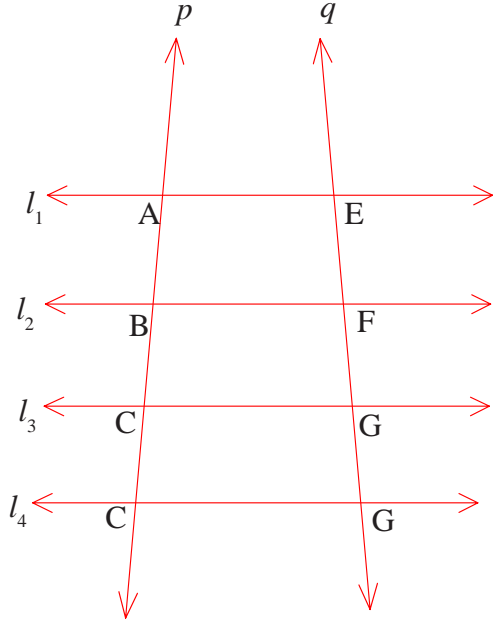
དོ་སྣང་བྱ་རྒྱུར། ང་ཚོས་གསེག་ཐིག་ p རྫོང་བཅད་ཐིག་མཉམ་པ་ AB དང་ BC ལྟར་ཡིན་པའི་མཉམ་འགྲེལ་ཐིག་ l, m, n བཅས་གསུམ་བྲངས་ཡོད། དེ་ཡིས་མཉམ་འགྲེལ་ཐིག་གསུམ་པོ་དེ་ཡིས་གསེག་ཐིག་གང་རུང་ q ལ་བཅད་ཐིག་ མཉམ་པ་ EF དང་ FG ཐོབ་ཡོད། བྱུང་སློང་འདི་ཡིས་གཤམ་གསལ་རྣམས་གཞན་གསལ་ལ་འདོན་ཀྱི་ཡོད།





མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གསུམ་གྱིས་གསེག་ཐིག་གཅིག་ལ་བཅད་
 ཐིག་མཉམ་པ་བཟོས་སྐབས། དེ་དག་གིས་གསེག་ཐིག་གཞན་པ་རྣམས་
 ལའང་བཅད་ཐིག་མཉམ་པ་བཟོས་ཡོད།

གོང་གི་བྱད་ཚོས་ནི་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གསུམ་ལས་མང་བའི་
 སྐབས་སུའང་བདེན་པ་ཡིན་པ་དང་། དེའི་སྐབས་སུ་བཅད་ཐིག་གཉིས་
 ལས་མང་བ་ཡོད། དེ་མཚོན་ཆེད་དེ་རིས་༧་༢༠ རང་། མཉམ་
 འགྲོ་ཐིག་ l_1, l_2, l_3, l_4 བཅས་བཞི་ཡིས། p རྗེད་བཅད་ཐིག་AB,
 BC, CD གསུམ་དང་། ཡང་ q རྗེད་བཅད་ཐིག་EF, FG, GH བཅས་
 གསུམ་པོ་ $AB = BC = CD$ ཡིན་པ་བཟོས།



དེ་རིས་༧་༢༠

$AB = BC$ ཡིན་པས། $EF = FG$ རེད།

ཡང་། $BC = CD$ ཡིན་པས། $FG = GH$ རེད།

དེར་བརྟེན། གལ་ཏེ། $AB = BC = CD$ ཡིན་ན། $EF = FG = GH$ རེད།

དེར་བརྟེན། སྤྱིར་བཏང་ང་ཚོས་བཤད་ཐུབ་པ་ཞིག་ནི།

གལ་ཏེ་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་གསུམ་མམ་དེ་ལས་མང་བས་གསེག་ཐིག་ཅིག་ལ་བཅད་ཐིག་མཉམ་པ་བཟོ་ན། དེ་དག་
 གིས་གསེག་ཐིག་གཞན་གང་ལའང་བཅད་ཐིག་མཉམ་པ་བཟོ་བྱེད་ཀྱི་ཡོད།

བྱད་ཚོས་འདི་ལ་བཅད་ཐིག་མཉམ་པའི་བྱད་ཚོས་ (Equal Intercepts Property) ཟེར།

༧་༦ སྤྱི་བའི་བཅད་ཐིག་གི་བྱད་ཚོས།

Proportional Intercepts Property

བྱེད་སྒྲི། ཐིག་གང་རུང་P ཞིག་བྱིས་ཏེ། ཐིག་དེའི་རྗེད་གནས་གསུམ་མངས་ཏེ་ $AB = x$ cm དང་ $BC = y$
 cm ཡིན་པ་བཟོས། འདིར་ x དང་ y རི་ཁྲངས་ཞིག་ཡིན་པ་དང་། ང་ཚོས། $x = 5, y = 2$ བཅས་ཡིན་པར་ཆ་བཞག་
 ར། (དེ་རིས་༧་༢༡) A, B, C བཅས་བརྒྱད་གོ་རིམ་བཞིན་ཐིག་ l, m, n བཅས་གསུམ་པོ་ཚུན་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པ་





བྱིས། དེར་བརྟེན། ང་ཚོར་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་ l, m, n བཅས་གསུམ་

བཅད་པའི་གསེག་ཐིག་ p ཞིག་ཡོད་པ་མ་ཟད། $\frac{AB}{BC} = \frac{x}{y}$

(སྐབས་འདིར་ $= \frac{2}{5}$) ཡིན།

ད་ཐིག་ l, m, n ལ་གོ་རིམ་བཞིན་གནས་ E, F, G བཅས་

ལ་འཕྲད་པའི་གསེག་ཐིག་གཞན་ q ཞིག་བྱིས། EF དང་ FG འཇལ་

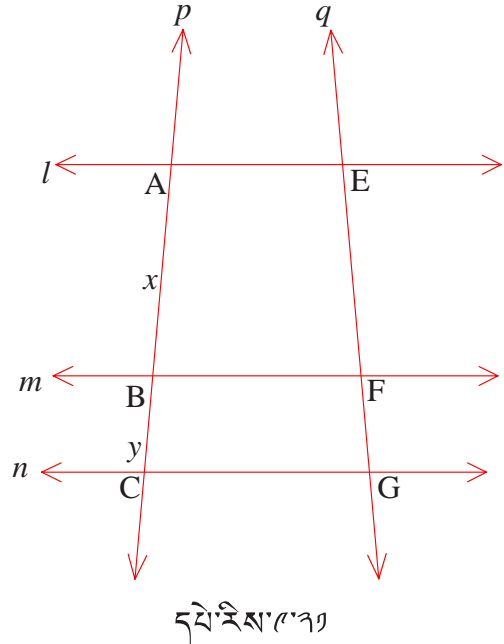
ཏེ། $y \cdot EF - x \cdot FG$ (སྐབས་འདིར་ $2EF - 5FG$) ཡི་བྱིན་ཚོལ།

གོང་གི་བྱེད་སྐྱོད་ x དང་ y ཡི་བྱིན་གཞན་སྤངས་ཏེ་ཐེངས་

གཉིས་སྤེལ་བར་བྱ། སྐབས་བདེའི་ཆེད་དཔེ་རིས་ཚང་མའི་སྐབས་

ཡིག་འབྲུད་རང་བཞོལ་ཏེ་དེ་དག་ལ་ཨང་གྲངས་ $1, 2, 3$ ཞིན།

བྱེད་རང་ལ་ཇི་ཐོབ་རེའུ་མིག་ནང་གཤམ་གསལ་ལྟར་སྤོངས།



དཔེ་རིས་(146)

དཔེ་རིས།	EF	FG	x	y	$y \cdot EF$	$x \cdot FG$	$y \cdot EF - x \cdot FG$
1							
2							
3							

བྱེད་རང་གིས་ཅི་ཞིག་མཐོང་གིན་འདུག་གམ་ཞེ་ན། དཔེ་རིས་དེ་དག་རེ་རེའི་སྐབས་སུ། $y \cdot EF - x \cdot FG$

ནི་ལྷད་ཀོར་རམ་ཡང་ན་ཆེས་ཚུང་བས་སྤང་མེད་བརྒྱུར་ཚོལ། །དེས་ན། གནས་སྤངས་ཚང་མའི་སྐབས་སུ།

$$y \cdot EF - x \cdot FG = 0$$

ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། $\frac{EF}{FG} = \frac{x}{y}$ ཡིན་པས། འདི་ནི་ $\frac{AB}{CD}$ དང་གཅིག་པ་རེད།

དོ་སྤངས་བྱ་བུར། ང་ཚོས་གསེག་ཐིག་ p རྟེན་བཅད་ཐིག་ AB དང་ BC ཡི་སྐར་ $\frac{x}{y}$ བཟོ་བའི་མཉམ་འགྲོ་ཐིག་ l, m, n

བཅས་གསུམ་སྤངས་ཡོད། འདི་ཡིས་གསེག་ཐིག་གཞན་ q ལའང་བཅད་ཐིག་ EF དང་ FG ཡི་སྐར་ $\frac{x}{y}$ ཡིན་པ་བཟོས་ཡོད།





ཤེད་སློབ་འདི་ཡིས་གཤམ་གསལ་རྣམ་གཞག་གསལ་ཁ་འདོན་གྱིན་ཡོད།

གལ་ཏེ་མཉམ་འགྲོ་ཐོག་གསུམ་གྱིས་གསེག་ཐིག་སྟེང་བཅད་ཐིག་གི་སྟུར་ཞིག་བཟོ་ན། དེ་དག་གིས་གསེག་ཐིག་གཞན་གང་རུང་གི་སྟེང་ཡང་བཅད་ཐིག་གི་སྟུར་དེ་རང་བཟོ་ཡི་ཡོད།

ཚོག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། གསེག་ཐིག་གང་རུང་གཉིས་དང་འཕྲད་པའི་མཉམ་འགྲོ་ཐོག་གསུམ་ལས་གྲུབ་པའི་བཅད་ཐིག་གི་སྟུར་གཅིག་མཚུངས་ཡིན།

དངོས་ཡོད་ཀྱི་ཆ་ནས་ཁྱད་ཚོས་འདི་ལ་**སྟུར་བའི་བཅད་ཐིག་གི་ཁྱད་ཚོས་** (Proportional Intercepts Property) ཟེའ།

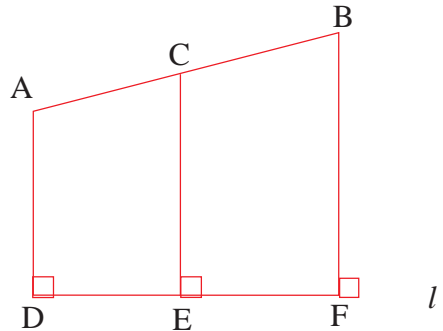
མཉམ་འགྲོ་ཐོག་གསུམ་མམ་དེ་ལས་མང་བ་གསེག་ཐིག་གཉིས་ལ་འཕྲད་ནས་གྲུབ་པའི་སྟུར་ཚད་ནི་གཅིག་མཚུངས་ཡིན།

ང་ཚོས་ཁྱད་ཚོས་འདི་དག་གསལ་ཁ་འདོན་གྱིས་ཕྱིས་དཔེ་འགའ་སྒྲུབ་གྱི་ཡིན།

ཕྱིས་དཔེ། 3. A དང་B རི་ཐིག་l སྟེང་མེད་པའི་གནས་ཡིན། (དཔེ་རིས་༧་༡༦) C རི་AB ཡི་དྲིལ་གནས་

ཡིན་ལ། $AD \perp l, BF \perp l$ དང་ $CE \perp l$ ཡིན།

- ༡) $AD \parallel CE$ རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ༢) $AD \parallel BF$ རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ༣) $AD \parallel CE \parallel BF$ རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ང) E རི་BF ཡི་དྲིལ་གནས་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།



དཔེ་རིས་༧་༡༦

ལན།

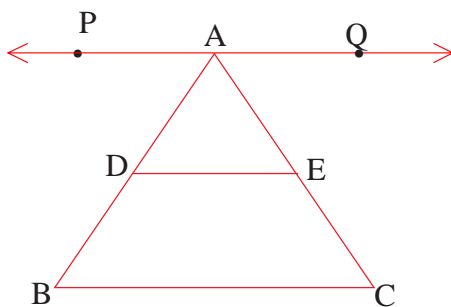
- ༡) $AD \perp l, CE \perp l$ རེད། (ཤེས་ཟེན།)
- དེར་བརྟེན། $AD \parallel CE$ རེད། (ཐིག་གཅིག་རང་ལ་དྲང་འཕྲུངས་ཐིག)
- ༢) $AD \perp l, BF \perp l$ (ཤེས་ཟེན།)
- དེར་བརྟེན། $AD \parallel BF$ རེད་དམ། (ཐིག་གཅིག་རང་ལ་དྲང་འཕྲུངས་ཐིག)
- ༣) $AD \parallel CE$ དང་ $AD \parallel BF$ རེད། (ཤེས་ཟེན།)
- དེར་བརྟེན། $AD \parallel CE \parallel BF$ རེད་དམ། (ཐིག་གཅིག་རང་ལ་མཉམ་འགྲོ་ཐོག)





- ང) མཉམ་འགྲེལ་གྱི་ཐོག་ནས་ AD, CE, BF བཅས་གསུམ་ལ།
 གསལ་གྱི་ཐོག་ནས་ AB རྒྱ་ལྡན་པའི་ $AC = CB$ (C རྒྱ་ལྡན་གྱི་ཐོག་ནས་) ལྟར་རེད།
 དེར་བརྟེན། $AC = CB$ (བཅད་ཐོག་མཉམ་པའི་ཁྲུང་ཚོས།)
 དེ་ནི། E རྒྱ་ལྡན་གྱི་ BF རྒྱ་ལྡན་གྱི་ཐོག་ནས་རེད།

སློབ་ཚན་དཔེ། 4. དཔེ་རིས་ལྟ་ནས་ PAQ རྒྱ་ལྡན་པའི་ $\triangle ABC$ རྒྱ་ལྡན་པའི་ BC དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན། D རྒྱ་ལྡན་པའི་ AB རྒྱ་ལྡན་གྱི་ཐོག་ནས་ཡིན། $DE \parallel BC$ རེད། E རྒྱ་ལྡན་པའི་ AC རྒྱ་ལྡན་གྱི་ཐོག་ནས་རེད་དམ།



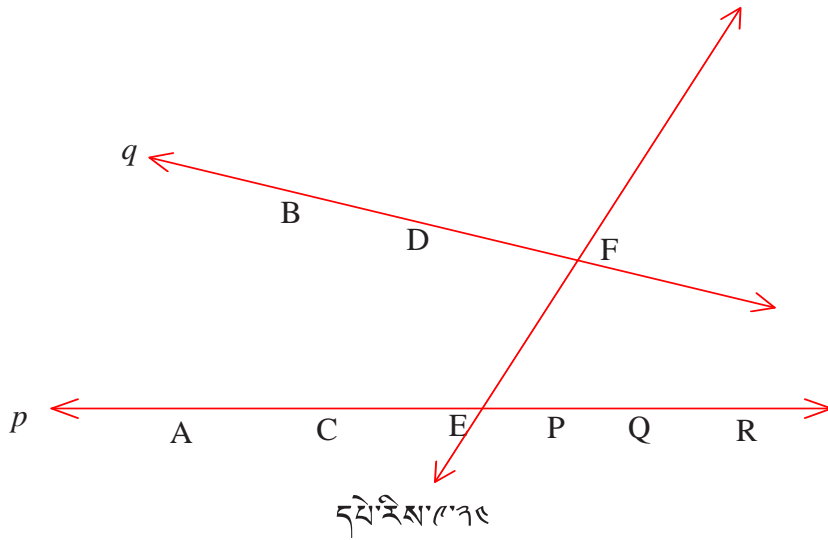
དཔེ་རིས་ལྟ་ནས་

ལན།

- $PAQ \parallel BC$ དང་། $DE \parallel BC$ (གསལ་གྱི་ཐོག་ནས་)
- དེར་བརྟེན། PAQ དང་ DE, BC བཅས་ཞི་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པའི་ཐོག་གསུམ་རེད།
 (ཐོག་གསུམ་དང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པའི་ཐོག་གསུམ་)
- $AD = DB$ (D རྒྱ་ལྡན་གྱི་ AB རྒྱ་ལྡན་གྱི་ཐོག་ནས་རེད།)
- དེར་བརྟེན། $AE = EC$ (བཅད་ཐོག་མཉམ་པའི་ཁྲུང་ཚོས།)
- དེ་ནི། E རྒྱ་ལྡན་པའི་ AC རྒྱ་ལྡན་གྱི་ཐོག་ནས་རེད།

སློབ་ཚན་དཔེ། 5. དཔེ་རིས་ལྟ་ནས་ $AB \parallel CD \parallel EF$ དང་། $BP \parallel DQ \parallel FR$ རེད། གལ་ཏེ་ $AC = 4 \text{ cm}$,
 $CE = 6 \text{ cm}$, $PQ = 2.4 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་ན། QR ཚོལ།





ལན།

$$\frac{AC}{CE} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad (\text{ཤེས་ཟེན།})$$

དེར་བརྟེན། $\frac{BD}{DF} = \frac{PQ}{QR}$ (སྐར་པའི་བཅད་ཐིག་གི་ཁྱད་ཚོས།)

དེར་བརྟེན། $\frac{2.4\text{cm}}{QR} = \frac{2}{3}$ (བཅད་ཐིག་མཉམ་པའི་ཁྱད་ཚོས།)

ཡང་ན། $QR = \frac{3 \times 2.4}{2} \text{ cm} = 3.6 \text{ cm}$

ཕྱིས་དཔེ། 6. དཔེ་རིས་ལ་༧༥ ནང་། $PAQ \parallel DE \parallel BC$ རེད།

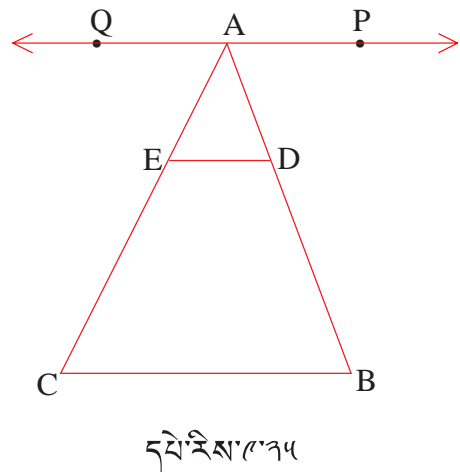
གལ་ཏེ་ $AD = 3 \text{ cm}$, $DB = 6 \text{ cm}$, $EC = 8 \text{ cm}$ བཅས་ཡིན་ན། AE ཚོལ།

ལན།

$$\frac{AC}{CE} = \frac{AD}{DB} \quad (\text{སྐར་པའི་བཅད་ཐིག་གི་ཁྱད་ཚོས།})$$

དེ་ནི། $\frac{AE}{8} = \frac{3}{6} \text{ cm}$

ཡང་ན། $AE = \frac{8 \times 3}{6} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$

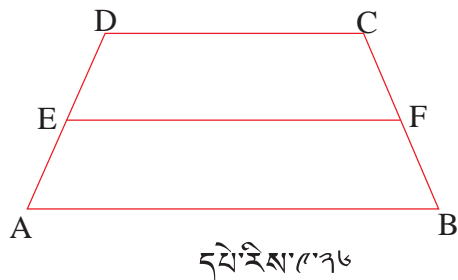




སློབ་ཚན་ 9.2

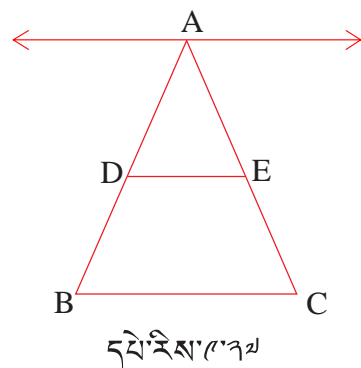
1) དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉེན་མཚན་ $AB \parallel DC, EF \parallel AB$ དང་། E རི་ AD ཡི་དགྲིལ་གནས་ཡིན།

- ཀ) $AB \parallel EF \parallel DC$ རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ཁ) F རི་ CB ཡི་དགྲིལ་གནས་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།



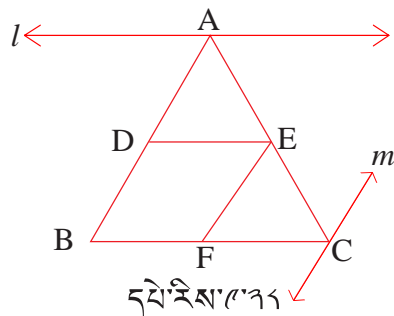
2) ABC རི་ $AB = AC$ ཡིན་པའི་སྐྱོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་ཡིན་པ་མ་ཟད། $l \parallel DE \parallel BC$ དང་། D རི་ AB ཡི་དགྲིལ་གནས་ཡིན། (དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉེན་མཚན) འོ་ན།

- ཀ) E རི་ AC ཡི་དགྲིལ་གནས་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ཁ) $\triangle ADE$ ཡང་སྐྱོད་མཉམ་ཟུར་གསུམ་མ་ཞིག་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།



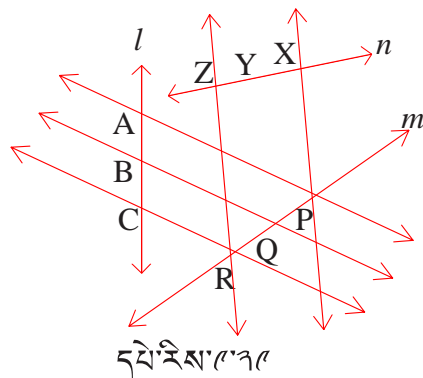
3) དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉེན་མཚན་ $l \parallel DC \parallel BC, m \parallel EF \parallel AB$ དང་། D རི་ AB ཡི་དགྲིལ་གནས་ཡིན།

- ཀ) E རི་ AC ཡི་དགྲིལ་གནས་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ཁ) F རི་ BC ཡི་དགྲིལ་གནས་རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།



4) དཔེ་རིས་ཀྱི་ཉེན་མཚན་ $AP \parallel BQ \parallel CR, PX \parallel QY \parallel RZ$ དང་། $AB = BC$ ཡིན། འོ་ན།

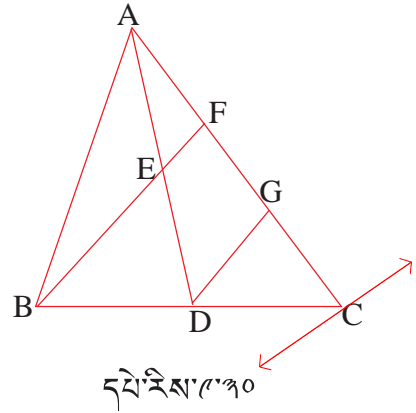
- ཀ) $PQ = QR$ རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།
- ཁ) $XY = YZ$ རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།





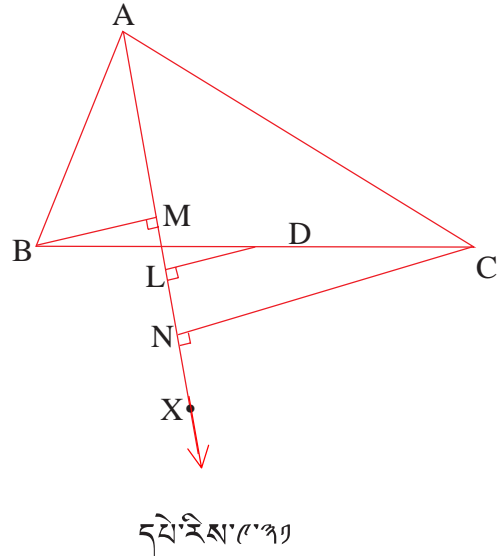
༥། དཔེ་རིས་༧༧༠ རང་། AD རི་ $\triangle ABC$ ཡི་དགྲིལ་ཐིག་ཡིན་ལ།
 E རི་ AD ཡི་དགྲིལ་གནས་དང་། $l \parallel DG \parallel BF \parallel m$ ཡིན། འོ་ན།

- ༡) $FG = GC$ རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ༢) $AF = FG$ རེད་དམ། ཚིའི་ཕྱིར།
- ༣) $AC = 4.5 \text{ cm}$ ཡིན་ན། AF ཚོལ།

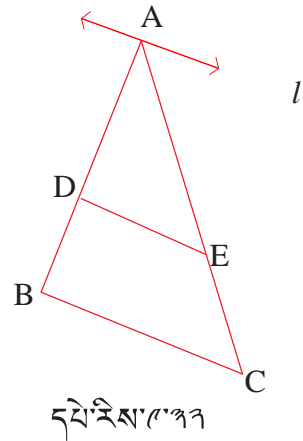


༦། D རི་ $\triangle ABC$ ཡི་མཐའ་ BC ཡི་དགྲིལ་གནས་དང་། འཕྲོ་
 ཐིག་ AX རི་དཔེ་རིས་༧༧༡ རང་བཟུང་པ་བཞིན་བྲིས་
 ཡོད། BM, CN, DL བཅས་རི་ AX དང་དྲང་འཕྲུངས་
 ཡིན་པ་དང་དེ་དག་གོ་རིམ་ལྟར་ AX ལ་གནས་ M, N, L
 ལ་འཕྲད་ཡོད། འོ་ན།

- ༡) AX རི་ BM, LD, NC བཅས་ཀྱི་གསེག་ཐིག་
 རེད་དམ། ལྷོ་མཚན་ཅི།
- ༢) CB རི་ BM, LD, NC བཅས་ཀྱི་གསེག་ཐིག་
 རེད་དམ། ལྷོ་མཚན་ཅི།
- ༣) ཐིག་ BM, LD, NC བཅས་ཕན་ཚུན་མཉམ་
 འགྲོ་རེད་དམ། ལྷོ་མཚན་ཅི།
- ༤) $ML = LN$ རེད་དམ། ལྷོ་མཚན་ཅི།

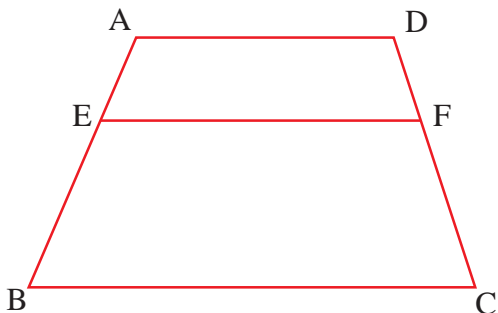


༧། དཔེ་རིས་༧༧༢ རང་། $l \parallel ED \parallel CB$ གལ་ཏེ་
 $AB = 12 \text{ cm}, AC = 16 \text{ cm}, EC = 4 \text{ cm}$ བཅས་
 ཡིན་ན། AD ཚོལ།

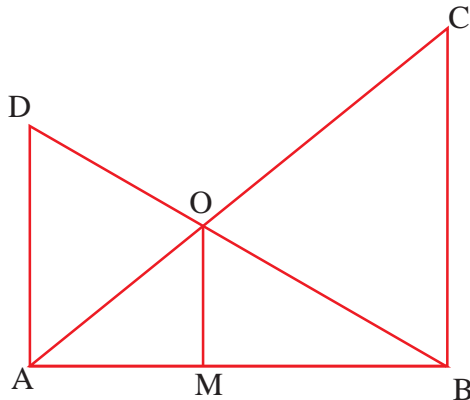




61 དཔེ་རིས་ལ་33 རང་དུ། $AD \parallel EF \parallel BC$ གལ་ཏེ་ $EB = 2AE$ དང་ $DF = 1.5\text{ cm}$ ཡིན་ན་ FC ཡི་
རིང་ཚད་ཚོལ།



དཔེ་རིས་ལ་33



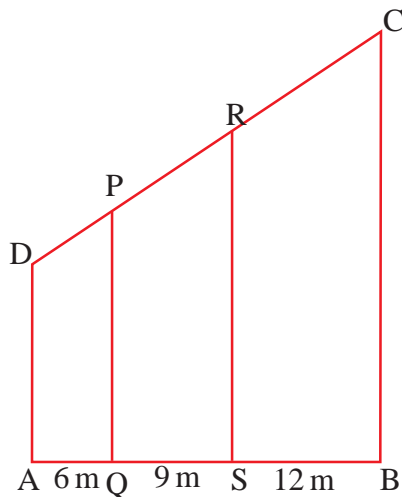
དཔེ་རིས་ལ་34

ལ། DA, CB, OM བཅས་ནི་ཐིག་དུམ་ AB དང་དང་འཕྲུང་ཡིན་པ་དང་། O རི་ AC དང་ DB ཡི་སྐྱོལ་གནས་
རེད། (དཔེ་རིས་ལ་34) གལ་ཏེ་ $OA = 2.4\text{ cm}$ དང་ $OC = 3.6\text{ cm}$ ཡིན་ན།

ཀ) $\frac{AM}{BM}$ ཚོལ།

ཁ) $BO = 3\text{ cm}$ ཡིན་པའི་སྐབས་སུ་ DO ཚོལ།

70 ས་ཚེ་ $ABCD$ ཞིག་དཔེ་རིས་ལ་34 རང་བཞུགས་པ་
ལྟར། ཚེ་གས་ $AQPD, PQSR, RSBC$ བཅས་
གསུམ་དུ་བགོས་ཡོད། གལ་ཏེ་ $CD = 30\text{ m}$ དང་།
 $DA \parallel PQ \parallel RS \parallel CB$ ཡིན་ན། DP, PR, RC
བཅས་ཀྱི་རིང་ཚད་ཚོལ།



དཔེ་རིས་ལ་34

71 མཉམ་འགྲོ་ཐིག་ l, m, n བཅས་གསུམ་ལ་གསེག་ཐིག་ p ཡིས་གོ་རིམ་ལྟར་གནས་ A, B, C ལ་ $AB \neq BC$
ལྟར་འཕྲད་ཡོད། གསེག་ཐིག་གཞན་ q ཡིས་ l, m, n ལ་གོ་རིམ་ལྟར་ D, E, F ལ་འཕྲད་ཡོད། $DE =$
 EF རེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།



171 གསེག་ཐིག་ཏུ་ ཡིས་མཉམ་འགྲེལ་གྱི་གྲིས་ p, q, r བཅས་གསུམ་ལ་གོ་རིམ་ལྟར་ A, B, C ལ་ $= \frac{3}{5}$ ཡིན་

པར་འཕྲད་ཡོད། གསེག་ཐིག་གཞན་ m གྱིས་ p, q, r ལ་གོ་རིམ་ལྟར་ P, Q, R ལ་འཕྲད་ཡོད། $\frac{PQ}{QR} = \frac{2}{5}$

མེད་དམ། རྒྱ་མཚན་ཅི།



172 ཐིག་དུམ་མཉམ་བཤོད་བྱེད་པ། Dividing a line Segment into Equal Parts

འཛིན་གྲུ་གོང་མའི་སྐབས་སུ། ང་ཚོས་ཐིག་གི་ང་དང་སྒྲོར་ཆས་བཀོལ་ཏེ་ཐིག་དུམ་ཆ་གསུམ་མཉམ་པ་གཉིས་སུ་བཤོད་སྒྲུབ་སྤངས་ཡོད། བྱེད་ཐབས་འདིས་ང་ཚོས་ཐིག་དུམ་ཞིག་ཆ་གསུམ་མཉམ་པ་4, 8, 16 སོགས་སུ་བཤོད་ཐུབ་པ་བརྒྱབ་ཡོད། ད་ལྟ་ང་ཚོས་ཐིག་གི་ང་དང་སྒྲོར་ཆས་བཀོལ་ཏེ་ཐིག་དུམ་གྲངས་གང་རུང་དུ་ཆ་གསུམ་མཉམ་པར་བཤོད་སྒྲུབ་སྤངས་ཐུག་ཐུ་ཡིན། ང་ཚོས་ཚུས་དཔེ་བརྒྱད་དེ་བརྒྱད་རིམ་གསལ་ཁ་འདོན་ཐུ་ཡིན། འདིའི་ཆེད་དུ་ཁྱེད་ཀྱིས་འཛིན་གྲུ་དུག་པའི་སྐབས་སུ་སྤངས་ཐིག་པའི་གཞི་རྩའི་དཔེ་རིས་བཀོད་སྒྲུབ་ཆམས་དྲན་གསོ་གྱིས་དང་།

ཚུས་དཔེ། 7. རིང་ཚད་8 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་AB ཆ་གསུམ་མཉམ་པ་ལྔ་ལྟུ་མཉམ་བཤོད་བྱོས།

ལན།

སྐབས་འདིར་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་གོ་རིམ་ལྟར་ལྟོད། །

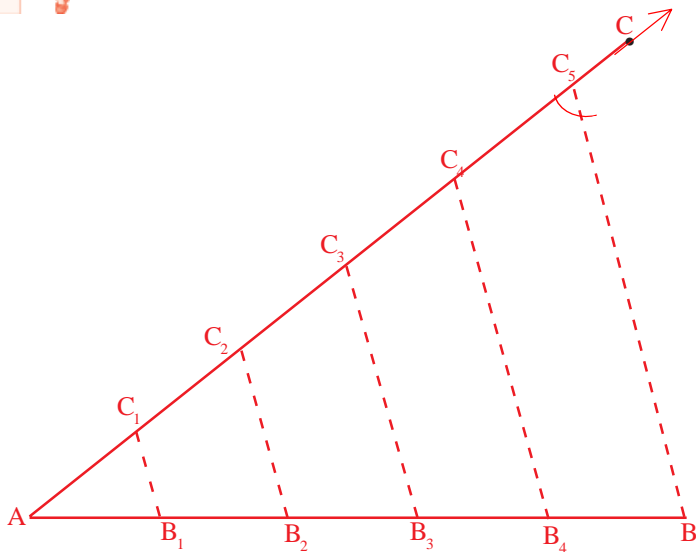
གོ་མ་པ། 1 $AB = 8 \text{ cm}$

གོ་མ་པ། 2 འཕྲོ་ཐིག་AC རྟེན་ཐིག་AB ཁོངས་མིན་པ་ཞིག་གིས། (དཔེ་རིས་172)

གོ་མ་པ། 3 འཕྲོ་ཐིག་AC གྱི་གནས་A ནས་འགོ་བཙུགས་ཏེ་སྒྲོར་ཆས་ཀྱིས་རིང་ཚད་གང་རུང་ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་མཉམ་པ་ $AC_1, C_1C_2, C_2C_3, C_3C_4, C_4C_5$ བཅས་ལྟགས་ཚུ་བ།

གོ་མ་པ། 4 C_5B མཐུད་པར་བྱ།

གོ་མ་པ། 5 གནས་ C_1, C_2, C_3, C_4 བརྒྱུད་ཐིག་ལ་གོ་རིམ་ལྟར་གནས་ B_1, B_2, B_3, B_4 ལ་འཕྲད་པའི་ཐིག་ཆམས་ C_5B ནང་མཉམ་འགྲེལ་ཡིན་པ་གིས། ཐིག་དུམ་ $AB_1, B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4, B_4B$ བཅས་ནི་དགོས་ངེས་ཀྱི་AB ཡི་མཉམ་བཤོད་ཆ་གསུམ་ལྔ་ལྟུ་ལོ།

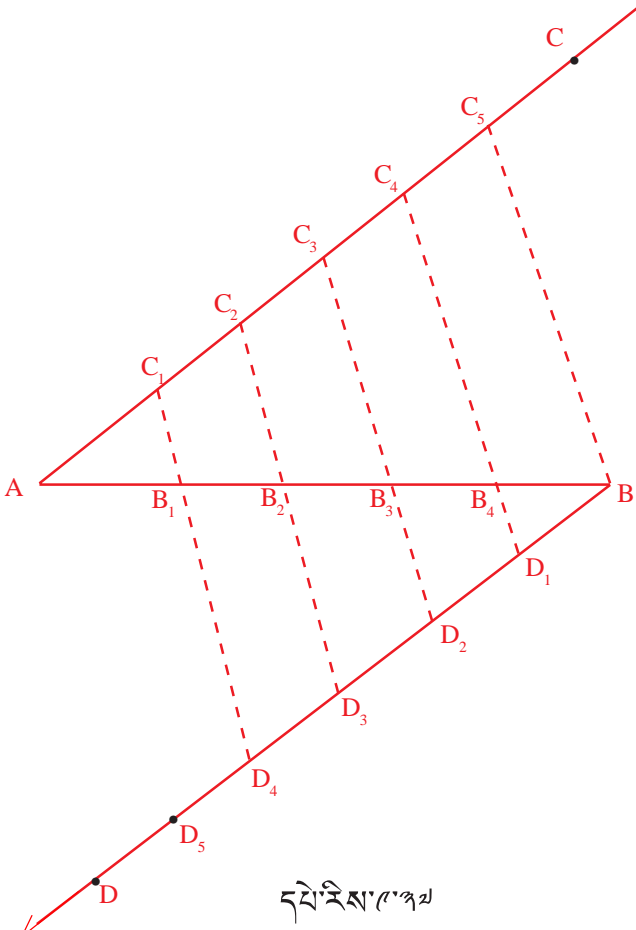


དཔེ་རིས་༧་༡༤

མཚན། བཅད་ཐིག་མཉམ་པའི་བྱད་ཚོས་ཀྱིས་ $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B$ ཡིན་པ་བྱེད་ཚོས་ལས་སྒྲིབ་པའི་ལུས་ལྟེན་གྱི་

ཐབས་ལམ་གཞན།

- ༡། $AB = 8\text{ cm}$ ཞིག་གིས།
- ༢། འཕྲོ་ཐིག་AC ཐིག་AB རྒྱུ་མཉམ་པའི་ལུས་ལྟེན་གྱིས།
- ༣། དཔེ་རིས་༧་༡༥ ནང་བསྟན་པའི་ལུས་ལྟེན་འཕྲོ་ཐིག་BD དང་CA མཉམ་འགྲེལ་པའི་ལུས་ལྟེན་གྱིས།
- ༤། འཕྲོ་ཐིག་AC ཡི་གནས་A ནས་འགོ་ཚུགས་ཏེ་རིང་ཚད་གང་རུང་ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་མཉམ་པ་ $AC_1, C_1C_2, C_2C_3, C_3C_4, C_4C_5$ བཅས་ལྟ་ལྟགས་ཚུགས།
- ༥། BD ཡི་གནས་B ནས་འགོ་ཚུགས་ཏེ་གོ་མ་པའི་ལུས་ལྟེན་གྱིས་དུམ་མཉམ་པ་ $BD_1, D_1D_2, D_2D_3, D_3D_4, D_4D$ བཅས་ལྟ་ལྟགས་ཚུགས།



དཔེ་རིས་༧་༡༥



༦། AB རྒྱུང་རིམ་པ་ལྟར་ B_1, B_2, B_3, B_4 ལ་འཕྲད་པ་ $C_1D_4, C_2D_3, C_3D_2, C_4D_1$ དང་མཐུན། $AB_1, B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4, B_4B$ བཅས་ནི་དགོས་ངེས་ཀྱི་AB ཡི་མཉམ་བཞོན་ཆ་གསལ་ལྟ་རེད།

མཚན། AD_5 དང་ C_5B གཉིས་མཐུན་པས་ $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B$ ཡིན་པ་ཉེད་ཀྱིས་ལས་སྤོང་ཤེས་ཐུབ།



༧.4 ཐོག་དུམ་ནང་རྩོམ་ཆ་ལྡན་ཤེས་པའི་སྤྱི་ཚད་ལྟར་བཞོན་པ།

Dividing a line Segment Internally in a Given Ratio

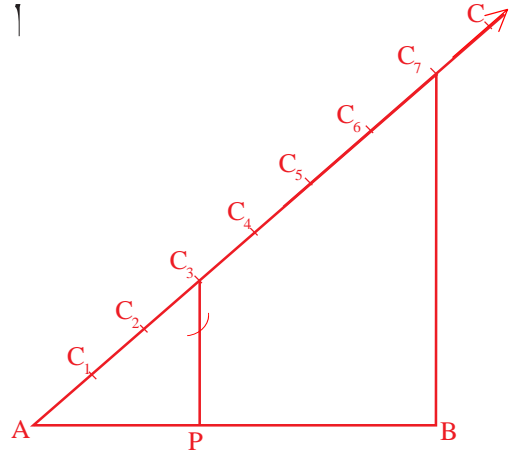


སྤྱི་ཚད་ལྟར་། ང་ཚོས་ཐོག་དུམ་བཞོན་ལྟངས་འདི་ཕྱིས་དཔེ་བརྒྱུད་འགྲེལ་བཤད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

ཕྱིས་དཔེ། 8. ཐོག་དུམ་AB རིང་ཚད་ 5 cm ཡིན་པ་ཞིག་ནང་རྩོམ་གྱི་སྤྱི་ཚད་ 3 : 4 ལྟར་ཡིན་པར་བཞོན་པ།

ལན། སྐབས་འདིར་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་ལོ་མ་རིམ་ལྟར་བྱེད།

- ༡། རིང་ཚད་5 cm ཡིན་པའི་ཐོག་AB ཞིག་བྲིས།
- ༢། འཕྲོ་ཐོག་AC ཞིག་ཐོག་ཐོག་AB རིང་ས་སུ་མེན་པ་ཞིག་བྲིས། (དཔེ་རིས་༧.4)
- ༣། འཕྲོ་ཐོག་AC རྒྱུང་རྒྱུར་ཆས་ཀྱིས་ཐོག་དུམ་མཉམ་པ་ $AC_1, C_1C_2, C_2C_3, C_3C_4, C_4C_5, C_5C_6, C_6C_7$ བཅས་བདུན་(3 + 4) ལ་ཉམས་ཚུགས།
- ༤། C_7B མཐུན་པར་བྲི།



དཔེ་རིས་༧.4

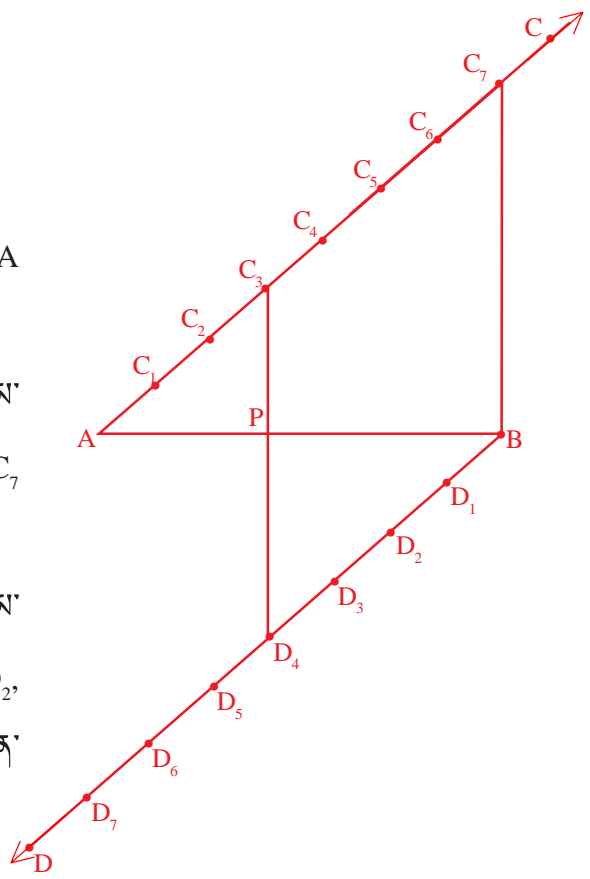
༥། A རས་འགོ་བཅུགས་ཏེ་ད་ལྟར་བྲིས་པའི་ཐོག་དུམ་གསུམ་བགྲངས་ན་ C_3 རྒྱུང་སྤོང་གི་ཡོད། C_3 བརྒྱུད་AB ལ་གནས་པ་P རྒྱུང་ཕྱིད་ཅིང་། C_7B དང་མཉམ་འགྲོམ་ཐོག་ཐོག་བྲིས། P ཡིས་ཐོག་དུམ་AB ཡི་ནང་རྩོམ་ཆ་AB དང་BP བཅས་ཆ་གསལ་གཉིས་སུ་བཏང་ཡོད་པ་དང་། དེ་གཉིས་ཀྱི་སྤྱི་ཚད་ནི་3 : 4 རེད། ང་ཚོས་འདི་ནི་དངོས་སུ་ཐོག་དུམ་AB དང་BP འཇལ་ཏེ་ཞིབ་བཞེས་བྱ་ཐུབ།

མཚན། $\frac{AP}{BP} = \frac{AC_3}{C_3C_7} = \frac{3}{4}$ ཡིན་པས། སྤྱི་ཚད་བཅད་ཐག་གི་ཉེད་ཚོས་ལས་སྤོང་ཤེས་ཐུབ།



ཐབས་ལམ་གཞན།

- ༡། རིང་ཚད་5 cm ཡིན་པའི་ཐོག་དུམ་AB གྲིས།
- ༢། འཕྲོ་ཐོག་AC ཞིག་ཐོག་AB ཁོངས་མིན་པ་གྲིས།
- ༣། དཔེ་རིས་ལ་༡༧ རང་དུ་བསྟན་པ་ལྟར། འཕྲོ་ཐོག་CA དང་མཉམ་འབྲེལ་ཡིན་པའི་འཕྲོ་ཐོག་BD ཞིག་གྲིས།
- ༤། AC ཡི་གནས་A རྣམ་འགོ་བཙུགས་ཏེ་ཐོག་དུམ་མཉམ་པ་AC₁, C₁C₂, C₂C₃, C₃C₄, C₄C₅, C₅C₆, C₆C₇ བཅས་བདུན་(3 + 4) ལ་ཉགས་རྒྱུ་བ།
- ༥། BD ཡི་གནས་B རྣམ་འགོ་བཙུགས་ཏེ་རིང་ཚད་གོ་མ་རིམ་བཞི་པ་དང་མཚུངས་པའི་ཐོག་དུམ་མཉམ་པ་BD₁, D₁D₂, D₂D₃, D₃D₄, D₄D₅, D₅D₆, D₆D₇ བཅས་བདུན་(3 + 4) ལ་ཉགས་རྒྱུ་བ།



དཔེ་རིས་ལ་༡༧

༦། AC བརྒྱད་ཐོག་དུམ་གསུམ་བགྲངས་ན་ང་ཚོར་C₃ འཕྲོ་ཐོག་པ་དང་། འཕྲོ་ཐོག་BD བརྒྱད་ཐོག་དུམ་བཞི་བགྲངས་ན་ང་ཚོར་D₄ འཕྲོ་ཐོག་གནས་C₃ དང་D₄ རི་AB ལ་P དང་འབྲེལ་པ་མཐུད་པར་བྱ། P རི་AB རང་ལོ་ལ་ན་སྟུང་ཚད་3 : 4 ལྟར་བཀོ་བའི་དགོས་ངེས་ཀྱི་གནས་རེད།

མཚན། AD_7 དང་C₇B མཐུད་ན་ $= \frac{AC_3}{C_3C_7} = \frac{D_7D_4}{D_4B} = \frac{3}{4}$ ཡིན་པ་ཁྱེད་ཀྱིས་ལས་སྒྲུབ་པའི་ལམ་གྱི་ཐུགས་སྟེན་ལེན།



སློབ་ཚན། 9.3



- ༡། རིང་ཚད་7.5 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་AB བྲིས་ཇི་སྟེ། དེ་ཆ་གསུམ་མཉམ་པ་གསུམ་དུ་བཞག་སྟེ། ཆ་གསུམ་རེ་འཛི་རིང་ཚད་འཇལ་བར་བྱ།
- ༢། རིང་ཚད་8.5 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་AB བྲིས་ཇི་སྟེ། དེ་ཆ་གསུམ་མཉམ་པ་ལྔ་རུ་བཞག་སྟེ། ཆ་གསུམ་ཚང་མའི་རིང་ཚད་འཇལ་བར་བྱ།
- ༣། རིང་ཚད་6.6 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་PQ བྲིས་ཇི་སྟེ། དེ་ཆ་གསུམ་མཉམ་པ་དུག་ཏུ་ཐོངས།
- ༤། རིང་ཚད་12 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་PQ བྲིས་ཇི་སྟེ། དེའི་ནང་རོལ་སྟུར་3 : 5 ལྟར་བཞག་སྟེ། ཚད་འཇལ་ཇི་སྟེ། ལ་བཞེར་ཕྱིས་ཀྱང་ཚོུབ།
- ༥། རིང་ཚད་10 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་MN བྲིས་ཇི་སྟེ། དེའི་ནང་རོལ་སྟུར་2 : 3 ལྟར་བཞག་སྟེ། ཆ་གསུམ་གྲུང་བ་དེ་འཇལ་བར་བྱ།
- ༦། རིང་ཚད་5.6 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་AB བྲིས། AB ལྗོང་གི་གནས་P ཞིག་ $\frac{AP}{PB} = \frac{2}{5}$ ལྟར་ཡིན་པ་དེ་ཚོོལ། AP དང་ PB འཇལ་ཏེ་ཁྱེད་རང་གི་བཞག་འབྲི་འགྲིགས་ཡོད་མིན་བཞེར་ཕྱིས་ཚོུབ།
- ༧། རིང་ཚད་6 cm ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་MN བྲིས། MN ལྗོང་གི་གནས་P ཞིག་ $\frac{MP}{PN} = \frac{1}{2}$ ལྟར་ཡིན་པ་དེ་ཚོོལ། ཁྱེད་རང་གི་བཞག་འབྲི་འགྲིགས་ཡོད་མིན་བཞེར་ཕྱིས་ཚོུབ།
- ༨། ཐིག་དུམ་AB བྲིས། AB ལྗོང་P ཞིག་AP = 2 : 3 ལྟར་ཡིན་པ་ཚོོལ། AP དང་PB འཇལ་ཏེ། $\frac{AP}{PB} = \frac{2}{3}$ ལྟར་ཡིན་པའི་བཞེར་ཕྱིས་ཚོུབ།





དུས་གཞི་གྲིས་དང་།

- 1) ཐོག་གཅིག་རང་ལ་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐོག་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲོ་ཡིན།
- 2) སློབ་པའི་ཐོག་གཉིས་ཐོག་གཅིག་རང་དང་མཉམ་འགྲོ་མིན།
- 3) ཐོག་གཅིག་རང་ལ་དང་འཕྲུང་ས་ཡིན་པའི་ཐོག་གཉིས་ཕན་ཚུན་མཉམ་འགྲོ་ཡིན།
- 4) ཐོག་l དང་m གཉིས་སུ་གནས་ཐང་དང་A དང་B ལ་གསེག་ཐོག་t ཡིས་བཅད་ན། ཐོག་l དང་m གྲིས་t རྟེན་བཅད་ཐོག་(Intercept) བཟོས་ཡོད་ཟེར།
- 5) མཉམ་འགྲོ་ཐོག་གཉིས་གྲིས་གསེག་ཐོག་དང་འཕྲུང་ས་ཚང་མར་བཅད་ཐོག་མཚུངས་པ་བཟོ་ཡི་ཡོད།
- 6) **བཅད་ཐོག་མཉམ་པའི་ཁྱད་ཚོས།**
གལ་ཏེ་ཐོག་གསུམ་མམ་དེ་ལས་མང་བས་གསེག་ཐོག་གཅིག་ལ་བཅད་ཐོག་མཉམ་པ་བཟོས་ན། དེ་དག་གིས་གསེག་ཐོག་གཞན་གང་ལའང་བཅད་ཐོག་མཉམ་པ་བཟོ་བྱེད་ཀྱི་ཡོད།
- 7) **སྤྱི་བའི་བཅད་ཐོག་གི་ཁྱད་ཚོས།**
གསེག་ཐོག་གང་རུང་གཉིས་དང་འཕྲུང་པའི་མཉམ་འགྲོ་ཐོག་གསུམ་ལས་གྲུབ་པའི་བཅད་ཐོག་གི་སྤྱི་བའི་གཅིག་མཚུངས་ཡིན།
- 8) བཅད་ཐོག་མཉམ་པའི་ཁྱད་ཚོས་བཞི་ལ་ཏེ། ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་ཐོག་དུམ་ཆ་ཤས་མཉམ་པར་གཏོང་བྱུང།
- 9) སྤྱི་བའི་བཅད་ཐོག་གི་ཁྱད་ཚོས་བཞི་ལ་ཏེ། ང་ཚོས་ཤེས་ཟིན་པའི་ཐོག་དུམ་ཞིག་ནང་རོལ་ན་ཤེས་པའི་སྤྱི་བའི་སྤྱི་བའི་བཟོ་བྱུང།

