

# སྒྲིབ་ཚན་དུག་པ། ཚབ་ཚིས་ཀྱི་གཏན་མཚུངས།

## CHAPTER 6 : ALGEBRAIC IDENTITIES

### 6.1 རྩོམ་སྤྲོད། Introduction

འཛིན་གྲུབ་དུན་པའི་སྐབས་ཀྱི་ཚོས་ཚབ་ཚིས་ཀྱི་གཏན་མཚུངས་སྐོར་སླུངས་ཡོད། རྒྱུ་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལྟར། ཚབ་ཚིས་ཀྱི་གཏན་མཚུངས་ནི། ཡིག་འབྲུའི་གངས་ཀྱི་གངས་ཐང་ཚང་མའི་སྐབས་སུ་དོ་མཉམ་ཞིང་བདེན་པར་གནས་པའི་ཚབ་ཚིས་ཀྱི་འབྲེལ་བ་ལ་ཟེར། རྒྱུ་ཚོས་གཤམ་གསལ་ཚབ་ཚིས་གཏན་མཚུངས་ནམས་སླུངས་མྱོང་ཡོད།

$$1) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) \quad (a + b)(a - b) = (a - b)^2$$

ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་བཤོད་གྲངས་འཛོལ་སྐབས། ང་ཚོས་བཤོད་གྲངས་(རྒྱུ་གྲངས་) ནམས་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ལྟར་འབྲེལ་ཡོད། བསྐྱར་ཐོབ་དེའི་ཚུལ་རེ་རེ་ལ་**རྒྱུ་ཚུལ་**(Factor) ཟེར། རྒྱུ་ཚུལ་འཛོལ་བའི་ཐབས་ལ་**རྒྱུ་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲེལ་**(Factorisation) ཟེར།

སྒྲིབ་ཚན་འདིའི་ནང་། ང་ཚོས་ད་དུང་གཏན་མཚུངས་འགའ་སླུང་རྒྱ་ཡིན། ང་ཚོས་གཏན་མཚུངས་འདི་དག་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དབྱེ་སྤྲེལ་བྱ་བར་བཅད་སྒྲོན་བྱེད་ཚུལ་ཡང་སླུང་རྒྱ་ཡིན།

### 6.2 ཚད་ལྡན་གཏན་མཚུངས་འགའ་ཞིག་དོ་སྒྲོན། Some More Standard Identities

#### 1) བསྐྱར་ཐོབ་ $(x + a)(x - b)$

གོང་གི་གཏན་མཚུངས་ཀ་པ་སླུང་དེ་ཉིས་ཚན་ཚུལ་མཉམ་པ་གཉིས་བསྐྱར་བྱུང། ད་ལྟ་ང་ཚོས་ཉིས་ཚན་ཚུལ་གྱི་ཚན་པ་གཉིས་པ་མི་འདྲ་བའི་སྐབས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་འཛོལ་རྒྱ་ཡིན།

$$\text{ཉིས་ཚན་ཚུལ།} \quad (x + a) \text{ དང་ } (x + b) \text{ བསྐྱར་ན།}$$



$$\begin{aligned}
 (x + a)(x + b) &= x(x + b) + a(x + b) \\
 &= x^2 + xb + ax + ab \\
 &= x^2 + xb + ax + ab \\
 &= x^2 + bx + ax + ab \quad (bx = xb \text{ ཡིན་པའི་ཕྱིར།}) \\
 &= x^2 + ax + bx + ab \quad (ax + bx = xb + xa \text{ ཡིན་པའི་ཕྱིར།}) \\
 &= x^2 + (a + b)x + ab \quad (ax \text{ དང་ } bx \text{ ལས་སྤྱི་འགོད་གྲངས་ } x \text{ རྒྱངས་པ།})
 \end{aligned}$$

དེར་བརྟེན། ང་ཚོར་གཤམ་གསལ་གཏན་མཚུངས་ཡོད།

གཏན་མཚུངས། 9

$$\begin{aligned}
 (x + a)(x + b) &= x^2 + (a + b)x + ab \\
 &\text{ཡང་ན།} \\
 (x + a)(x + b) &= x^2 + ax + bx + ab
 \end{aligned}$$

### བྱེད་སྒྲིག་

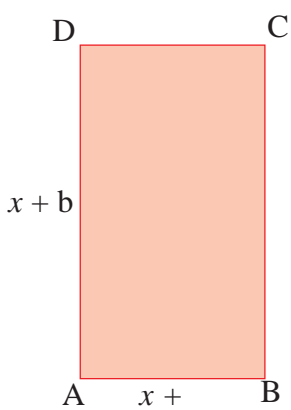
ཉེས་ཚན་ཚུལ་ $x + a$  དང་ $x + b$  གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ནི། གྲུ་ནར་དབྱིབས་མཐའ་ $x + a$  དང་

$x + b$  ཅན་གྱི་རྒྱ་ཁྲིམ་ལ་ཆ་བཞག་ཚོག་པ་དྲན་གསོ་གྱིས་དང་། ཤོག་པང་(ཡང་ན་འཚམས་ཤོག་རྩིང་པ་)ཞིག་

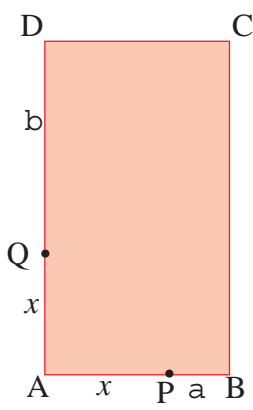
གི་སྤྱིང་དུ། མཐའ་ $x + a$  དང་ $x + b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་ABCD བྲིས། (དཔེ་རིས་ཨ་ཉ་ཉ) འདིར་གསལ་

པོར་མཐོང་ཐུབ་པ་ཞིག་ནི། གྲུ་ནར་དབྱིབས་ABCD ཡི་རྒྱ་ཁྲིམ་ནི་ $(x + a)(x + b)$  རེད།

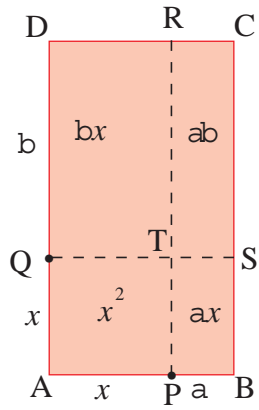
AB རྩིང་AP = x ཡིན་པའི་གནས་ལ་དྲགས་P རྩོལ། (དཔེ་རིས་ཨ་ཉ་ཉ) AD རྩིང་AQ = x ཡིན་པའི་



(1)



(2)



(3)

དཔེ་རིས་ཨ་ཉ་ཉ

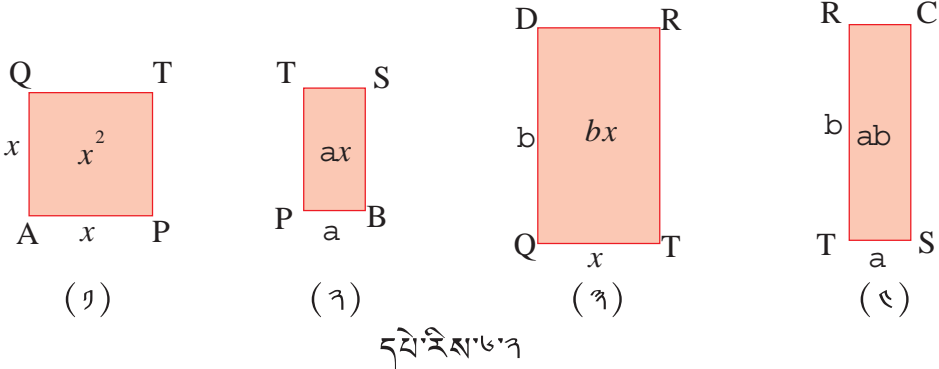




གནས་ལ་ཉགས་Q རྒྱུ་(དཔེ་རིས་༤་༡་༣)  $AB = x + a$  དང་།  $AP = x$  ཡིན་ལྟར།  $PB = a$  རེད། ཡང་།  $AD = x + b$  དང་།  $AQ = x$  ཡིན་ལྟར།  $QD = b$  རེད། (དཔེ་རིས་༤་༡་༣)

P བརྒྱུད་པའི་ཐིག་དུམ་PR ཞིག་AD དང་མཉམ་འགྲུའི་སློན་ས་DC ལ་གནས་R རྩེང་འཕྲད་པ་བྱིས། (དཔེ་རིས་༤་༡་༣) Q བརྒྱུད་པའི་ཐིག་དུམ་QS ཞིག་AB དང་མཉམ་འགྲུའི་སློན་ས་BC ལ་གནས་S རྩེང་འཕྲད་པ་བྱིས། (དཔེ་རིས་༤་༡་༣) PR དང་QS ཡི་སློལ་གནས་T ཡིན་ན། འདི་ཡིས་གྲུ་ནར་དབྱིབས་དེ་གཤམ་གསལ་ལྟར་ཆ་ཤས་བཞི་རུ་བཞོས་ཡོད།

- ༡) མཐའ་ $x$  ཡིན་པའི་གྲུ་བཞི་ཁ་གང་དབྱིབས་APTQ དེའི་རྒྱ་ཁྲིན་ $x^2$  རེད།
- ༢) མཐའ་ $a$  དང་ $x$  ཡིན་པའི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་PBST དེའི་རྒྱ་ཁྲིན་ $ax$  རེད།
- ༣) མཐའ་ $b$  དང་ $x$  ཡིན་པའི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་QTRD དེའི་རྒྱ་ཁྲིན་ $bx$  རེད།
- ༤) མཐའ་ $a$  དང་ $b$  ཡིན་པའི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་TSCR དེའི་རྒྱ་ཁྲིན་ $ab$  རེད།



དཔེ་རིས་༤་༣

ཐིག་དུམ་PR, QT, TS བཅས་བརྒྱུད་དུམ་ཉེ་དུམ་བུ་ཐ་དད་པ་བཞི་བཞོས། (དཔེ་རིས་༤་༣)

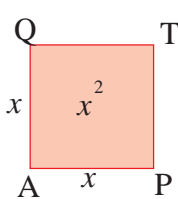
དུམ་བུ་ཐ་དད་པ་ནམས་ཀྱི་རྒྱ་ཁྲིན་བརྩོམས་པ་ན། དཔེ་རིས་གང་ཚང་གི་རྒྱ་ཁྲིན་དང་གཅིག་མཚུངས་དགོས་ལྟར་འཛོམས་པ་ཚོར།  $(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$  ཡོད། འདི་ཡིས་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པོ་འཕྲེལ་རྩིས་བརྒྱུ་ཡོད།

### བྱེད་སྒོ་༡

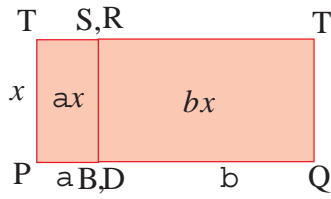
བྱེད་སྒོ་༡ པོ་བཞིན། དཔེ་རིས་༤་༣ པའི་ནང་བརྒྱུན་པ་བཞིན་གྲུ་ནར་དབྱིབས་དེ་ཆ་ཤས་བཞིར་ཐོངས། གྲུ་ནར་དབྱིབས་DQTR ཡི་མཐའ་DR དང་གྲུ་ནར་དབྱིབས་PBST ཡི་མཐའ་མཉམ་དུ་འཁྲུལ་ཆེད། གྲུ་ནར་དབྱིབས་DQTR དང་PBST གཉིས་དཔེ་རིས་༤་༣་༣ ནང་བརྒྱུན་པ་བཞིན་ཞོག འདིས་གྲུ་བཞི་མ་དུམ་བུ་བཞི་དེ་དུམ་བུ་གསུམ་ལ་བཏང་ཡོད་པ་དཔེ་རིས་༤་༣ ནང་བརྒྱུན་པ་ལྟར་རོ། །

འདིར་གསལ་པོ་བྱུང་བཞིག་ལ། དུམ་བུ་འདིའི་རྒྱ་ཁྲིན་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་ $x^2$ ,  $(a + b)x$ ,  $ab$  བཅས་

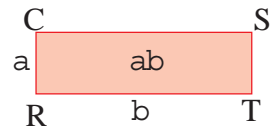




(1)



(2)



(3)

དཔེ་རིས་ཅ་ན

རེད། དཔེ་རིས་གང་ཚང་དང་། དུམ་བུར་བཏང་བའི་གྲུ་བཞི་ནམས་བསྐྱར་སྒྲིག་བྱས་ཇེས་ཀྱི་ཚུ་ཁྱོན་གཅིག་མཚུངས་ཡིན་པས། ང་ཚོར།

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \text{ ཐོབ་པོ། } |$$

འདིས་ཚོད་ལཱ་ལམ་ནས་གོང་གི་གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ མོའི་བཞེར་ཕྱིས་བརྒྱབ་ཡོད།

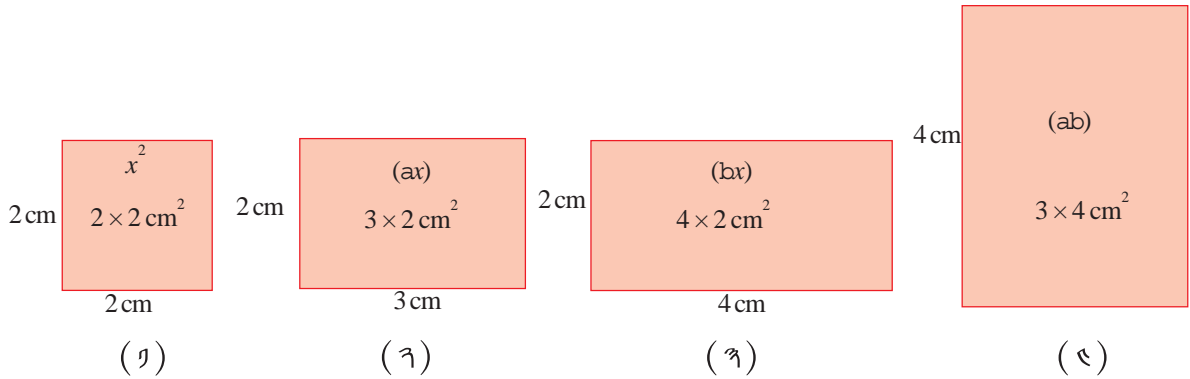
གོང་གསལ་བྱེད་སློབ་གཉིས་མོའི་ནང་། ང་ཚོས་དཔེ་རིས་གང་ཚང་ཞིག་དུས་ཏེ་གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ མོའི་བཞེར་ཕྱིས་བརྒྱབ་ཡོད། ང་ཚོས་གཤམ་དུ་བྱེད་སློབ་ནི་ པ་དང་། པའི་ནང་བརྟན་པ་བཞིན་དེ་ལས་ལྡོག་ནས་ཀྱང་བྱ་བུ།

**བྱེད་སློབ་ནི།**

གྲངས་x, a, b བཅས་གསུམ་བདམས་ཏེ། x = 2 cm, a = 3 cm, b = 4 cm བཅས་ཡིན་པར་ཆ་

ཞོག་ཤོག་པར་(ཡང་ན་འཚམས་ཤོག་རྙིང་པ་)ཞིག་ལས་དཔེ་རིས་ཅ་ན ནང་བརྟན་པའི་ཆ་ཚང་ལྟར་དུས་ཏེ་དུམ་བུ་བཞིར་ཐོངས།

དུམ་བུ་དེ་དག་གི་ནང་འོས་སུ་དུམ་བུ་སོ་སོའི་ཚུ་ཁྱོན་བརྟན་ཡོད། དུམ་བུ་བཞིའི་ཁྱོན་བརྟན་མས་ཚུ་ཁྱོན་ནི།



དཔེ་རིས་ཅ་ལ

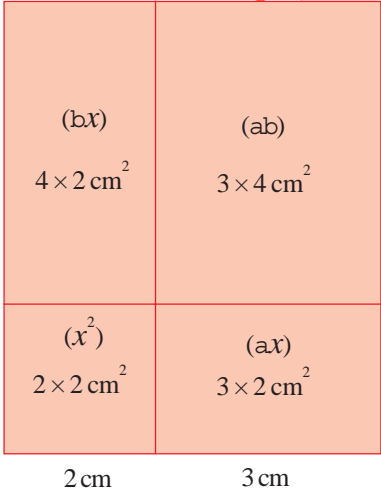
$$(2^2 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + 3 \times 4) \text{ cm}^2 \text{ ཡིན།}$$





དེ་ནི།  $(x^2 + ax + bx + ab)$  རེད།

དེ་ནི། དུམ་བུ་དེ་དག་ལྷུ་བསྐྱེགས་ཏེ་མཐའ་(2 + 3) cm དང་  
(2 + 4) cm ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་ཤིག་འགྲུབ་པར་བྱ་དགོས། དེ་ནི།  
(x + a) cm དང་(x + b) cm རེད། འདི་ལྟར་བྱེད་པའི་ཐབས་ལམ་  
གཅིག་དཔེ་རིས་ཙམ་ རང་བཟུང་ཡོད།



དུམ་བུ་ཚང་མའི་ཀྱི་ཁྱོན་ནི་དུམ་བུ་ནམས་ལྷུ་བསྐྱེགས་ཏེ་ཐོབ་པའི་  
ཀྱི་ཁྱོན་དང་གཅིག་མཚུངས་ཡིན་ལྟོབས། ང་ཚོར།

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$$

དཔེ་རིས་ཙམ་

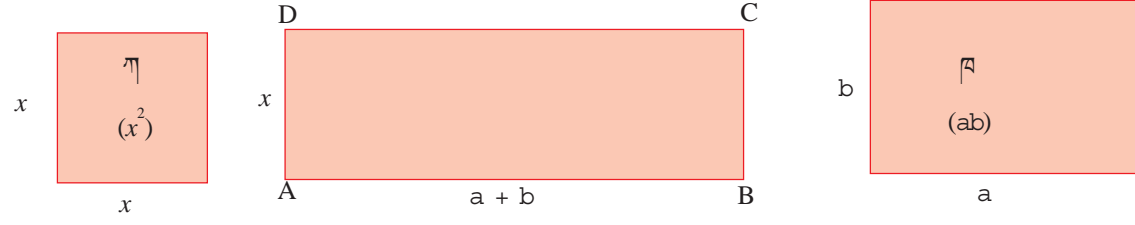
འདིར།  $x = 2$  cm,  $a = 3$  cm,  $b = 4$  cm བཅས་ཡིན།

གོང་ལྟར། འདིས་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ པོའི་བཤེར་ཕྱིས་བརྒྱབ་ཡོད།

### བྱེད་སྒྲིལ་

གཤམ་གྱི་དཔེ་རིས་ཙམ་ རང་བཟུང་པ་བཞིན་དུམ་བུ་གསུམ་ནས་འགོ་ཚུགས།

ང་ཚོས་མཐོང་ཐུབ་པ་ཞིག་ལ། དུམ་བུ་གསུམ་པོའི་ཁྱོན་བསྐྱེམས་ཀྱི་ཁྱོན་ནི།



(1)

(2)

(3)

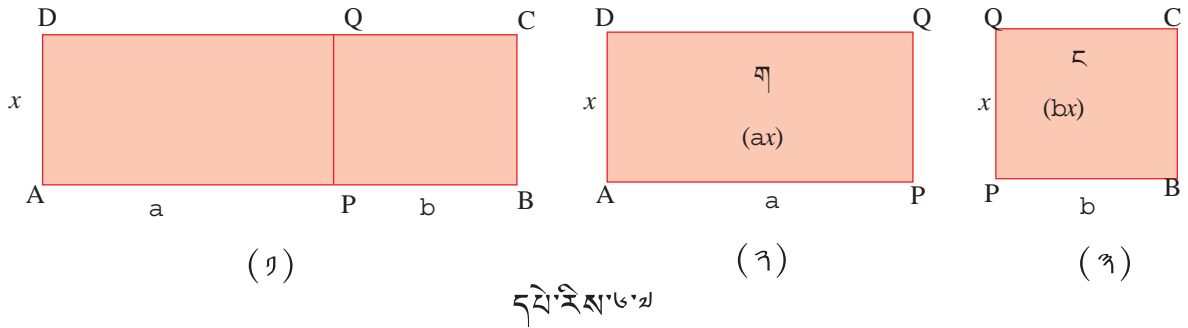
དཔེ་རིས་ཙམ་

$$x^2 + (a + b)x + ab$$

དཔེ་རིས་ཙམ་ཙམ་པོའི་ནང་AB རྗེང་གནས་P ཞིག་སྤངས་ནས་AP = a ཡིན་པ་བཞིན། P བརྒྱད་AD དང་  
མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག་དུམ་ཞིག་DC ལ་གནས་Q ལ་འཕྲད་པ་བྱིས། (དཔེ་རིས་ཙམ་མ་ཀྱི་) PB = b ཡིན་པ་གསལ་  
པོ་རེད། PQ བརྒྱད་དུས་ཏེ་ཆ་གསུམ་གཉིས་སུ་ཐོངས། (དཔེ་རིས་ཙམ་མ་ཀྱི་དང་དཔེ་རིས་ཙམ་མ་ཀྱི་)

དེ་ནས་དཔེ་རིས་ཙམ་ཙམ་ཀྱི་དང་། ཙམ་མ་ཀྱི་ ཙམ་མ་ཀྱི་ ཙམ་མ་ཀྱི་ བཅས་དཔེ་རིས་ཙམ་པོའི་ ལས་བཟུང་པ་ལྟར་ལྷུ་བསྐྱེགས།





དཔེ་རིས་ཅ.ཉ

དཔེ་རིས་ཅ.ཉ ནང་བསྟན་པ་ནི་མཐའ་ $(x + a)$  དང་ $(x + b)$ ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་ཤིག་ཡིན་པ་གསལ་པོ་  
 རེད། གྲུ་ནར་དབྱིབས་དེའི་ཤུ་འྲིན་ནི།  $(x + a)(x + b)$  (ཉ)

རྩ་བ་སྒྲིགས་ཏེ་ཡོད་པའམ་ཡང་ན་ཐ་དད་དུ་ཡོད་པའི་ཆ་གསལ་  
 རྣམས་ཀྱི་འྲིན་བསྐྱོམས་ཀྱི་འྲིན་གཅིག་མཚུངས་དགོས་པས། (1) དང་

(2) ཚོབ་མཚུངས་ཡིན་པར་མཚོན་ཚོག

དེ་ནི།  $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

འདིས་གོང་བཞིན་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ཤིའི་བཤེར་ཚིས་བརྒྱབ་ཡོད།

b	ང (bx)	ཁ (ab)
x	ག (x <sup>2</sup> )	ག (ax)
	x	a

དཔེ་རིས་ཅ.ཉ

**མཚན།**

1) མོང་གི་ཕྱེད་སློལ་ ཤི་དང་ལ བ་བར་ང་ཚོས་x, a, b བཅས་ཀྱི་བྲིན་ཤི་ཞོ་  
 ར་རྒྱངས་ཡོད། འོན་ཀྱང་། གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ཤི་ནི་x, a, b བཅས་ཀྱི་  
 བྲིན་ཤི་མོ་རྒྱད་ཀོར་བཅས་ཚང་མའི་གནས་སྐབས་སུ་བདེན་པ་ཡིན་པར་ངེས་དགོས།

2) b རི་a ཡང་ན་-a དང་མཉམ་པའང་ཡོང་སྲིད། གནས་སྐབས་འདི་དག་ལ་བརྟེན་ནས་ང་ཚོས་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ཤིའི་གནས་སྐབས་  
 དམིགས་བསལ་ཅན་གཤམ་གསལ་ལྟར་དབྱེ་ཐུབ།

3) b = a ཡིན་སྐབས།  $(x + a)(x + a) = x^2 + (a + a)x + a^2$  (གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ཤིའི་ནང་b = a བཅུག་པ།)  
 $= x^2 + 2ax + a^2$

འདི་ནི་ལེ་ཚན་ཅ.ཉ གི་གཏན་མཚུངས་ཀ་པ་དང་མཚུངས་སོ། །

4) b = -a ཡིན་སྐབས།  $(x + a)(x + (-a))$   
 $= x^2 + \{a + (-a)\}x + ax(-a)$  (གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ཤིའི་ནང་b = -a བཅུག་པ།)  
 $= x^2 - a^2$

འདི་ནི་ལེ་ཚན་ཅ.ཉ གི་གཏན་མཚུངས་ག་པ་དང་མཚུངས་སོ། །







$$= p^2 + 3p - 28$$

**མཚན།**

གོང་གི་ཕྱིས་དཔེ་ཁ་པ་བཞིན་ཁྱེད་ཀྱིས་ཁོག་ཕྱིས་ཀྱིས་བསྟར་བ་དང་། དེ་ནས་ཐད་ཀར་གཏན་མཚུངས་སྟོར་ཚོགས།

**ཕྱིས་དཔེ། 3.** ཐད་ཀར་མ་བསྟར་བའི་སློབ་ནས།  $104 \times 106$  གི་ཕྱིས་འབྲས་ཚོལ།

**ལན།**

ང་ཚོས། 104 རྟེ་ $100 + 4$  དང་། 106 རྟེ་ $100 + 6$  བཅས་ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན།

$$\begin{aligned} 104 \times 106 &= (100 + 4)(100 + 6) \\ &= 100^2 + (4 + 6)100 + 4 \times 6 && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ཤི་སྟུང་པ།)} \\ &= 10000 + 10 \times 100 + 24 \\ &= 10000 + 1000 + 24 \\ &= 11024 \end{aligned}$$

**ཕྱིས་དཔེ། 4.** གཏན་མཚུངས་འེས་པ་ཞིག་སྟུང་དེ།  $83 \times 79$  ཡི་ཕྱིས་འབྲས་ཚོལ།

**ལན།**

$$\begin{aligned} 83 \times 79 &= (80 + 3)(80 - 1) \\ &= 80^2 + (3 - 1) \times 80 + 3 \times (-1) && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ཤི་སྟུང་པ།)} \\ &= 6400 + 160 - 3 \\ &= 6557 \end{aligned}$$







## སློབ་ཚན། 6.1



གཏན་མཚུངས་གང་འོས་སྟེན་དེ། གཤམ་གསལ་བསྐྱར་ཐོབ་ཁག་ཚོལ།

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| ༡) $(x + 4)(x + 5)$   | ༣) $(x + 6)(x + 9)$   | ༥) $(x + 8)(x + 7)$   |
| ༢) $(x + 4)(x + 9)$   | ༤) $(x + 2)(x + 6)$   | ༦) $(x + 4)(x - 1)$   |
| ༧) $(p + 6)(p - 4)$   | ༨) $(y + 8)(y - 3)$   | ༩) $(x - 4)(x - 1)$   |
| ༡༠) $(y - 14)(y - 1)$ | ༡༡) $(y - 4)(y - 11)$ | ༡༢) $(x - 4)(x + 21)$ |
| ༡༣) $(x - 7)(x + 12)$ | ༡༤) $(y - 4)(y + 20)$ |                       |

གཤམ་གསལ་བསྐྱར་ཐོབ་ཁག་ཚོལ།

- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| ༡༥) ཀ) $(x + \quad)(x + 5)$     | ཁ) $(y + 6) y + \quad$         |
| ༡༦) ཀ) $(z + \quad) z + \quad$  | ཁ) $(x^2 + 4)(x^2 + 9)$        |
| ༡༧) ཀ) $(y^2 + 12)(y^2 + 6)$    | ཁ) $(q^2 + 4)(q^2 - 1)$        |
| ༡༨) ཀ) $(p^2 + 16) p^2 - \quad$ | ཁ) $(y^2 + \quad) y^2 - \quad$ |
| ༡༩) ཀ) $(z^3 + 14)(z^3 + 1)$    | ཁ) $(z^3 + 1)(z^3 - 8)$        |
| ༢༠) ཀ) $(y^3 + 2) y^3 - \quad$  | ཁ) $(x^3 - \quad) x^3 + \quad$ |

ཐད་ཀར་མ་བསྐྱར་བའི་སློབ་ཚན་གཤམ་གསལ་བསྐྱར་ཐོབ་ཁག་ཚོལ།

- |                         |                     |
|-------------------------|---------------------|
| ༢༡) ཀ) $103 \times 106$ | ཁ) $204 \times 207$ |
| ༢༢) ཀ) $95 \times 96$   | ཁ) $86 \times 82$   |
| ༢༣) ཀ) $98 \times 103$  | ཁ) $95 \times 101$  |
| ༢༤) ཀ) $194 \times 189$ | ཁ) $205 \times 192$ |
| ༢༥) ཀ) $198 \times 209$ | ཁ) $204 \times 197$ |





**ཁ)  $(a + b + c)^2$  འགྲེལ་བ། Expansion of  $(a + b + c)^2$**

ཁྱིམ་གྱིས་ཉིས་ཚན་ཚུལ་ $(a + b)$  ཡི་ཉིས་སྐྱར་འགྲེལ་སྒྲུབ་སྐྱོར་སྐྱོན་དུ་སྐྱབས་ཡོད། ང་ཚོས་བྱེད་ཐབས་དེ་  
སུམ་ཚན་ཚུལ་ $(a + b + c)$  ཐོག་པོ་སྤྱོད་གཏོང་ཚོག་པ་གཤམ་གསལ།

$$b + c = x \text{ ཡིན་པར་ཆ་བཞག་ན།}$$

$$\begin{aligned} (a + b + c)^2 &= (a + x)^2 \\ &= a^2 + 2ax + x^2 && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ཕྱོག་ལྡན་པ།)} \\ &= a^2 + 2a(b + c) + (b + c)^2 && \text{(} x = b + c \text{ ཡིན་པས་སོ། །)} \\ &= a^2 + 2ab + 2ac + (b^2 + 2bc + c^2) && \text{(གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ཕྱོག་ལྡན་པ།)} \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca && \text{(ཚན་པ་བསྐྱར་སྐྱིག་བྱས་པ།)} \end{aligned}$$

དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་གཏན་མཚུངས་སྤྱི་བཙུམས་ཀྱི་ཐུག་ཐུག་ལྟར་

**གཏན་མཚུངས། 1**  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

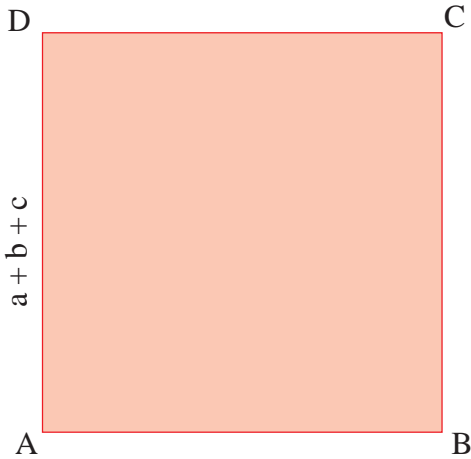
**མཚན།**

- 1) སུམ་ཚན་ཚུལ་ $a + b + c$  ཡི་ཉིས་སྐྱར་ཐོག་ལྡན། དེ་ལ་ཉིས་སྐྱར་ཚན་པ་གསུམ་དང་། བསྐྱར་ཐོབ་ཀྱི་ཚན་པ་གསུམ་བཅས་ཡོད།
- 2)  $a, b, c$  བཅས་ཀྱི་བྲིན་ཕོ་མོ་གང་རུང་ལྡངས་ཚོག

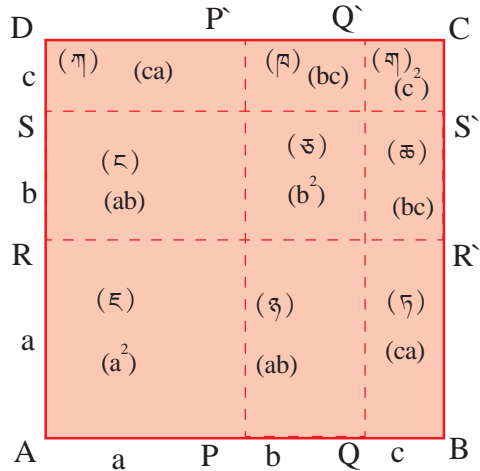
**བྱེད་སྒོ། 1** དབྱིབས་ཚིས་དང་། ཚོད་ལྡེའི་ལམ་ནས་ང་ཚོས་གོང་གི་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་བཞེར་ཚིས་ཀྱི་ཐུག་ཐུག་ཡིན།  
ཐོག་པོ་(ཡང་ན་འཚོམས་ཐོག་རྒྱུ་ལྡན་པ་) ཐོག་ $a, b, c$  བཅས་ཀྱི་བྲིན་འོས་འཚོམས་རེ་ལྡངས་པའི་མཐའ་ $a + b + c$   
ཅན་གྱི་གྲུ་བཞི་ཁ་གང་མ་ABCD གིས། (དཔེ་རིས་ཨ་ཀ་ཀ)

འདིར་གསལ་པོ་ཡོད་པ་ཞིག་ལ། གྲུ་བཞི་ཁ་གང་མའི་ཚུ་བྲིན་ནི།  $(a + b + c)^2$  རེད།  $AB$  རྟེན་ $AP = a$   
དང་ $PQ = b$  ཅན་གྱི་གནས་ $P$  དང་ $Q$  གཉིས་ཏྲགས་ཚོུབ། (དཔེ་རིས་ཨ་ཀ་ཀ) འདི་ལས།  $QB = c$  ཡིན་པ་གསལ་  
པོ་རེད།  $AR = a$  དང་ $RS = b$  ལྟར་ཡིན་པའི་གནས་ $R$  དང་ $S$  གཉིས་ $AD$  རྟེན་ཏྲགས་ཚོུབ། (དཔེ་རིས་ཨ་ཀ་ཀ)





(1)



(2)

དཔེ་རིས་ལ་ཀ

འདི་ལས།  $SD = c$  ཡིན་པ་གསལ་པོ་རེད།

P དང་ Q བར་དེ་ཐིག་དུམ་PP' དང་QQ' གཉིས་AD དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པ་བྲིས་ཏེ། དེ་དག་DC ལྗང་གོ་རིམ་བཞིན་P' དང་Q' ལ་འཕྲད་པ་བྲིས།

R དང་ S བར་དེ་ཐིག་དུམ་RR' དང་SS' གཉིས་AB དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པ་བྲིས་ཏེ། དེ་དག་BC ལྗང་གོ་རིམ་བཞིན་R' དང་S' ལ་འཕྲད་པ་བྲིས།

འདི་ཡིས་གྲུ་བཞི་ཁ་གང་མ་དེ་དུམ་བྲུ་དགུ་རུ་བཏང་སྟེ། དེ་དག་(ཀ) (ཁ) (ག) (ང) ཞེས་ཀ་མད་གོ་རིམ་བཞིན་ཨང་གྲངས་བཀོད་ཡོད། ཆ་གསུམ་འདི་དག་གི་ཀློན་མི་གོ་རིམ་བཞིན་ca, bc, c², ab, b², bc, a², ab, ca བཅས་རེད། ཆ་གསུམ་དག་གི་ཀློན་བསྡེམས་ཀློན་མི།  $ca + bc + c^2 + ab + b^2 + bc + a^2 + ab + ca$

དེ་ནི།  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

གང་ཚང་གི་ཀློན་མི་ཆ་གསུམ་ཚང་མའི་ཀློན་བསྡེམས་ཀློན་དང་གཅིག་མཚུངས་ཡིན་པས། ང་ཚོར།

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

འདི་ཡིས་དབྱིབས་ཕྱིས་བརྒྱད་གཏན་མཚུངས་ལ་བཤེར་ཕྱིས་བརྒྱབ་ཡོད།

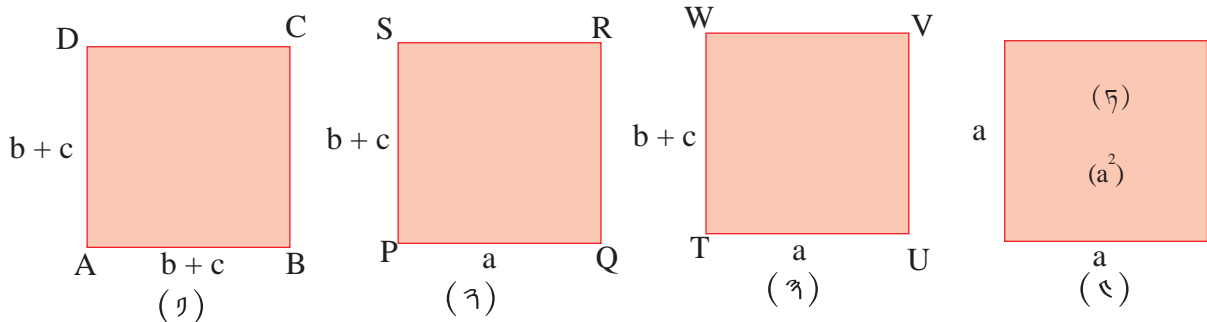
དང་ཚོས་གཏན་མཚུངས་འདི་ཚོད་ལུང་ལམ་ནས་བཤེར་ཕྱིས་རྒྱག་པར་བྱའོ། །ཆ་གསུམ་རྣམས་བཀོད་སྟོན་བའི་བའི་སྐད་ང་ཚོས། a, b, c བཅས་ཀྱི་བྲིན་1 cm ནས་8 cm བར་ལེན་པར་བྱའོ། །གང་ལྟར། ཚད་བཀག་བཞེས་པ་འདི་ནི་རང་མོས་ཀྱིས་གདམས་ཀའི་ཞེད་ལོ། ཤོག་པར་(འཚམས་ཤོག་རྒྱུ་ལ་) ཞེས་ཀྱི་ལོ་ལོ་ལོ།

ཀ) མཐའ་b + c ཅན་གྱི་ཁ་གང་མ་ཞེས་བཞེས།





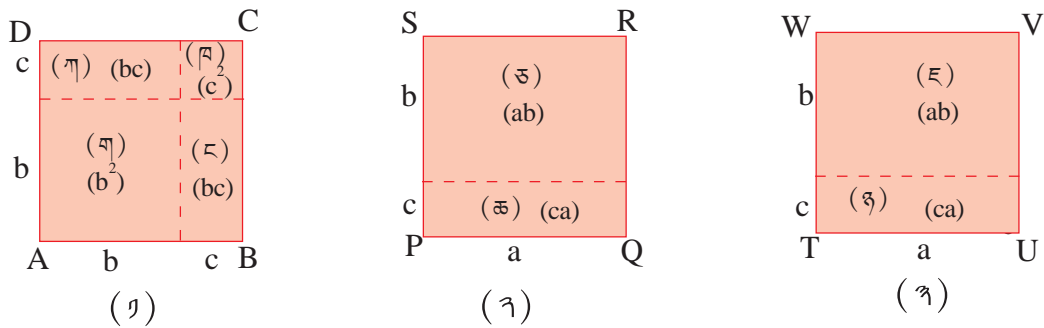
- ཁ) མཐའ་ $b + c$  དང་ $a$  ཡིན་པའི་གྲུ་ནར་དབྱིབས་ཤིག་བཟོས།
- ག) མཐའ་ $a$  ཡིན་པའི་ཁ་གང་དབྱིབས་ཤིག་བཟོས། (དཔེ་རིས་ལ་༡༠)



དཔེ་རིས་ལ་༡༠

དཔེ་རིས་ལ་༡༠་༡ ལ་སློབ་དང་།  $AB$  རྒྱུང་ $A$  ནས་བར་ཐག་ $b$  ཡོད་པའི་གནས་ལ་ཉགས་རྒྱུ་བ། (དཔེ་རིས་ལ་༡༠་༡) ཉགས་དེ་བརྒྱུད་ $AD$  དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག་ཅིག་བྲིས། ཡང་།  $AD$  རྒྱུང་ $A$  ནས་བར་ཐག་ $b$  ཡོད་པའི་གནས་ལ་ཉགས་རྒྱུ་བ། ཉགས་དེ་བརྒྱུད་ $AB$  དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག་ཅིག་བྲིས། འདི་ཡིས་ཁ་གང་དབྱིབས་ $ABCD$  ཆ་གས་(༡) (ཁ) (ག) (ང) བཅས་ཆ་གས་བཞི་རུ་བཏང་ཡོད། (དཔེ་རིས་ལ་༡༡་༡) ཆ་གས་དེ་དག་གི་ཆ་ཚད་ནི་དཔེ་རིས་ནང་བསྟན་ཡོད། ཆ་གས་རྣམས་ཐ་དད་བཟོ་སྲིད་ཐིག་བརྒྱུད་ནས་གཏུབས་ཤིག།

དཔེ་རིས་ལ་༡༠་༢ ལ་སློབ་དང་།  $SP$  རྒྱུང་ $S$  ནས་བར་ཐག་ $b$  ཡོད་པའི་གནས་ལ་ཉགས་རྒྱུ་བ། (དཔེ་རིས་ལ་༡༡་༢) ཉགས་དེ་བརྒྱུད་ $SR$  དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག་ཅིག་བྲིས། འདི་ཡིས་ཁ་གང་དབྱིབས་ $PQRS$  ཆ་གས་གཉིས་རུ་བཏང་ཡོད་པ་དེ་(ཅ) (ཆ) གཉིས་ཀྱིས་མཚོན་ཡོད། (དཔེ་རིས་ལ་༡༡་༢) ཆ་གས་དེ་དག་གི་ཆ་ཚད་ནི་དཔེ་རིས་ནང་བསྟན་ཡོད། ཆ་གས་རྣམས་ཐ་དད་བཟོ་སྲིད་ཐིག་བརྒྱུད་ནས་གཏུབས་ཤིག།



དཔེ་རིས་ལ་༡༡





ད་དེ་རིས་ཅེ་ཉེ་ལ་ལྷོས་དང་། WT རྟེན་W ནས་བར་ཐག་b ཡོད་པའི་གནས་ལ་ཉམས་སྲུང་(དེ་རིས་ཅེ་ཉེ་ལ) ཉམས་དེ་བརྒྱད་WV དང་མཉམ་འགྲོ་ཡིན་པའི་ཐིག་ཅིག་གིས། འདི་ཡིས་ཁ་གར་དབྱིབས་TUVW ཆ་གས་གཉིས་སུ་བཏང་ཡོད་པ་དེ་(ཇ་) (ན་) གཉིས་ཀྱིས་མཚོན་ཡོད། (དེ་རིས་ཅེ་ཉེ་ལ) ཆ་གས་དེ་དག་གི་ཆ་ཚད་ནི་དེ་རིས་ནང་བསྟན་ཡོད། ཆ་གས་ནམས་ཐ་དད་བཟོ་སྲིད་ཐིག་བརྒྱད་ནས་གཏུབས་ཤིག།

མཐའ་a ཅན་གྱི་ཁ་གར་དབྱིབས་ལ་(ད་) པ་ཞེས་པའི་མིང་ཐོགས། (དེ་རིས་ཅེ་ཉེ་ལ)

ད་ལྟ་དེ་རིས་ཅེ་ཉེ་ལ ནང་བསྟན་པ་བཞིན། ཀ་པ་ནས་ད་པ་བར་གྱི་ཆ་གས་ནམས་སྟུ་སྒྲིགས།

གསལ་པོར་མཐོང་བ་ཞིག་ལ། ང་ཚོར་ཐོབ་པའི་དེ་རིས་དེ་ནི་

མཐའ་a + b + c ཅན་གྱི་ཁ་གར་དབྱིབས་ཤིག་རེད། ཁ་གར་དབྱིབས་དེའི་སྒྲིབ་ནི།  $(a + b + c)^2$  ཡིན་པ་གསལ་པོ་རེད།

དེ་རིས་གང་ཚང་གི་སྒྲིབ་ནི་ཆ་གས་ཚང་མའི་སྒྲིབ་བསྐྱེམས་

སྒྲིབ་དང་མཚུངས་པས། ང་ཚོར།

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

འདི་ཡིས་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ པ་ཚོད་ལྡེང་ལམ་ནས་བཤེར་ཕྱིས་

བརྒྱབ་ཡོད།

ད་ང་ཚོས་སུམ་ཚན་ཚུལ་གྱི་ཉིས་སྟུར་འགྲོ་ལ་བའི་ཐབས་ལམ་ལ་བརྟེན་ནས་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ པའི་ཕྱི་ཐབས་སྒྲིབ་སྒྲངས་སྒྲོར་སྒྲོན་སྒྲིབ་ཡིན།

### ཕྱིས་དཔེ། 5. $(7x + 4y + 3z)^2$ འགྲོ་ལ་བའི་ནམ་པར་གྲིས།

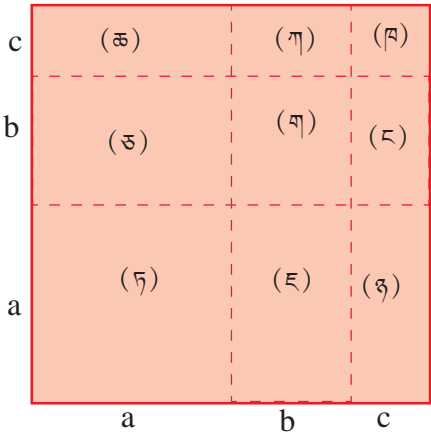
ལན།

སྒྲིབ་ཐིག་པའི་ཚུལ་དེ་ $(a + b + c)^2$  དང་བསྟུན་ན། ང་ཚོར།

$$a = 7x, b = 4y, c = 3z \text{ བཅས་བྱུང་།}$$

དེར་བརྟེན། གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ པ་སྟུད་ན།

$$\begin{aligned} (7x + 4y + 3z)^2 &= (7x)^2 + (4y)^2 + (3z)^2 + 2 \times 7x \times 4y + 2 \times 4y \times 3z + 2 \times 3z \times 7x \\ &= 49x^2 + 16y^2 + 9z^2 + 56xy + 24yz + 42zx \end{aligned}$$



དེ་རིས་ཅེ་ཉེ་ལ





**ཕྱིས་དཔེ།6.**  $(2p - 5q + 7r)^2$  འགྲོལ་བར་བྱའོ། །

ལན།

སྐྱོད་ཟེན་པའི་ཚུལ་  $(2p - 5q + 7r)^2$  རི་ང་ཚོས་འདི་ལྟར་བྲིས་ཚོག་སྟེ།  $[2p + (-5q) + 7r]^2$   
 ཚུལ་དེ་  $(a + b + c)^2$  དང་བསྟུན་ན།  $a = 2p, b = -5q, c = 7r$  བཅས་བྱུང་།  
 དེར་བརྟེན། གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ པ་སྟུང་ན།  

$$[2p + (-5q) + 7r]^2 = (2p)^2 + (-5q)^2 + (7r)^2 + 2(2p)(-5q) + 2(-5q)(7r) + 2(7r)(2p)$$

$$= 4p^2 + 25q^2 + 49r^2 - 20pq - 70qr + 28rp$$

**ཕྱིས་དཔེ།7.**  $(4a - 3b - 2c)^2$  འགྲོལ་བར་བྱའོ། །

ལན།

གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ པ་སྟུང་ན།  

$$(4a - 3b - 2c)^2 = [4a + (-3b) + (-2c)]^2$$

$$= (4a)^2 + (-3b)^2 + (-2c)^2 + 2(4a)(-3b) + 2(-3b)(-2c) + 2(-2c)(4a)$$

$$= 16a^2 + 9b^2 + 4c^2 - 24ab + 12bc - 16ac$$

མཚན།

$A^2 = (-A)^2$  ཡིན་པ་དེན་གསེས་ཀྱིས་དང་། དེས་ན་ཚུལ་  $(4a - 3b - 2c)^2$  རི་  $(-4a + 3b + 2c)^2$  ལྟར་ཡང་འགྲོལ་ཐུབ།

**ཕྱིས་དཔེ།8.**  $(-5x + y + \frac{3}{4}z)^2$  འགྲོལ་བའི་རྣམ་པར་བྲིས།

ལན།

གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ པ་བཀོལ་ན།  

$$(-5x + y + \frac{3}{4}z)^2$$

$$= (-5x)^2 + (y)^2 + (\frac{3}{4}z)^2 + 2(-5x)(y) + 2(y)(\frac{3}{4}z) + 2(\frac{3}{4}z)(-5x)$$

$$= 25x^2 + y^2 + \frac{9}{16}z^2 - 5xy + \frac{3}{4}yz - \frac{15}{2}xz$$





### ཅིས་དཔེ། 9.

$$(x + 2y - 3z)^2 + (x - 2y + 3z)^2 \text{ ལྟུངས་བརྒྱས་བཞེས།}$$

ལན།

གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ བ་བཞེས་ན།

$$(x + 2y - 3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy - 12yz - 6xz \quad (1)$$

$$(x - 2y + 3z)^2 = x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6xz \quad (2)$$

(1) དང་ (2) ཀྱི་ཚན་བསྐྱེགས་བསྐྱེམས་བྲས་ན།

$$(x + 2y - 3z)^2 + (x - 2y + 3z)^2 = 2(x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 12yz)$$





## སློབ་ཚན། 6.2



གཤམ་གསལ་རྣམས་འགྲོལ་བར་བྱ།

1)  $(x + 2y + 4z)^2$

3)  $(-3x + y + 5z)^2$

2)  $(-x - 2y + 6z)^2$

4)  $(3a + 2b - 3c)^2$

3)  $(3a - 7b - c)^2$

5)  $(5a - 7b + c)^2$

4)  $(4l + 2m - 3n)^2$

6)  $(-2l + m - 8n)^2$

5)  $(l + 2m - 7n)^2$

7)  $(p + 9q + 2)^2$

6)  $(6x + y + 4z)^2$

8)  $(9x - y + z)^2$

7)  $(a - \frac{1}{2}b + 16)^2$

9)  $(-a - b - 6)^2$

བར་སློབ་བསྐྱེད་ཀྱི་གཤམ་གྱི་བཅོལ་པ་རྣམས་བདེན་པར་བཟོས།

1)  $(3x - 4y + 2z)^2 = \square x^2 + \square y^2 + \square z^2 - \square xy - \square yz + \square zx$

2)  $(-2x - 3y + 5z)^2 = \square x^2 + \square y^2 + \square z^2 + \square xy - \square yz - \square zx$

3)  $(a - b + c)^2 = a^2 \square b^2 \square c^2 \square 2ab \square 2bc \square 2ca$

4)  $(a - 2b + 7c)^2 = a^2 \square b^2 \square c^2 \square 4ab \square 28bc \square 14ca$

སྐབས་བསྐྱེད་བཟོས།

1)  $(p + q + r)^2 + (p - q - r)^2$

3)  $(p - q + r)^2 + (p - q - r)^2$

2)  $(p + q + r)^2 - (p - q - r)^2$

4)  $(p - q + r)^2 - (p - q - r)^2$

3)  $(2x + y + z)^2 - (2x - y - z)^2$

5)  $(2x - y + z)^2 - (2x + y - z)^2$





## ག) $(a + b)^3$ འཕྲོལ་བ། Expansion of $(a + b)^3$

ཉིས་ཚན་ཚུལ་ $(a + b)$  ཡི་ཉིས་སྐྱུར་འཕྲོལ་སྤངས་སྐྱོར་བྱེད་ཚོས་སྐྱུངས་ཟེན་ཡོད། ང་ཚོས་བྱེད་ཐབས་འདི་  
ཉིས་ཚན་ཚུལ་གྱི་སྐྱུར་སྐྱུར་འཕྲོལ་བའི་ཚེད་རིགས་བསྐྱེས་ཏེ་བོད་སྲོད་གཏོང་ཚོག་པ་ག་གམ་གསལ།

གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པོ་ལས།  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

དེའི་གཞིགས་གཉིས་ཀར་ $(a + b)$  ཡིས་བསྐྱུར་ན།

$$(a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$\begin{aligned} \text{ཡང་ན། } (a + b)^3 &= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

(ཚན་མཐུན་བསྐྱེས་པ་དང་། ཚན་པ་ནམས་ $a$  ཡི་  
ཐོ་གུངས་འབྲིབ་རིམ་ལྟར་བསྐྱེས་པ།)

དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་ག་གམ་གསལ་གཏན་མཚུངས་ཕྱོགས་བསྐྱེས་བྱེད་ཐུབ།

**གཏན་མཚུངས་༡**  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

གོང་གི་གཏན་མཚུངས་༡ པའི་གཡས་ཕྱོགས་ཀྱི་ཚན་པ་བསྐྱུར་སྐྱིག་བྱས་ཏེ། རེས་བའི་བ་བཞེས་ན།

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 \quad (\text{ཚན་པ་བསྐྱུར་སྐྱིག་བྱས་པ།}) \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \quad (\text{ཚན་པ་མཐའ་མ་གཉིས་ལས་} 3ab \text{ སྲིའི་ལྗོན་གུངས་སུ་གྲངས་པ།}) \end{aligned}$$

འདི་ཡིས་གཏན་མཚུངས་༡ པ་ནམ་པ་གཞན་གྱི་ཐོག་འབྲི་ཐུབ་པ་ག་གམ་གསལ།

**གཏན་མཚུངས་༢**  $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$



གཏན་མཚུངས་ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  ལ་དབྱིབས་ཚིམ་གྱི་སློབ་པ་བཞེར་ཚིམ་རྒྱག་ཚུལ།

འཛིན་གྲུ་གོང་མའི་ནང་། ཁྱེད་ཚོས་ཤོག་པུའི་ཤོག་གཟུགས་དང་སྐྱམ་(གྲུ་ནར་)གཟུགས་བཟོ་སྐྱབས་སྐྱབས་

ཡོད། ཤོང་གི་གཏན་མཚུངས་བཞེར་ཚིམ་ཆེད་ཁྱེད་ཀྱིས་བཟོ་དགོས་པ་ནི།

- ◆ མཐའ་ $a$  ཅན་གྱི་ཤོ་གཟུགས། (ཤོ་གཟུགས་ $a \times a \times a$  ཞེས་མཚོན་གྱི།)
- ◆ མཐའ་ $b$  ཅན་གྱི་ཤོ་གཟུགས། (ཤོ་གཟུགས་ $b \times b \times b$  ཞེས་མཚོན་གྱི།)
- ◆ མཐའ་ $a, a, b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས་གསུམ། (གྲུ་ནར་གཟུགས་ $a \times a \times b$  ཞེས་མཚོན་གྱི།)
- ◆ མཐའ་ $a, b, b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས་གསུམ། (གྲུ་ནར་གཟུགས་ $a \times b \times b$  ཞེས་མཚོན་གྱི།)

གྲུ་བཞི་གཟུགས་བརྒྱད་པོ་འདི་དག་ལས།

- ◆ མཐའ་ $a \times a \times a$  ཅན་གྱི་ཤོ་གཟུགས།
- ◆ མཐའ་ $a \times a \times b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས་གཉིས།
- ◆ མཐའ་ $a \times b \times b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས།

ཤོང་གི་གྲུ་བཞི་གཟུགས་བཞི་པོ་རྩོན་དུ་གྲངས་ཏེ། དེ་དག་གི་ཞབས་དཔེ་རིས་ $6 \cdot 9 \cdot 9$  རང་བརྟན་པ་རྣམས་

བརྒྱགས། དེར་བརྟེན། གྲུ་བཞི་གཟུགས་བཞི་པོའི་མཐོ་ཚད་ནི་ $a$  རེད། (དཔེ་རིས་ $6 \cdot 9 \cdot 9$ ) གསལ་པོར་མཐོང་བ་

ཞིག་ལ། གྲུ་བཞི་གཟུགས་ཆེན་པོ་དེའི་ཞབས་ནི་མཐའ་ $(a + b)$  ཅན་གྱི་ཁ་གང་དབྱིབས་ཆགས་ཡོད། གྲུ་བཞི་གཟུགས་

བཞི་པོས་ང་ཚོས་བཟོ་དགོས་པའི་སྐ་གཟུགས་ཀྱི་བརྗེགས་རིམ་འོག་མ་ཆགས་ཡོད། དོ་སྐྱབས་བྱ་རྒྱུར། བརྗེགས་རིམ་

འདི་ནི་མཐའ་  $a + b, a + b, a$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས་གིག་རེད།

ད་གྲུ་བཞི་གཟུགས་རྣམས་མ་བཞི་གྲངས་ཏེ། དེ་དག་གི་ཞབས་དཔེ་རིས་ $6 \cdot 9 \cdot 9$  རང་བརྟན་པ་རྣམས་རྒྱགས།

དེས་ན། གྲུ་བཞི་གཟུགས་དེ་དག་ཚང་མའི་མཐོ་ཚད་ནི་ $b$  རེད། (དཔེ་རིས་ $6 \cdot 9 \cdot 9$ ) དེ་དག་བརྗེགས་རིམ་འོག་མའི་

སྐྱང་སྐྱང་ཆ་མེད་པར་ཚེགས། འདི་ཡིས་བརྗེགས་རིམ་སྐྱོད་ཆ་ཆགས་ཀྱི་ཡོད། དོ་སྐྱབས་བྱ་རྒྱུར། བརྗེགས་རིམ་འདི་

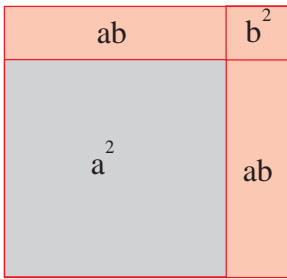
ནི་མཐའ་ $a + b, a + b, b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས་གིག་རེད། འདི་ཡི་ཞབས་ནི་བརྗེགས་རིམ་འོག་མའི་སྐྱང་ལ་ཏག་

ཏག་ཞེབས་ཀྱི་ཡོད། བརྗེགས་རིམ་འོག་མའི་མཐོ་ཚད་ $a$  དང་བརྗེགས་རིམ་སྐྱོད་ཆའི་མཐོ་ཚད་ $b$  ཡིན་སྟབས། དེ་

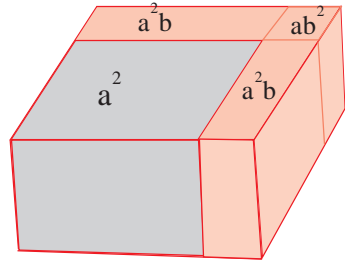
ལས་གྲུབ་པའི་སྐ་གཟུགས་དེའི་མཐོ་ཚད་ནི་ $a + b$  རེད། (དཔེ་རིས་ $6 \cdot 9 \cdot 9$ ) དེས་ན། གྲུ་བཞི་གཟུགས་བརྒྱད་པོ་

ནས་འགོ་རྒྱུགས་ཏེ་ང་ཚོས་མཐའ་ $a + b$  ཅན་གྱི་ཤོ་གཟུགས་སྐྱུ་བརྒྱགས་ཡོད།

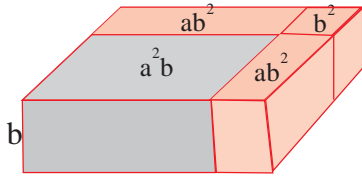




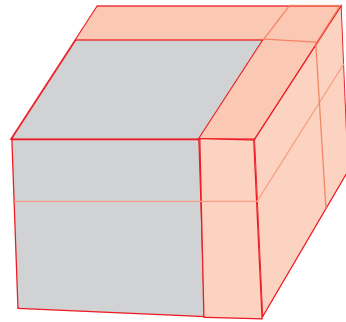
(1)



(2)



(3)



(4)

དཔེ་རིས་༤.༡༩

འདིར་སློབ་ལྟེ་བས་དང་སློབ་ཆ་ལུས་པ་སོགས་གང་ཡང་མེད་པ་གསལ་པོ་ཡིན་སྟབས། གྲུབ་ཟིན་པའི་སྲ་གཟུགས་  
 ཀྱི་པོངས་ཚད་ནི། གྲུབ་ཞི་གཟུགས་བརྒྱུད་པོའི་ཁྱོན་བསྡོམས་པོངས་ཚད་དང་མཉམ་པ་ཡིན་དགོས། དེས་ན།

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

འདི་ཡིས། དབྱིབས་ཕྱིས་ཀྱི་ལམ་ནས་གཏན་མཚུངས་ལ་བཤེར་ཕྱིས་བརྒྱུད་ཡོད།

ང་ཚོས་བརྒྱུད་རིམ་གོ་སློབ་སྟེ། མཐའ་ $a + b$  ཅན་གྱི་ཤོ་གཟུགས་ལས་འགོ་བཙུགས་ཚོགས་ཞིག་ཞིག་ལྟ་བུའི་  
 གཏུབ་སྲ་བའི་མཁའ་གཟུགས་གཟུགས་དོག་དོག་གཅིག་ཁྲེར་ཡོང་སྟེ། དེའི་སྲོགས་བཞི་ངོས་སྟོམས་པོར་གཞིགས་ཏེ་ཤོ་གཟུགས་  
 ཤིག་ཏུ་བརྒྱུར་བར་བྱ། རིང་ཚད་ $b$  ཡོད་པའི་ཅག་སྐྱ་རྒྱ་ཞིག་ཁྲེར་ཤོག། ཞིག་ཞིག་ཤོ་གཟུགས་དེའི་སློབ་ངོས་ཀྱི་  
 སྲོགས་གཉིས་ཀ་དེའི་ཟུར་ནས་བར་ཐག་གོང་གི་རིང་ཚད་དང་མཉམ་སར་ཉགས་རྒྱུ་བ། ཞིག་ཞིག་ཤོ་གཟུགས་མའི་ཟུར་  
 ཉགས་བར་ཐག་ $b$  ལ་ཉགས་བརྒྱུད་ཡོད་པ་དེ་ནས་གཞུང་དུ་ངོས་སྟོམས་སུ་ཐད་ཀར་བཅད་པ་ན། འདི་ཡིས་ཤོ་གཟུགས་  
 དེ་དཔངས་ $a + b$  ཅན་གྱི་གྲུ་ནར་གཟུགས་བཞི་རུ་བཏང་ཡོད། གྲུབ་ཞི་ནར་གཟུགས་འདི་དག་གི་སྲོགས་ཉགས་ཀྱི་ཆ་  
 ཚད་ནི་ $b \times b$ ,  $b \times a$ ,  $a \times a$  བཅས་ཤིང་། སྲོགས་ཉགས་བར་ཐག་ $b$  ཡིན་པའི་ས་ནས་གྲུ་ནར་གཟུགས་དེ་དག་ཤི་ཤི་





བཞིན་འབྲེད་དུ་ངོས་སློམས་སུ་ཐང་ཀར་བཅད་ན། འདིས་བྱ་ནར་གཟུགས་རེ་རེ་ཆ་གས་གཉིས་སུ་བགོས་ཡོད་པས། མཐར་དུམ་བུ་བརྒྱད་བྱུང་། དུམ་བུ་འདི་དག་གི་ཆ་ཚད་ནི་ $b \times b \times b$ ,  $b \times a \times b$ ,  $b \times b \times a$ ,  $b \times a \times a$ ,  $a \times b \times b$ ,  $a \times a \times b$ ,  $a \times b \times a$ ,  $a \times a \times a$  བཅས་རེད།

དུམ་བུ་འདི་དག་གི་ཐོངས་ཚད་ནི་ $b^3$ ,  $ab^2$ ,  $ab^2$ ,  $a^2b$ ,  $ab^2$ ,  $a^2b$ ,  $a^2b$ ,  $a^3$  བཅས་རེད། འདི་དག་གི་ཁྲིན་བསྡུས་ཐོངས་ཚད་ནི། ང་ཚོས་གོང་དུ་འགོ་འཇུགས་སྐབས་ཀྱི་ཤོ་གཟུགས་ཀྱི་ཐོངས་ཚད་དང་མཉམ་པས་ན།

$$b^3 + ab^2 + ab^2 + a^2b + ab^2 + a^2b + a^2b + a^3 = (a + b)^3$$

ཡང་ན།  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

འདི་ཡིས་སློང་གཞིའི་གཏན་མཚུངས་ལ་བཞེར་ཅིས་བརྒྱབ་ཡོད།



### ང) $(a - b)^3$ འགྲོལ་བ། Expansion of $(a - b)^3$

གཏན་མཚུངས་ཀ་པ་ $(a + b)^3$  འགྲོལ་སྤངས་བཞིན། ང་ཚོས། གཏན་མཚུངས་ཁ་པ་བཀོལ་ཏེ་ $(a - b)^3$  ཡི་བསྐྱར་ཐོབ་འགྲོལ་བྱུང། གཏན་མཚུངས་ཁ་པ་ལས།  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ཕྱོགས་གཉིས་ཀར་ $(a - b)$  ཡིས་བསྐྱར་ན།

$$(a - b)(a - b)^2 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

ཡང་ན།  $(a - b)^3 = a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2)$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + ab^2 + b^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (\text{ཚན་མཐུན་སྒྲིལ་བ་དང་། ཚན་པ་ནམས་a ཡི་སྟོན་}$$

གངས་འབྲིབ་རིམ་བཞིན་བསྐྱོགས་པ།)

དེར་བརྟེན། ང་ཚོར་གཤམ་གསལ་གཏན་མཚུངས་ཐོབ་པ་ཡིན།

གཏན་མཚུངས།  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$





གཏན་མཚུངས་ལ པའི་ཕྱོགས་གཡས་ཀྱི་ཚན་པ་བསྐྱར་རྒྱིག་བྱས་ཏེ་དང་ཚོའི་སེམས་ལ་ངེས་བདེ་བའི་རྣམ་པར་བཟོས་ན།

$$\begin{aligned} (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 && (\text{ཚན་པ་བསྐྱར་རྒྱིག་བྱས་པ།}) \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) && (\text{ཚན་པ་སྤེམ་གཉིས་ལས་3ab སྤྱིའི་ལྷབ་གངས་སུ་གྲངས་པ།}) \end{aligned}$$

འདི་ཡིས་དང་ཚོར་གཏན་མཚུངས་ལ པའི་རྣམ་པ་གཞན་ཞིག་ཐོབ་པ་གཤམ་གསལ་ལྟར།

**གཏན་མཚུངས།** ལ་  $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

**མཚན།**

གཏན་མཚུངས་ཉ པའི་b དེ་ b ཡིས་བརྗེས་ན། དང་ཚོར་གཏན་མཚུངས་ལ པ་ཐོབ། དེ་བཞིན་གཏན་མཚུངས་ཉ ལས་གཏན་མཚུངས་ལ ཐོབ་པར་འགྱུར།

ད་དང་ཚོས་གཏན་མཚུངས་འདི་དག་བཞེས་སྤྱོད་བྱེད་སྐབས་ཀྱི་ཅིས་དཔེ་འགའ་སྟོན་རྒྱ་ཡིན།

**ཅིས་དཔེ། 10.** གཤམ་གསལ་སུམ་སྐྱར་རྣམས་བཀྲལ་བའི་རྣམ་པར་བྲིས།

ཀ)  $(7x + 4y)^3$                       ཁ)  $(2p - 9q)^3$

**ལན།**

ཀ) སྤྱད་ཟེན་པའི་ཚུལ་དེ་ $(a - b)^3$  དང་བསྐྱར་ན།

$a = 7x, b = 4y$  རེད།

དེར་བརྗེས། གཏན་མཚུངས་ཉ བཞེས་ན།

$$\begin{aligned} (7x + 4y)^3 &= (7x)^3 + (4y)^3 + 3(7x)(4y)(7x + 4y) \\ &= 343x^3 + 64y^3 + 84xy(7x + 4y) \\ &= 343x^3 + 64y^3 + 588x^2y + 336xy^2 \\ &= 343x^3 + 588x^2y + 336xy^2 + 64y^3 \quad (x \text{ ཡི་སྟོན་གངས་འགྲིབ་རིམ་བཞིན་བརྒྱགས་པ།}) \end{aligned}$$





ཁ) སྒྲིབ་ཟེན་པའི་ཚུལ་དེ་  $(a - b)^3$  དང་བསྟུར་ན།

$$a = 2p, b = 9q \text{ རེད།}$$

དེར་བཞེན། གཏན་མཚུངས་ལ་ བཀོལ་ན།

$$\begin{aligned} (2p - 9q)^3 &= (2p)^3 - (9q)^3 - 3(2p)(9q)(2p - 9q) \\ &= 8p^3 - 729q^3 - 108pq(2p - 9q) \\ &= 8p^3 - 729q^3 - 108p^2q + 486pq^2 \\ &= 8p^3 - 108p^2q + 486pq^2 - 729q^3 \quad (p \text{ ཡི་སློན་གྲངས་འགྲིབ་རིམ་བཞིན་བརྒྱགས་པ།)} \end{aligned}$$

### ཕྱིས་དཔེ། 11.

ཀ)  $(-3x + 5y)^3$  དང་།      ཁ)  $(-2z - y)^3$  འགྲོལ་བར་བྱ།

ལན།

ཀ) གཏན་མཚུངས་ཤི་ བཀོལ་ན།

$$\begin{aligned} (-3x + 5y)^3 &= (-3x)^3 + (5y)^3 + 3(-3x)(5y)(-3x + 5y) \\ &= -27x^3 + 125y^3 - 45xy(-3x + 5y) \\ &= -27x^3 + 125y^3 + 135x^2y - 225xy^2 \\ &= -27x^3 + 135x^2y - 225xy^2 + 125y^3 \quad (x \text{ ཡི་སློན་གྲངས་འགྲིབ་རིམ་བཞིན་བརྒྱགས་པ།)} \end{aligned}$$

ཁ) གཏན་མཚུངས་ཤི་ བཀོལ་ན།

$$\begin{aligned} (-2z - y)^3 &= \{(-2z) + (-y)\}^3 \\ &= (-2z)^3 + (-y)^3 + 3(-2z)(-y)(-2z - y) \\ &= -8z^3 - y^3 + 6yz(-2z - y) \\ &= -8z^3 - y^3 - 12yz^2 - 6y^2z \\ &= -y^3 - 6y^2z - 12yz^2 - 8z^3 \quad (y \text{ ཡི་སློན་གྲངས་འགྲིབ་རིམ་བཞིན་བརྒྱགས་པ།)} \\ &= -(y^3 + 6y^2z + 12yz^2 + 8z^3) \quad (\text{ཚན་པ་ཚང་མ་ལས་-1 སློབ་ལྟེ་གྲངས་སྲུ་གྲངས་པ།)} \end{aligned}$$

མཚན།

དོ་སླང་བྱ་བྱུར།  $(-A)^3 = -A^3$  འདི་ལས་ང་ཚོས།  $(-2z - y)^3$  རི་  $-(2z + y)^3$  ལྟར་ཡང་བཞེན་བྱུབ།





**ཅིས་དཔེ།12.**  $(x + 4y)^3 - (x - 4y)^3$  རྟུམ་བུ་སྒྲུབ་བཅོམས།

**ལན།** གཏན་མཚུངས་ཀྱི་བཞག་ལེན།

$$\begin{aligned} (x + 4y)^3 &= x^3 + (4y)^3 + 3(x)(4y)(x + 4y) \\ &= x^3 + 64y^3 + 12xy(x + 4y) \\ &= x^3 + 64y^3 + 12x^2y + 48xy^2 \\ &= x^3 + 12x^2y + 48xy^2 + 64y^3 \quad (x \text{ ཡི་སློན་གྲངས་འགྲིབ་ཅིས་བཞིན་བརྒྱུགས་པ།}) \end{aligned}$$

གཏན་མཚུངས་ལྟེ་བཞག་ལེན།

$$\begin{aligned} (x - 4y)^3 &= x^3 - (4y)^3 - 3(x)(4y)(x - 4y) \\ &= x^3 - 64y^3 - 12xy(x - 4y) \\ &= x^3 - 64y^3 - 12x^2y + 48xy^2 \\ &= x^3 - 12x^2y + 48xy^2 - 64y^3 \quad (x \text{ ཡི་སློན་གྲངས་འགྲིབ་ཅིས་བཞིན་བརྒྱུགས་པ།}) \end{aligned}$$

གོང་ནས་ཐོབ་པའི་ $(x + 4y)^3$  དང་ $(x - 4y)^3$  གཉིས་ཀྱི་དེ་བག་འཛོལ་བ་ན།

$$\begin{aligned} &(x + 4y)^3 - (x - 4y)^3 \\ &= (x^3 + 12x^2y + 48xy^2 + 64y^3) - (x^3 - 12x^2y + 48xy^2 - 64y^3) \\ &= 24x^2y + 128y^3 \end{aligned}$$

**ཅིས་དཔེ།13.** གལ་ཏེ།  $x + 2y = 8$ ,  $xy = 6$  ཡིན་ན།  $x^3 + 8y^3$  གྱི་བྲིན་ཚོལ།

**ལན།** ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ།  $(x + 2y) = 8$  དང་ $xy = 6$

$$\begin{aligned} (x + 2y)^3 &= x^3 + (2y)^3 + 3(x)(2y)(x + 2y) \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཀྱི་བཞག་ལེན།}) \\ &= x^3 + 8y^3 + 6xy(x + 2y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{དེར་བརྟེན།} \quad x^3 + 8y^3 &= (x + 2y)^3 - 6xy(x + 2y) \\ &= 8^3 - 6(6)(8) \quad (x + 2y = 8 \text{ དང་ } xy = 6 \text{ ཡིས་བརྟེན་ན།}) \\ &= 512 - 288 \\ &= 224 \end{aligned}$$





**ཕྱིས་དཔེ།14.** གཏན་མཚུངས་འེས་པ་ཞིག་བཀོལ་ཏེ།  $1001^3$  ཡི་ཕྱིས་འབྲས་ཚོལ།

ལན།

གཏན་མཚུངས་མེ་བཀོལ་ན།

$$\begin{aligned} 1001^3 &= (1000 + 1)^3 \\ &= 1000^3 + 1^3 + (1000)(1)(1000 + 1) \\ &= 1000000000 + 1 + 3000(1000 + 1) \\ &= 1000000000 + 1 + 3000000 + 3000 \\ &= 1003003001 \end{aligned}$$

**ཕྱིས་དཔེ།15.** གཏན་མཚུངས་འེས་པ་ཞིག་བཀོལ་ཏེ།  $998^3$  ཡི་ཕྱིས་འབྲས་ཚོལ།

ལན།

གཏན་མཚུངས་མེ་བཀོལ་ན།

$$\begin{aligned} 998^3 &= (1000 - 2)^3 \\ &= 1000^3 - (2)^3 - 3(1000)(2)(1000 - 2) \\ &= 1000^3 - (2)^3 - 6(1000)(998) \\ &= 1000000000 - 8 - 5988000 \\ &= (1000000000 - 5988000) - 8 \\ &= 994012000 - 8 \\ &= 994011992 \end{aligned}$$







### སློབ་ཚན། 6.3



ག་གམ་གསལ་རྣམས་འགྲོལ་བར་བྱ།

༡)  $(x + 2y)^3$

༣)  $(2x - 3y)^3$

༩)  $(ax + by)^3$

༤)  $(x^2 + 2y)^3$

༥)  $(2x - y^2)^3$

༦)  $(-x + 4y)^3$

༧)  $(a + 5y)^3$

༦)  $x + \frac{5}{3}y$

༧)  $x - \frac{2}{3}y$

༡༠)  $8x^3 + 27y^3$  ཡི་བྲིན་ཚོལ།

༡) གལ་ཏེ།  $2x + 3y = 8$  རྟེན་ལ།  $xy = 2$  ཡིན་སྐབས།

༢) གལ་ཏེ།  $2x + 3y = 18$  རྟེན་ལ།  $xy = 12$  ཡིན་སྐབས།

༣) གལ་ཏེ།  $2x + 3y = 19$  རྟེན་ལ།  $xy = 3$  ཡིན་སྐབས།

༤) གལ་ཏེ།  $2x + 3y = 5$  རྟེན་ལ།  $xy = \frac{5}{6}$  ཡིན་སྐབས།

༡༡)  $p^3 - 8y^3$  ཡི་བྲིན་ཚོལ།

༡) གལ་ཏེ།  $p - 2y = 2$  རྟེན་ལ།  $py = 8$  ཡིན་སྐབས།

༢) གལ་ཏེ།  $p - 2y = 1$  རྟེན་ལ།  $py = 10$  ཡིན་སྐབས།

༣) གལ་ཏེ།  $p - 2y = 13$  རྟེན་ལ།  $py = -21$  ཡིན་སྐབས།

༤) གལ་ཏེ།  $p - 2y = -11$  རྟེན་ལ།  $py = -5$  ཡིན་སྐབས།

༡༢)  $125p^3 - 8q^3$  ཡི་བྲིན་ཚོལ།

༡) གལ་ཏེ།  $5p - 2q = 1$  རྟེན་ལ།  $pq = 2$  ཡིན་སྐབས།

༢) གལ་ཏེ།  $5p - 2q = 6$  རྟེན་ལ།  $pq = 4$  ཡིན་སྐབས།

༣) གལ་ཏེ།  $5p - 2q = 7$  རྟེན་ལ།  $pq = 12$  ཡིན་སྐབས།

༤) གལ་ཏེ།  $5p - 2q = 13$  རྟེན་ལ།  $pq = 30$  ཡིན་སྐབས།

$\frac{21}{2}$





སྒྲུབ་སྒྲུབ་བཟོས།

13)  $(a + 2b)^3 + (a - 2b)^3$

14)  $(a - 3b)^3 + (a + 3b)^3$

15)  $(2a + 5b)^3 - (2a - 5b)^3$

16)  $(7 - 2b)^3 - (7 + 2b)^3$

17)  $\left(a + \frac{2}{3}b\right)^3 + \left(a - \frac{2}{3}b\right)^3$

18)  $\left(a + \frac{2}{3}b\right)^3 - \left(a - \frac{2}{3}b\right)^3$

གཏན་མཚུངས་འོས་པ་ཞིག་བཀོལ་ཏེ་ཚིས་འབྲས་ཚོལ།

19) 1)  $(104)^3$

2)  $(1004)^3$

3)  $(503)^3$

20) 1)  $(99)^3$

2)  $(996)^3$

3)  $(999)^3$

21) 1)  $(599)^3$

2)  $(9.8)^3$

3)  $(8.01)^3$



### 6.1 ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དབྱེ་ཤམ་བྱེད་སྒྲུབ་སྒྲུབ། Factorisation of Algebraic Expressions

སྒྲུབ་ཐོན་པའི་ཚུལ་ཞིག་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ལམ་གྲངས་དུ་མའི་བརྒྱུར་ཐོབ་ཀྱི་ཚུལ་དུ་འབྲེ་བྱུང་བ་དེ་ནི་གསལ་གྲིས་དང་། ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཞིག་གྲངས་དང་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་འགའི་བརྒྱུར་ཐོབ་ཀྱི་རྣམ་པར་ཡོད་ན། གྲངས་དང་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དེ་དག་རེ་རེ་སྒྲུབ་ཐོན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དེའི་**ཀྱེན་ཚུལ་** (Factor) ཟེར། སྒྲུབ་ཐོན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དེ་གྲངས་དང་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་བརྒྱུར་ཐོབ་ཀྱི་རྣམ་པར་བྲིས་པའི་བརྒྱུད་རིམ་དེར། ང་ཚོས་**ཀྱེན་ཚུལ་དབྱེ་ཤམ་** (Factorisation) ཟེར། དཔེར་ན།  $10pq = 5 \times 2 \times p \times q$  ཡིན་སྟབས།  $5, 2, p, q$  བཅས་ལ་ $10pq$  ཡི་ཀྱེན་ཚུལ་ཟེར།

འདོན་གྲུབ་དུས་པའི་ནང་ཁྱེད་ཚོས་དབྱེ་ཤམ་གྱི་མང་གཞིའི་ཐབས་ལམ་གསུམ་སྒྲུབ་སྒྲུབ་ཡོད་པ་གཤམ་གསལ།

- ✓ ཀྱེན་ཐོན་པའི་གྲངས་འདོན་པའི་ཐབས་ལམ།
- ✓ ཚབ་པ་བརྒྱུར་སྒྲིག་བྱེད་པའི་ཐབས་ལམ།
- ✓ གཏན་མཚུངས་བཀོལ་བའི་ཐབས་ལམ།





ཁྱེད་ཚོས་(སློབ་ཚན་འདིའི་འགོ་རྒྱུ་དེ་ལོ་)གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ཁ་ལ་ ཁ་ལ་ ག་ལ་བཅས་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་གྱི་ རྒྱུ་ཚུལ་དེ་ལྟར་ཕྱེད་བཀོལ་སྤངས་སྐྱོར་ཤེས་ཀྱི་ཡོད། ད་ཆ་ད་ཚོས་སློབ་ཚན་འདིའི་འགོ་ལ་སྤངས་ཟེན་པའི་གཏན་ མཚུངས་ཀྱི་ དོན་ས་ལ་ པ་བར་རྒྱུ་ཚུལ་དེ་ལྟར་བྱ་བར་བཀོལ་སྤངས་ལ་སློབ་སྦྱོང་བྱེད། །

**ཚིས་དཔེ། 16.**  $x^2 + 5x + 6$  དེ་ལྟར་ཕྱེད་ཀྱིས།

**ལན།** གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ལས་ད་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ།

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

འདི་ཡིས། གལ་ཏེ་ད་ཚོས་ a དང་ b (ཕོ་མོ་གང་རུང་) གཉིས་ཀྱི་བརྗོད་མཐོང་ཐོབ་ a + b རི་x ཡི་འཕུལ་གངས་ དང་། བརྗོད་ཐོབ་ ab རི་ཉུག་གངས་ཚན་པ་དང་མཉམ་པ་འཚོལ་བྱུང་ན། ད་ཚོས། རྒྱུ་ཚིན་པའི་ཚབ་ཚིས་ཚུལ་དེ་(x + a)(x + b) རྩམ་དེ་ལྟར་བྱུང་བུ་སྟོན། དེར་བརྟེན། ད་ཚོས།

$$a + b = 5 \quad (x \text{ ཡི་འཕུལ་གངས་)}$$

$$ab = 6 \quad (ཉུག་གངས་ཚན་པ།)$$

གོང་གསལ་གནས་སྤངས་འོག ད་ཚོས་ a དང་ b གཉིས་ཀྱི་བྲིན་འཚོལ་བར་བྱེད། །

ད། 6 གི་བཤོད་གངས་ཞི་ 1, 2, 3, 6 བཅས་ཤིང་། རོར་བ་ཕྱིར་བཅོས་(Trial and Error) ཀྱི་ ཐབས་ལམ་སྤྱད་ན། གངས་དེ་དག་ལས་ད་ཚོས་ a དང་ b གཉིས་ 2 དང་ 3 གངས་ཚོག་པ་མཐོང་། 2 ལ་ 3 བརྗོད་ན་ 5 དང་། 2 ལ་ 3 ཀྱིས་བརྗོད་ན་ 6 ཡིན་པས།

$$x^2 + 5x + 6 = x^2 + (3 + 2)x + 3 \times 2$$

$$= (x + 3)(x + 2) \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཀྱི་ ཕོ་བཀོལ་བ།})$$

**མཚན།**

ཁྱེད་རང་གིས་རིགས་ལམ་སྤངས་བཤོད་བཀོལ་ནས། a དང་ b ཡི་བྲིན་འཚོལ་བར་ཞོར་བ་ཕྱིར་བཅོས་ཀྱི་ཐབས་ལམ་སྤངས་ཤི་བཤོད་ བཏང་ཚོག་སྟེ། ད་ཚོས་བརྗོད་ཐོབ་ a + b དེ་ S དང་། བརྗོད་ཐོབ་ ab དེ་ P ཡིས་མཚོན་པར་བྱས་ན། གོང་གི་ཚིས་དཔེའི་ནང་། S(5) རི་ཕོ་ དང་། དེ་བཞིན་P(6) ཡང་ཕོ་ཤིང་། ད་ཚོས་གནས་ཚུལ་འདི་S: +, P: + རྩམ་མཚོན་གྱི་ཡོད།

P རི་ཕོ་གངས་ཡིན་པས། a དང་ b གཉིས་ཀྱི་ཕོ་ཡིན་པའམ། ཡང་ན་ a དང་ b གཉིས་ཀྱི་མོ་ཡིན། S རི་ཕོ་གངས་ཡིན་པས། a དང་ b གཉིས་ཀྱི་ཕོ་ཤིང་། དེས་ན་ད་ཚོས་བཤོད་གངས་མོ་རྣམས་ལེན་གྱི་མེད། a དང་ b ཡི་བྲིན་ 2 དང་ 3 ལ་གོ་རིམ་ཞིག་ཡོད་པ་ལས་སློབ་པ་ མཐོང་བྱུང།





**ཅིས་དཔེ། 17.**  $x^2 + 3x - 10$  དབྱེ་ཕྲལ་གྱིས།

ལན།

འདིར།  $a + b = 3$  ( $x$  ཡི་འཕུལ་གྲངས།) དང་།  $ab = -10$  (རྟག་གྲངས་ཚན་པ།) བཅས་ཡིན་པའི་གྲངས་ $a$  དང་  $b$  གཉིས་ང་ཚོས་འཚོལ་དགོས།

ད།  $10$  ཡི་བཞོད་གྲངས་ནི་  $1, 2, 5, 10$  བཅས་རེད།

ཚོད་ལྷ་ཕྱོད་བྱས་ཐུག་ཐོབ་པའི་ང་ཚོས།  $a$  དང་ $b$  ལ་ $5$  དང་ $-2$  ལེན་དགོས་པ་ཤེས་ཀྱི་ཡོད།  $5$  དང་ $-2$  ཀྱི་ བརྗེས་ཐོབ་པའི་ $3$  དང་།  $5$  དང་ $-2$  ཀྱི་བརྗེས་ཐོབ་པའི་ $-10$  རེད། དེར་བརྟེན།

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 10 &= x^2 + (5 - 2)x + 5(-2) \\ &= (x + 5)(x - 2) \end{aligned} \quad (\text{གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ རོ་བོ་ལོ་ལ་བ།})$$

**མཚན།**

འདིར། S: +, P: - རེད། P མི་གྲངས་ཡིན་པས།  $a$  དང་ $b$  ལས་གང་རུང་གཅིག་མི་དང་། ཅིག་ཤིས་དེ་མི་རེད། ང་ཚོས་འདི་ སེམས་ལ་བཞག་སྟེ། S མི་གྲངས་ཡིན་པས།  $a$  དང་ $b$  ལས་ཚེ་བའི་མི་གྲངས་ཡིན་པ་ཤེས་ཐུབ། དེ་ནི།  $a$  དང་ $b$  ཡི་བྲིན་དུ།  $5$  དང་ $-2$  ལེན་ ལྷ་སྟེ་ལོ་ལོ་ལོ།

**ཅིས་དཔེ། 18.**  $x^2 - 7x + 12$  དབྱེ་ཕྲལ་གྱིས།

ལན།

འདིར། S: - དང་P: + རེད། འདི་ནི་ $a$  དང་ $b$  གཉིས་ཀ་མི་གྲངས་ཡིན་པའི་དོན་རེད།  $a + b = -7$  དང་།  $ab = 12$  ཀྱི་བཞོད་གྲངས་མོ་ནམས་ནི།  $-1, -2, -3, -4, -6, -12$  བཅས་ཡིན་པ་ལས། ང་ཚོས།  $a = -4$  དང་  $b = -3$  (ཡང་ན།  $a = -3$  དང་ $b = -4$ ) ཤེས་ཐུབ། དེར་བརྟེན།

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 12 &= x^2 + \{(-4) + (-3)\}x + (-4)(-3) \\ &= (x - 4)(x - 3) \end{aligned} \quad (\text{གཏུན་མཚུངས་ཀྱི་ རོ་བོ་ལོ་ལ་བ།})$$

**ཅིས་དཔེ། 19.**  $x^2 - 3x - 10$  དབྱེ་ཕྲལ་གྱིས།

ལན།

འདིར། S: - དང་P: - རེད། དེར་བརྟེན།  $a$  དང་ $b$  ལས་གང་རུང་མི་གྲངས་དང་ཅིག་ཤིས་དེ་མི་གྲངས་





མེད།  $S$  རྗེ་མོ་གྲངས་ཡིན་པས་བྲིན་ཆེ་བའི་གྲངས་དེ་མོ་གྲངས་ཡིན་དགོས། 10 ཡི་བཤོད་གྲངས་ནི། 1, 2, 5, 10 བཅས་མེད། འདིར།  $-5$  དང་ $2$  ཀྱིས་ $a$  དང་ $b$  ཡི་བྲིན་གྱི་དགོས་མཁོ་སྐྱབ་ཐུབ། དེར་བརྟེན།

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 10 &= x^2 + \{2 + (-5)\}x + 2(-5) \\ &= (x + 2)(x - 5) \end{aligned} \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པོ་བཤོད་པ།})$$

### མཚན།

རྒྱ་མཚན་གང་རུང་དབང་གིས་མཐའ་མའི་བཤོད་གྲངས་འབྲེ་རྒྱར་བེ་ཚོམ་བྱུང་ན། གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པོ་མི་བཤོད་པ་མཐུ་མེད་མིན། བྱིད་ཀྱིས།  $x$  ཡི་འཕུལ་གྲངས་དང་ཉག་གྲངས་ཤེས་པའི་རྗེས་སུ་ཚན་པ་བསྐྱར་སྐྱོག་བྱས་ཚོག། །འདི་ཡིས་སྤྱིའི་བཤོད་གྲངས་ཕྱིར་འདོན་ཐུབ། དེར་བརྟེན། ཤོད་གི་ཕྱིས་དཔེ་ལས།

$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 10 &= x^2 + 2x + (-5)x + 2(-5) \\ &= (x^2 + 2x) + \{(-5)x + 2(-5)\} \quad (\text{ཚན་པ་བསྐྱར་སྐྱོག།}) \\ &= x(x + 2) + (-5)(x + 2) \quad (\text{ཚན་པ་དང་པོ་གཉིས་ལས་ཐུན་མོང་གི་} x + 2 \text{ ཚན་པ་མཐའ་} \\ &\quad \text{མ་གཉིས་ལས་ཐུན་མོང་གི་} -5 \text{ ཕྱིར་འདོན་བྱས་པ།}) \\ &= (x + 2)(x - 5) \end{aligned}$$

གལ་ཏེ་སྤྱད་ཟིན་པའི་ཚབ་ཕྱིས་ཚུལ་དེ་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པོ་བཤོད་པ་ནས་དབྱེ་ཐུབ་བྱས་ཡོད་ན། བྱིད་ཀྱིས་ཐབས་ལམ་འདི་སྤྱད་དེ་ཕྱིས་འབྲས་ལ་བཤེར་ཕྱིས་བརྒྱབ་ཚོག། །

### ཕྱིས་དཔེ། 20. $4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$ དབྱེ་ཐུབ་ཀྱིས།

### ལན།

ཚབ་ཕྱིས་ཚུལ་འདིའི་ཚན་པ་དང་པོ་གསུམ་ནི་ཤོ་རིམ་བཞིན་  $2x, y, z$  བཅས་ཀྱི་ཉིས་སྐྱར་ཡིན་པས། འདི་ཡིས་ང་ཚོར་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པོ་སྟེ།  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$  བཤོད་གསལ་པའི་བརྗེ་རྟོན་བྱེད་ཀྱི་ཡོད། དེར་མ་ཟད།  $xy$  དང་ $yz$  ཡོད་པའི་ཚན་པ་ནི་མོ་གྲངས་མེད། འདི་ལྟ་བུ་ནི་གཤམ་གསལ་གནས་ཚུལ་གཉིས་ཀྱི་སྐབས་སུ་འབྱུང་གི་ཡི།

༡། ཚན་པ་གཉིས་ཀར་ཡོད་པའི་ཡིག་འབྲུའི་འཕུལ་གྲངས་མོ་གྲངས་དང་།  $x$  དང་ $z$  ཡི་འཕུལ་གྲངས་མོ་གྲངས་ཡིན་པའི་གནས་སྐབས་སུ།  $x, y, z$  བཅས་ཀྱི་འཕུལ་གྲངས་ཀྱི་ཉག་གསུམ་ནི་ཤོ་རིམ་བཞིན་ $+, -, +$  མེད།

༢།  $y$  ཡི་འཕུལ་གྲངས་མོ་ཡིན་ཡང་།  $x$  དང་ $z$  ཡི་འཕུལ་གྲངས་མོ་ཡིན་པའི་གནས་སྐབས་སུ།  $x, y, z$  བཅས་ཀྱི་





འཕྲུལ་གྲངས་ཀྱི་ཉམས་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་-, +, - རེད།

ཚབ་ཚིས་ཚུལ་ཞིག་གི་ཉམས་སྒྱུར་དང་། དེའི་མོ་ཉམས་ཀྱི་ཉམས་སྒྱུར་ནི་གཅིག་མཚུངས་ཡིན་པས། གོང་གི་གནས་སྟངས་གཉིས་ལས་གང་རུང་ཞིག་གྲངས་ཀྱང་ཁྱད་པར་མེད། གནས་སྟངས་དང་པོ་གྲངས་ན་ང་ཚོས་སྤྱད་ཟེན་པའི་ཚུལ་དེ་གཤམ་གསལ་ལྟར་འབྲི་ཐུབ།

$$4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$$

$$= (2x)^2 + (-y)^2 + z^2 - 2(2x)(-y) + 2(-y)(z) + 2(2x)z$$

ཚུལ་འདི་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པའི་གཡས་ཕྱོགས་དང་བསྟུར་ན།

$$a = 2x, b = -y, c = z \text{ བཅས་ཡིན་པས།}$$

$$4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 2yz + 4xz$$

$$= (2x)^2 + (-y)^2 + z^2 - 2(2x)(-y) + 2(-y)(z) + 2(2x)z$$

$$= \{2x + (-y) + z\}^2 \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པ་བཀོལ་བ།})$$

$$= (2x - y + z)^2$$

$$= (2x - y + z)(2x - y + z)$$

### ཚིས་དཔེ། 21. ཚུལ་ $8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$ དབྱེ་ཕྲལ་གྱིས།

ལན།

ཚན་པ་དང་པོ་གཉིས་ནི་གོ་རིམ་བཞིན་ $2x$  དང་ $3y$  ཡི་སྲུང་སྒྱུར་ཡིན་པ་མཐོང་གསལ་དང་། ཚན་པ་ལྷག་མ་གཉིས་ལ་སྤྱིའི་བཀོད་གྲངས་ $3$  ཡོད། འདི་ཡིས་ང་ཚོར་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་སྟེ།  $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$  བཀོལ་དགོས་པའི་བད་སྟོན་བྱེད་ཀྱི་ཡོད། དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་སྤྱད་ཟེན་པའི་ཚུལ་དེ་གཤམ་གསལ་ལྟར་འབྲི་ཐོ། །

$$8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2 = (2x)^3 + (3y)^3 + 3(2x)(3y)(2x + 3y)$$

ཤེས་ཟེན་པའི་ཚུལ་འདི་གཏན་མཚུངས་ཀྱི་པའི་གཡས་ཕྱོགས་དང་བསྟུར་ན།

$$a = 2x \text{ དང་ } b = 3y \text{ རེད།}$$



དེར་བརྟེན།  $8x^3 + 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2$

$$= (2x)^3 + (3y)^3 + 3(2x)(3y)(2x + 3y)$$

$$= (2x + 3y)^3 \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ཀྱི་བཀོལ་བ།})$$

$$= (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y)$$

**རྩིས་དཔེ། 22.** ཚུལ་ $8x^3 - \quad - 2xy(2x - \quad)$  དབྱེ་ཕྲལ་གྱིས།

ལན།

$8x^3$  དང་  $\frac{y^3}{27}$  རི་གོ་རིམ་བཞིན་ $2x$  དང་  $\frac{y}{3}$  ཡི་སྲུང་སྲུང་ཡིན་པ་མཐོང་གསལ་དང་། འདི་ཡིས་ང་ཚོར་གཏན་མཚུངས་ལྔ་པ་སྟེ།  $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$  བཀོལ་དགོས་པའི་བད་སྟོན་བྱེད་ཀྱི་ཡོད། དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་སྟེན་ཟེན་པའི་ཚུལ་དེ་གཤམ་གསལ་ལྟར་བྲིས་ཚོགས།

$$8x^3 - \frac{y^3}{27} - 2xy(2x - \quad) = (2x)^3 - \quad^3 - 3(2x)(\quad)(2x - \quad)$$

ཤེས་ཟེན་པའི་ཚུལ་འདི་གཏན་མཚུངས་ལྔ་པ་པའི་གཡམས་ཕྱོགས་དང་བསྐྱར་ན།

$a = 2x$  དང་  $b = \frac{y}{3}$

དེར་བརྟེན།  $8x^3 - \frac{y^3}{27} - 2xy(2x - \quad)$

$$= (2x)^3 - \quad^3 - 3(2x)(\quad)(2x - \quad)$$

$$= (2x - \quad)^3 \quad (\text{གཏན་མཚུངས་ལྔ་པ་བཀོལ་བ།})$$

$$= (2x + \quad)(2x + \quad)(2x + \quad)$$

$\frac{y^3}{27}$



### སློབ་ཚན། 6.4

གཤམ་གསལ་ཚུལ་རྣམས་དབྱེ་ཕྱེ་བྱིས།

1)  $x^2 + 10x + 9$

2)  $x^2 + 7x + 12$

3)  $y^2 - 2y - 8$

4)  $y^2 - 6y - 7$

5)  $p^2 + 3p - 4$

6)  $p^2 + 4p - 12$

7)  $m^2 - 8m + 15$

8)  $m^2 - 10m + 24$

གཤམ་གསལ་ཚུལ་རྣམས་དབྱེ་ཕྱེ་བྱིས།

9)  $9x^2 + y^2 + 25z^2 + 6xy + 10yz + 30xz$

10)  $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy - 24yz - 16xz$

11)  $m^2 + 4n^2 + 25z^2 - 4mn - 20nz + 10mz$

12)  $49m^2 + 4n^2 + 9y^2 - 28mn + 12nz - 42mz$

13)  $9x^2 + y^2 + 25 + 6xy + 10y + 30x$



གཤམ་གསལ་ཚུལ་རྣམས་དབྱེ་ཕྱེ་བྱིས།

14)  $p^2 + \dots + 1 + pq + q + 2p$

15)  $\frac{p^2}{4} + \frac{q^2}{9} + 36 + \frac{pq}{3} + 4q + 6p$

16)  $2x^2 + y^2 + 8z^2 - 2\sqrt{2}xy - 4\sqrt{2}yz + 8xz$  (བད་ལྷོ་ན།  $2 = (\sqrt{2})^2$ )

17)  $3x^2 + 3y^2 + z^2 + 6xy + 2\sqrt{3}yz + 2\sqrt{3}xz$









དྲན་པར་གྱི་སྤྲི་བ།

གཏན་མཚུངས་ཚད་ལྡན་འགའ།

1)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

4)  $(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$

ཡང་ན།

$(a + b)(a + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

5)  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

6)  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ཡང་ན།

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

7)  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

ཡང་ན།

$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

