

# སྒྲིབ་ཚན་གཉིས་པ།    སུམ་སྒྱུར་དང་སུམ་སྒྱུར་གཞི།

## CHAPTER 2 : CUBES AND CUBE ROOTS

### ༡.༡ རོ་སྤོང། Introduction

སྒྲིབ་ཚན་དང་པོའི་ནང་དང་ཚོས་ཉེས་སྒྱུར་དང་ཉེས་སྒྱུར་གཞི་སྒྲུབ་པ་ཟེན་པ་ལྟར། སྒྲིབ་ཚན་འདིའི་ནང་དང་ཚོས། སུམ་སྒྱུར་དང་སུམ་སྒྱུར་གཞི་སྒྲུབ་པ་ལྟར། ཐོག་མར་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་ཁྱད་ཚོས་འགའ་འགྲེལ་བཤེད་བྱ་རྒྱུ་དང་། དེ་ནས་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་དཔེ་འགྲེལ་འགྲེལ་བཤེད་བྱ་རྒྱུ། དེ་གྲངས་ཀ་ཚུང་དུའི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་སུམ་སྒྱུར་གཞི་འཛོལ་རྒྱུར་ཕན་ཐོགས་ཡོད། དང་ཚོས་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་དང་། དེའི་སུམ་སྒྱུར་གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་གཞི་བཙུག་ཏེ་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་སུམ་སྒྱུར་གཞི་འཛོལ་རྒྱུར་འགྲེལ་བཤེད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན། ཐབས་ལམ་འདི་གྲངས་གནས་དུག་ཅན་བར་སྤྲོད་པར་འོས། འདི་ནི་ཅི་ཅི་སྒྲིག་རྒྱུ་ཉུང་ཞིང་ལས་སྒྲིག་པོ་ཞིག་ཀྱང་ཡིན། དེ་ནས་དང་ཚོས་རྒྱ་གྲངས་ལ་བཞུགས་པའི་ཐབས་སྤྱད་དེ་སུམ་སྒྱུར་གཞི་འཛོལ་རྒྱུར་བཞུགས་པ་རྒྱུ་ཡིན། ཉེས་སྒྱུར་གཞི་རྒྱུ་གྲངས་ཀྱི་སུམ་སྒྱུར་གཞི་འཛོལ་རྒྱུར་བཞུགས་ཅི་སྒྱུ་ཐབས་ལམ་ཡོད་ཀྱང་། ཐབས་ལམ་འདི་ནི་ཅུང་དཀའ་བས་སྐབས་འདིར་འགྲེལ་བཤེད་བྱ་རྒྱུ་མིན།

### ༡.༢ སུམ་སྒྱུར་གྲངས་དང་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྒྱུར་གྲངས། Cube of a Number and Perfect Cube Numbers

$x$  དེ་ལྟར་གོ་རྟེན་མིན་པའི་གྲངས་ཤིག་ཡིན་ན། དང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ་ $x \times x \times x$  དེ་ $x^3$  ལྟར་འབྲི་བ་དང་། འདི་ལ་ $x$  ཡི་རང་སྒྱུར་ཐངས་གསུམ། ཡང་ན་ $x$  སུམ་སྒྱུར་ཟེས། དེས་ན།  $8(= 2 \times 2 \times 2)$  ནི་ $2$  ཀྱི་རང་སུམ་སྒྱུར་རམ།  $27(= 3 \times 3 \times 3)$  ནི་ $3$  ཀྱི་རང་སུམ་སྒྱུར་རམ།  $3$  ཀྱི་སུམ་ཐངས་བཅས་ཟེས། རེད་མིག་༡༡ ནང་གྲངས་གནས་གཅིག་ཅན་ $1$  ནས་ $9$  བར་གྱི་སུམ་སྒྱུར་གྲངས་རྣམས་མཚོན་ནོ། །

རེ་བྱ་མིག་༡ བྲངས་གནས་1 ནས་9 བར་གྱི་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x^3$	1	8	27	64	125	216	343	512	729

བྲངས་ཀ་1, 8, 27, ..., 729 བཅས་ནི་རེ་རེ་བཞིན་རིལ་བྲངས་རེའི་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་ འདི་ལྟ་བུའི་ བྲངས་ལ་**ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་**(ཡང་ན་ཡོངས་རྫོགས་རྫོན་བྲངས་གསུམ་པ་) ཟེད། གལ་ཏེ་རིལ་བྲངས་ $m$  ཞིག  $n = m \times m \times m$  ཡིན་ན། བྲངས་ $n$  ནི་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་ཡིན།

ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་གྱི་འཕེལ་འགྲོས་གིན་ཏུ་རྒྱུ་རྒྱུ་པོ་ཡོད།  $m$  འདི་1 ནས་9 ཏུ་འཕེལ་སྐབས་ ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་ $m^3$  ནི་1 ནས་729 བར་འཕེལ་གྱི་ཡོད། ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་རྣམས་ཁ་འཁོར་ ནས་ཡོད་ཅིང་། 1 ནས་100 བར་ཏུ་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་བཞི་རང་ཡོད། 1000 གི་བར་ཏུ་ཡོངས་རྫོགས་ སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་བཅུ་ཡོད། (ཁྱེད་ཀྱིས་གནས་ཚུལ་འདི་ལ་དོ་སྣང་བྱུང་ཡོད་དམ། དོ་སྣང་བྱ་རྒྱུ་ལ།  $10^3 = 1000$  རེད།)

ང་ཚོས་བྲངས་ཀ་ཞིག་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་ཡིན་མིན་རྒྱུ་རྒྱུ་བཟོ་དགོས་སམ་ཞེ་ན། གལ་ཏེ་རྒྱུ་བྲངས་  $p$  ཡིས་ $m$  གིལ་པོར་བགོ་རུང་བ་ཡིན་ན།  $p \times p \times p$  ཡིས་ $m \times m \times m$  བགོ་རུང་དོ། །དེས་ན་ $m^3$  ཡང་བགོ་ རུང་དོ། །དེར་བརྟེན། གལ་ཏེ་རྒྱུ་བྲངས་ $p$  ཡིས་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་དེ་བགོ་རུང་ཡིན་ན།  $p^3$  གྱིས་ཀྱང་ ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་དེ་བགོ་བྱུང་།

ཚིག་གཞན་གྱིས་བཤད་ན། **ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་དེ་རྒྱུ་བྲངས་སུ་བསྐོལ་སྐབས། རྒྱུ་བྲངས་ ཚང་མ་ཐེངས་གསུམ་རེ་འབྱུང་བའམ། ཡང་ན་རྒྱུ་བྲངས་རེ་རེ་ཐེངས་གསུམ་བརྒྱུ་རྒྱུ་དགོས།**

དཔེར་ན།  $64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad (= 2^6)$

$27000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 (= 2^3 \times 3^3 \times 5^3)$

དེར་བརྟེན། བྲངས་ཀ་ཞིག་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་ཡིན་མིན་ཚོད་ཉེ་བུ་དགོས་ན། ང་ཚོས་དེ་རྒྱུ་བྲངས་ སུ་བསྐོལ་བ་དང་། རྒྱུ་བྲངས་མཉམ་པ་རྣམས་ཐེངས་གསུམ་གྱི་ཚོགས་ཁག་བཟོ་དགོས། གལ་ཏེ་བགོད་བྲངས་ཅི་ཡང་ ལྷག་མེད་ན། བྲངས་དེ་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་རེད། ཡིན་ནའང་གལ་ཏེ་བགོད་བྲངས་གང་ཞིག་ཐེངས་གཅིག་ གས་གཉིས་ལྷག་ཚེ་བྲངས་དེ་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་བྲངས་མིན།



**ཅེས་དཔེ། 1.** ཀ) 397 5 ང་། ཁ) 106480 གཉིས་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་གྲངས་ཡིན་མིན་ཚོད་ལྟ་གྱིས།

**ལན།** ཀ)  $397 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$  འདིའི་ནང་7 རི་ཐངས་གསུམ་མེད།

དེས་ན། 397 རི་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་གྲངས་མ་རེད།

ཁ)  $106480 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11 \times 11 \times 11$  ཅེས་གཞི་འདིའི་ནང་གྲངས་ཀ་2 5 ང་5 གཉིས་

ཐངས་གསུམ་གྱི་ཚོ་ཁག་བཅོ་མི་ཐུབ་པས། གྲངས་106480 དེ་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་གྲངས་མ་རེད།

**ཅེས་དཔེ། 2.** 53240 ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་གྲངས་ཡིན་མིན་ཚོད་ལྟ་གྱིས། གལ་སྲིད་མིན་ཚེ། དེར་

གྲངས་ཀ་ཚུང་ཤོས་གང་ཞིག་གིས་བསྐྱར་བའམ་བཤོས་ན། དེའི་ཐོབ་གྲངས་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་འོང་མིན་ལྟོས་ཤིག།

**ལན།**  $53240 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 11 \times 11 \times 11$

འདིར་རྒྱ་གྲངས་5 རི་ཐངས་གསུམ་མ་བྱུང་བས་53240 རི་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་གྲངས་མིན། གལ་ཏེ་ང་

ཚོས་གྲངས་ཀ་དེར་5 x 5 བསྐྱར་ན། བསྐྱར་ཐོབ་ནང་5 ཐངས་གསུམ་འབྱུང་བས། བསྐྱར་ཐོབ་དེ་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་

རྒྱུར་གྲངས་རེད། དེས་ན། གྲངས་དེ་དང་མཉམ་དུ་བསྐྱར་དགོས་པའི་དགོས་མཁོའི་གྲངས་ཚུང་ཤོས་ནི་5 x 5 རྩེ་25

རེད། མཐར་ང་ཚོས་གྲངས་53240 དེ་5 ཡིས་བཤོས་ན་ཅེས་འབྲས་དེའི་རྒྱ་གྲངས་རྣམས་ཐངས་གསུམ་ཡིད།

དོན་དངོས་ཐོག  $53240 \div 5 = 10648 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11$  རེད།

དེར་བརྟེན། དཤོས་མཁོའི་གྲངས་ཀ་ནི་5 རེད།

**མཚན།**

༡། རེད་མིག་ན་ཉ ལས་གྲངས་ཀ་1 , 4 , 5 , 6 , 9 ཡི་སྲུང་རྒྱུར་གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་ཤོ་རིམ་བཞིན་1 , 4 , 5 , 6 , 9 ཡིན་པ་མཐོང་ཐུབ། གང་ལྟར། 2 5 ང་8 གཉིས་ལ་ཁྱད་ཚེས་ཤིག་ཡིད་པ་ནི། 2 གྱི་སྲུང་རྒྱུར་གྱི་གཅིག་གནས་སུ་8 ཡིད་ལ། 8 གྱི་སྲུང་རྒྱུར་གྱི་གཅིག་གནས་སུ་2 ཡིད། གྲངས་ཀ་3 5 ང་7 གཉིས་ལ་ཡང་འདི་འདྲའི་ཁྱད་ཚེས་ཡིད་དེ། ཅིག་ཤོས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུར་གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་གཞན་དེ་ཡིན་(3<sup>3</sup> = 27 , 7<sup>3</sup> = 343) པ་མ་ཟད། 10<sup>3</sup> = 1000 ཡིས། གལ་ཏེ་གྲངས་ཤིག་ལྷན་ཀོར་ཐོག་མཐུག་རྩོགས་ཀྱི་ཡིད་ན། དེའི་སྲུང་རྒྱུར་གྱི་མཐུག་མཐར་ལྷན་ཀོར་གསུམ་ཡིད། ལྷང་ཚུལ་འདི་དག་ང་ཚོར་ཡོངས་རྩོགས་སྲུང་རྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུར་གཞི་འཚོལ་བར་ཕན་ཐོགས་ཡིད་དོ། །

༢། གལ་ཏེ་གྲངས་ཀ་ཞིག་མོ་གྲངས་ཡིན་ན། དེའི་སྲུང་རྒྱུར་ཡང་མོ་གྲངས་ཡིན། དཔེར་ན།

$$\begin{aligned} (-1)^3 &= (-1) \times (-1) \times (-1) = -1 = -1^3 \\ (-2)^3 &= (-2) \times (-2) \times (-2) = -8 = \\ (-5)^3 &= -125 = -5^3, \quad (-m)^3 = -m^3 \end{aligned}$$





འདིས་མོ་གྲངས་སྐབས་ཀྱང་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྐྱུར་འོང་སྲིད་པ་སྟོན་གྱི་ཡོད་ལ། འདི་ནི་ནམ་ཡང་མོ་གྲངས་མེན་པའི་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་སྐྱུར་གྲངས་དང་མི་འདྲ་བའོ། །



### 3.3 གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་པོ་གྲངས་ཀྱི་སུམ་སྐྱུར་འཚོལ་སྟངས། (ཐབས་ལམ་གཞན།)

#### Finding the Cube of a Two-digit Positive Number (Alternative Method)

གྲངས་ཤིག་གི་སུམ་སྐྱུར་ནི་གྲངས་ཀ་དེས་རང་ཉིད་ལ་བེངས་གསུམ་བསྐྱུར་ཏེ་ཐོབ་གྱི་ཡོད།  $x^3$  འཚོལ་བར་ཐོག་མར་ང་ཚོས་ $x^2$  འཚོལ་བ་དང་། དེ་རྗེས་ $x^2 \times x$  བཅའ་ཙམ་འོང་། འདིར་ང་ཚོས་གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་གྱི་གྲངས་ $x$  ཡི་ $x^3$  འཚོལ་སྟངས་ཐབས་ལམ་གཞན་ཞིག་འགྲེལ་བརྗོད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

$a$  ནི་བརྒྱ་གནས་དང་ $b$  ནི་གཅིག་གནས་ཡིན་པའི་གྲངས་ $x = ab$  ལ་ཆ་བཞག་ན། འཚོལ་བའི་དོན་དུ་ང་ཚོས་གཞུང་དུ་སྟར་པ་གསུམ་བཟོས་ཏེ་བྲིས་ན།  $a^2 \mid 2a \times b \mid b^2$  རེད།  $x^2$  འཚོལ་སྟངས་སྟར། འདིར་ཡང་ང་ཚོས་གཞུང་རྒྱག་བཟོའོ། །ང་ཚོས་གཏན་མཚུངས་ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  བཀོལ་ཏེ། (གཏན་མཚུངས་འདི་སློབ་ཚན་དུག་པའི་ནང་སྐྱུར་རྒྱུ་ཡིན།)  $(ab)^3$  འཚོལ་བར་ང་ཚོས་གཞུང་སྟར་བའི་བཟོ་དགོས།

$$a^3 \mid 3a^2 \times b \mid 3a \times b^2 \mid b^3$$

བརྒྱད་ཅེས་གཞན་རྣམས་སྟར་བཞིན་ཡིན་པ་སྟེ། གྲངས་ཀ་རྣམས་བརྗོམས་རྗེས། གཅིག་གནས་གྲངས་རང་པོར་བཞག་སྟེ། གྲངས་གནས་སྟག་མ་རྣམས་སྟར་པ་གོང་མར་སྟོན་རྒྱུར་འབྲེལ་དགོས། ང་ཚོས་ཐབས་ལམ་འདི་ཚུས་དཔེ་བརྒྱད་དེ་འགྲེལ་བརྗོད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

### ཚུམ་དཔེ། 3. ཐབས་ལམ་གཞན་སྐྱུར་དེ་ $42^3$ ཚོལ།

ལན།  $a = 4, b = 2$  བཅས་ཡིན་པས་ན།  
གཞུང་སྟར་བཞི་པོ་ནི།

	$3a^2 \times b$	$3a \times b^2$	$b^3$
$= 64$	$3 \times \quad \times 2$	$3 \times 4 \times$	$= \underline{8}$
$+ 10$	$+ 4$	$= \underline{48}$	
$\underline{74}$	$\underline{100}$		
$\underline{74}$	$0$	$8$	$8$

$$42^3 = 74088$$





**ཕྱིས་དཔེ། 4.** ཐབས་ལམ་གཞན་སྟུང་དེ་ $87^3$  ཚོལ།

**ལན།** འདིར།  $a = 8$  དང་  $b = 7$  རེད།  $a$  དང་  $b$  རྒྱང་དུ་མིན་པའི་གནས་སྤངས་ཀྱི་སྐབས་སུ་  $3a^2 \times b$  དང་  $3a \times b^2$  ཀྱིས་ཕྱིས་འབྲས་སྟུར་པར་འཚོལ་བྱུ་ཁག་པོ་ཡིན། འདི་ལྟའི་གནས་སྤངས་སྐབས་སུ་ང་ཚོས་བརྒྱུད་རིམ་ཞུས་པའི་གསལ་གསལ་སྟུར་སྟུབས་བདེར་བཟོ་དགོས།

$a^2$	$a^2$	$b^2$	$b^2$
$a$	$3b$	$3a$	
	$3a^2 \times b$	$3a \times b^2$	$b^3$

64	64	49	49
$\times 8$	21	24	7
512	1344	1176	343
+146	+ 121	+ 34	
<u>658</u>	<u>1465</u>	<u>1210</u>	
658	5	0	3

$87^3 = 658503$

**ཕྱིས་དཔེ། 5.** ཐབས་ལམ་གཞན་སྟུང་དེ་ག་གསལ་གསལ་གྱི་སྐྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་

- ཀ) 27      ཁ) 45      ག) 81

**ལན།** ཀ)  $27^3$  རྟོ།

4	4	49	49
2	21	6	7
8	84	294	343
+11	+ 32	+34	
<u>19</u>	<u>116</u>	<u>328</u>	
19	6	8	3

དེར་བརྟེན།  $27^3 = 19683$

ཁ)  $45^3$  རྟོ།

16	16	25	25
4	15	12	5
64	240	300	125
+27	+ 31	+ 12	
<u>91</u>	<u>271</u>	<u>312</u>	
91	1	2	5

དེར་བརྟེན།  $45^3 = 91125$

ག)  $81^3$  རྟོ།

64	64	1	1
8	3	24	1
512	192	24	1
+19	+ 2		
<u>531</u>	<u>194</u>		
531	4	4	1

དེར་བརྟེན།  $81^3 = 531441$





### སྒྲིབ་ཚན། 2.1



༡། ག་ཤམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་བྲིས།

31, 109, 388, 8.33, 4276, 5922, 77774, 44447, 125125125

༢། ག་ཤམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་ཚོལ།

ཀ) 35      ཁ) 56      ག) 72      ཅ) 402      ཅ) 650      ཅ) 819

༣། ཐབས་ལམ་གཞན་སྤྱད་དེ་ག་ཤམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་ཚོལ།

ཀ) 35      ཁ) 56      ག) 72

༤། ག་ཤམ་གསལ་ལས་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་གྲངས་མིན་པའི་གྲངས་ཀ་ངོས་བྱུངས།

ཀ) 64      ཁ) 216      ག) 243      ཅ) 1728

༥། རྒྱ་བ་བཞི་པའི་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་གྲངས་མིན་པའི་གྲངས་རེ་ལ། གྲངས་རྒྱུང་ཤོས་གང་གིས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་ཚོལ་བྱེད་པའི་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་གྲངས་འཕྲོད་བཅས།

༦། རྒྱ་བ་གཞི་པའི་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་གྲངས་མིན་པའི་གྲངས་དེ་དག་གྲངས་རྒྱུང་ཤོས་གང་གིས་བཞོས་ན་བཞོས་པའི་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་རྒྱུ་གྲངས་འབྱུང་ངམ།

༧།  $n$  ལ་བྲིན་མི་འདྲ་བ་གསུམ་གསུམ་རེ་རྒྱངས་ཏེ་ག་ཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་བདེན་མིན་རྒྱུ་བྱོན་བྱོན།

ཀ) གལ་ཏེ་ $n$  ཚ་གྲངས་ཡིན་ན་ ཡང་ཚ་གྲངས་རེད།

ཁ) གལ་ཏེ་ $n$  ཡ་གྲངས་ཡིན་ན་  $n^3$  ཡང་ཡ་གྲངས་རེད།

ག) གལ་ཏེ་ $n$  ཞིག་3 གྱིས་བཞོས་པའི་བཞོས་རྒྱག་1 ཡིན་ན།  $n^3$  དེ་3 གྱིས་བཞོས་པའི་བཞོས་རྒྱག་ཀྱང་1 ཡིན།

ང) གལ་ཏེ་རང་བྱུང་གྲངས་ $n$  ཞིག་ $3p + 2$  ཀྱི་རྣམ་པར་ཡོད་ན། གྲངས་ $n^3$  ཡང་རིགས་གཅིག་པ་ཡིན།





- ༡། གཤམ་གསལ་བཟོད་པ་ནམས་བདེན་པ་ཡིན་མིན་ཉམས་ཞུ་བ།
- ༧) 392 རི་ཡོངས་རྩོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་རེད།
- ༨) 8640 ཡོངས་རྩོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་མིན།
- ༩) ཡོངས་རྩོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་མཇུག་མཐའི་གནས་སུ་ལྷད་ཀོར་གཉིས་ནམ་ཡང་མི་འབྱུང་།
- ༡༠) མཇུག་མཐའི་གནས་4 ཅན་གྱི་ཡོངས་རྩོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་མེད།
- ༡༡) རིལ་གྲངས་ $a$  ལ་ཆ་བཞག་ན།  $a^3$  རི་ཉག་ཏུ་ $a^2$  ལས་ཆེ་བ་ཡིན།
- ༡༢) གལ་སྲིད་རིལ་གྲངས་ $a$  དང་ $b$  རི་ $a^2 > b^2$  ཡིན་ན།  $a^3 > b^3$  ཡང་དེ་བཞིན་ནོ། །
- ༡༣) གལ་ཏེ་ $b$  དེ་ $a$  ཡིས་བཤོ་རུང་ཆེ་ $b^3$  ཀྱང་ $a^3$  གྱིས་བཤོ་རུང་ངོ་། །
- ༡༤) གལ་ཏེ་ $a^2$  ཡི་མཇུག་མཐའི་གནས་9 ཡིན་ན།  $a^3$  གྱི་མཇུག་མཐའི་གནས་7 རེད།
- ༡༥) གལ་ཏེ་ $a^2$  གྱི་མཇུག་མཐའི་གནས་5 ཡིན་ན།  $a^3$  གྱི་མཇུག་མཐའི་གནས་25 རེད།
- ༡༦) གལ་ཏེ་ $a^2$  གྱི་མཇུག་མཐའི་གནས་སུ་ལྷད་ཀོར་ཆ་གྲངས་ཡོད་ན།  $a^3$  གྱི་མཇུག་མཐའི་གནས་སུ་ལྷད་ཀོར་ཡ་གྲངས་ཡོད།

$2^3 = 8$



**༡༧ སུམ་སྐྱུར་གཞི། Cube Roots**

གལ་ཏེ་ $n$  ཡོངས་རྩོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་ཐོག་ཡིན་ན། རིལ་གྲངས་ $m$  ཞིག་ལ་ $n = m^3$  ཡོད། འདིར་གྲངས་ $m$  རི་ $n$  གྱི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་(Cube Root) ཟེའ། དེར་བརྟེན། གལ་ཏེ་ $m^3 = n$  ཡིན་ན།  $m$  རི་ $n$  གྱི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ཡིན། དེའུ་ན། 2 རི་8 གྱི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ཡིན་ཏེ། ཡིན་པས་སོ། །

$5^3 = 125$  ཡིན་པས། 5 རི་125 ཡི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་རེད།  
 11 རི་1331 གི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ཡིན་པ་སྟེ།  $11^3 = 1331$  ཡིན་པས་སོ། །

གལ་སྲིད་ $n$  གྱི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ $m$  ཡིན་ན། ང་ཚོས་ $m = \sqrt[3]{n}$  ལྟར་འབྲི་འོ། །དེར་བརྟེན།  $2 = \sqrt[3]{8}$   
 $5 = \sqrt[3]{125}$       $11 = \sqrt[3]{1331}$  ལྟར་འབྲི་དགོས་སོ། །

འོག་གི་རེ་ལྷིག་༡་༡ དང་༡་༡ གྱི་ནང་དུ་གོ་རིམ་བཞིན་1000 བར་གྱི་ཡོངས་རྩོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་དང་དེ་དག་གི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་བཤོད་ཡོད།



རེ་ལུ་མིག་༡་༡

m	
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

རེ་ལུ་མིག་༡་༢

n	
1	1
8	2
27	3
64	4
125	5
216	6
343	7
512	8
729	9
1000	10

**མཚན།** ང་ཚོས་སུམ་སྐྱུར་གཞི་མཚོན་ཆེད་མཚོན་ཉམས་ $\sqrt[3]{}$  འདི་དང་། ཉམས་སྐྱུར་གཞི་མཚོན་ཆེད་ཉམས་ $\sqrt[3]{}$  འདི་སྤྱོད་ཀྱི་ཡིད། ལྷབས་བདེའི་ཆེད་དུ་ཉམས་སྐྱུར་གཞིའི་སྐབས་སུ་2 ལྟོ་ཉེ་ $\sqrt{}$  སྤྱོད་ཀྱི་ཡིད། གནད་འགག་འགའི་སྐབས་སུ་ཉམས་སྐྱུར་གཞི་ལའང་མཚོན་ཉམས་ $\sqrt[3]{}$  འདི་འབྲི་དགོས། ཡིན་ནའང་སུམ་སྐྱུར་གཞིའི་མཚོན་ཉམས་ $\sqrt[3]{}$  འབྲི་སྐབས་ང་ཚོས་3 དབྱེད་མི་རུང་།

ད་ཆ་ང་ཚོས་ཡོངས་རྒྱུ་གས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་སྤྲོད་ཐབས་ལམ་འགའ་འགྲེལ་བརྗོད་བྱ་

རྒྱ་ཡིན།



### ༡་༥ དཔེ་འགྲོས་བརྒྱུད་དེ་སུམ་སྐྱུར་གཞི་མཚོན་པ།    Cube Root Through a Pattern

རང་བྱུང་གྲངས་ཀྱི་ཉམས་སྐྱུར་ལྟར་སུམ་སྐྱུར་ལའང་དཔེ་འགྲོས་སློབ་ལུགས་པ་འགའ་གས་ཡོད་པ་གཤམ་གསལ།

$$2^3 = 8 \quad \therefore 2^3 - 1^3 = 7 = 1 + 1 \times 6 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$

$$3^3 = 27 \quad 3^3 - 2^3 = 19 = 1 + 1 \times 6 + 2 \times 6 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$

$$4^3 = 64 \quad 4^3 - 3^3 = 37 = 1 + 1 \times 6 + 2 \times 6 + 3 \times 6 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

$$9^3 = 729 \quad 9^3 - 8^3 = 217 = 1 + 1 \times 6 + 2 \times 6 + \dots + 8 \times 6$$

$$= 1 + 9 \times 8 \times 3$$

$$1 =$$

ཡང་།







$$1 + 7 = 2^3$$

$$1 + 7 + 19 =$$

$$1 + 7 + 19 + 37 = 4^3$$

$$1 + 7 + 19 + \dots + 217 =$$

དོ་སྣང་བྱེད་དགོས་པ་ཞིག་ལ།  $2^3$  རི་1, 7, 19, 37... སོགས་ཀྱི་གངས་ཀ་དང་པོ་གཉིས་ཀྱི་བརྗོལ་ས་  
 ཐོབ་ཡིན་པ་དང་། དེ་བཞིན་  $4^3, \dots$  རི་ 1, 7, 19, ... 217 བཅས་ཀྱི་གོ་རིམ་བཞིན་གངས་དང་པོ་  
 3, 4, ..., 9 བཅས་ཀྱི་བརྗོལ་ས་ཐོབ་རེད། གངས་འདི་དག་རི་  $1 + n \times (n-1) \times 3$  རང་  $n = 1, 2, 3, \dots$  སོགས་  
 གངས་ན་ཐོབ་པོ། །དེས་ན། ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུར་གངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུར་གཞི་འཚོལ་བར་ང་ཚོས་གངས་ཀ་དེ་ལས།

$$1 (= 1 + 1 \times 0 \times 3), 7 (= 1 + 2 \times 1 \times 3), 19 (= 1 + 3 \times 2 \times 3), 37 (= 1 + 4 \times 3 \times 3)$$

སོགས་ལྷན་ཀོར་མ་ཐོབ་བར་དུ་འཐེན་དགོས། ཐངས་ག་ཚོད་འཐེན་ཅིས་བརྒྱབ་པ་དེ་སྲུང་རྒྱུར་གཞི་རེད།

$$216 - 1 = 215, \quad 215 - 7 = 208, \quad 208 - 19 = 189, \quad 189 - 37 = 152,$$

$$152 - 61 = 91, \quad 91 - 91 = 0$$

ལྷན་ཀོར་ཐོབ་པའི་བར་དུ་ཐངས་དུག་འཐེན་ཡོད་པས།  $\sqrt[3]{216} = 6$  རེད།

ཐབས་ལམ་འདི་རི་གངས་ཚུང་དུ་འཛིན་སྲུང་རྒྱུར་གཞི་འཚོལ་བར་རྒྱུད་ཚོག་ལ། ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུར་གངས་  
 མིན་པའི་གངས་ཞིག་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུར་གངས་བརྗོལ་རྒྱུར་གངས་ཚུང་གོས་གང་ཞིག་སློམ་འཐེན་དགོས་སྐབས་ཀྱང་  
 རྒྱུད་ཚོག་གོ།

**ཅིས་དཔེ། 6.** 400 ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུར་ཡིན་མིན་ཚོད་ལྟ་བུས་ཏེ། གལ་སྲིད་མིན་ན། 400 ལས་གངས་  
 ཚུང་གོས་གང་འཐེན་ན་གངས་དེ་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུར་དུ་འགྱུར་རམ།

ལན།

$$400 - 1 = 399, \quad 399 - 7 = 392, \quad 392 - 19 = 373, \quad 373 - 37 = 336,$$

$$336 - 61 = 275, \quad 275 - 91 = 184, \quad 184 - 127 = 57$$

འཐེན་དགོས་པའི་གངས་རྗེས་མ་169 རི་57 ལས་ཆེ་བ་ཡིན་པས། བརྒྱད་མའི་འཐེན་ཅིས་བརྒྱབ་ན་ལྷན་ཀོར་  
 ཐོབ་ཀྱི་མེད། དེས་ན་400 རི་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུར་གངས་མིན། གལ་ཏེ་ང་ཚོས་400 ལས་57 འཐེན་ན་གོང་གི་





བརྒྱད་རིམ་དེའི་གོམ་པ་7 པར་སྐད་ཀོར་འབྲུང་། དེར་བརྟེན།  $400 - 57 = 7^3$

དེར་བརྟེན། དགོས་ངེས་གྲངས་ནི་57 (དང་རྗེས་འབྲས་ཀྱི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་རྒྱུར་ནི་343) རེད།

དེ་བཞིན། གལ་ཏེ་400 ལ་112 བསྐྱེད་ན་བརྗོད་མས་ཐོབ་512 ནི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་རྒྱུར་གྲངས་ཡིན།



### 3.6 གཅིག་གནས་གྲངས་རྒྱུད་དེ་སུམ་རྒྱུར་གཞི་འཛོལ་བ། Cube Root Using Unit Digit

སྐབས་འདིར་ང་ཚོས་མང་མཐར་གྲངས་གནས་དྲུག་ཅན་གྱི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་རྒྱུར་གྱི་སུམ་རྒྱུར་གཞི་འཛོལ་རྣངས་འགྲེལ་བཞིན་བྱ་རྒྱུ་ཡིན། རེ་ལྷོ་མིག་3 ལས་ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ། མཇུག་མཐའི་གྲངས་ཀ་0, 1, 4, 5, 6, 9 ཅན་གྱི་གྲངས་ཀའི་སུམ་རྒྱུར་གྱི་མཇུག་མཐའི་གྲངས་ནི་གོ་རིམ་ལྟར། 0, 1, 4, 5, 6, 9 བཅས་རེད།

ཡིན་ན་ཡང་། མཇུག་མཐའི་གྲངས་ཀ་2 ཅན་གྱི་སུམ་རྒྱུར་གྱི་མཇུག་མཐའི་གྲངས་ཀ་ནི་8 དང་གོ་རིམ་རྫོག་ཡོད། དེ་མ་ཟད་མཇུག་མཐའི་གྲངས་3 མམ་ཡང་ན་7 གྱི་སུམ་རྒྱུར་གྱི་མཇུག་མཐའི་གྲངས་ནི་གོ་རིམ་ལྟར་7 མམ་ཡང་ན་3 རེད། དེར་བརྟེན། ཡོངས་རྫོགས་སུམ་རྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་བརྟེན་ཏེ་ང་ཚོས་སུམ་རྒྱུར་གཞིའི་གཅིག་གནས་གྲངས་ཤེས་བྱུབ།

ང་ཚོས་མང་མཐར་གྲངས་གནས་དྲུག་ཅན་གྱི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་རྒྱུར་གྲངས་ཤིག་སྐྲངས་ན། གྲངས་དེའི་སུམ་རྒྱུར་གཞི་ལ་མང་མཐར་གྲངས་གནས་གཉིས་ལས་མེད། རྒྱ་མཚན་ནི། གྲངས་གནས་བདུན་ཅན་ཚུང་ཤོས་1000000 ( $= 100^3$ ) ཡི་སུམ་རྒྱུར་གཞི་100 ལ་གྲངས་གནས་གསུམ་ལས་མེད། ང་ཚོས་སུམ་རྒྱུར་གཞི་ཡི་གྲངས་གནས་གཉིས་དེ་གཤམ་གསལ་ལྟར་འཛོལ་ཡོ། །

**གོམ་པ། 1** གོང་དུ་འགྲེལ་བཞིན་བྱས་པ་བཞིན་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་རྒྱུར་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་བརྟེན་ཏེ་སུམ་རྒྱུར་གཞི་ཡི་གཅིག་གནས་གྲངས་འཛོལ་དགོས།

**གོམ་པ། 2** གལ་ཏེ་སྤྱི་གསལ་ནས་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་གསུམ་(གཅིག་གནས་དང་། བརྒྱ་གནས། བརྒྱ་གནས་བཅས་) བསྐྱེད་པ་དང་། གལ་ཏེ་རྣམས་གྲངས་མེད་ན་མཚམས་འདྲི་དགོས། གོམ་པ་དང་པོའི་གྲངས་གནས་ནི་སུམ་རྒྱུར་གཞི་རེད།

**གོམ་པ། 3** གོ་རིམ་གཉིས་པ་ནས་རྣམས་མཐའི་གྲངས་མེད་དགོས་པ་དང་། གྲངས་གནས་གཅིག་ཅན་ཆེ་ཤོས་གང་གི་སུམ་རྒྱུར་ལས་ཚུང་བའམ་མཉམ་པའི་གྲངས་དེ་ཚོལ། འདི་ནི་སུམ་རྒྱུར་གཞི་ཡི་བརྒྱ་གནས་གྲངས་རེད།

### ཅིས་དཔེ། 7. ག་གམ་གྱི་གྲངས་ཀའི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ།

- ཀ) 512
- ཁ) 2197
- ག) 117649
- ང) 636056

#### ལན།

- ཀ) 512 གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་2 ཡིན་པས།  $2^9 = 512$  ཡོད། གཅིག་གནས་དང་བཅུ་གནས། བརྒྱ་གནས་བཅས་བསྟུན་རྗེས། གྲངས་ཀ་ལྟག་མེད་པས། དགོས་ངེས་གྱི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ནི་8 རེད།
- ཁ) 2197 གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་7 ཡིན་པས།  $7^3 = 343$  རེད། གཡམས་ནས་གནས་གསུམ་བསྟུན་རྗེས་ལྟག་པའི་གྲངས་ནི་2 ཡིན་པ་དང་།  $2^7 = 128$  ལས་ཚུང་བའི་སུམ་སྐྱུར་ཚེ་གོས་ནི་1 རེད། དེར་བརྟེན། བཅུ་གནས་གྲངས་ནི་1 རེད། དེས་ན་དགོས་མཁོའི་སུམ་སྐྱུར་གཞི་ནི་13 རེད།
- ག) 117649 ཡི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་9 ཡིན་པས།  $3^8 = 6561$  རེད། གཡམས་སྤྱོད་ནས་གྲངས་གནས་གསུམ་བསྟུན་རྗེས་ལྟག་པའི་གྲངས་ནི་117 རེད།  $5^3 = 125 > 117$  དེར་བརྟེན།  $3^4 = 81 < 117$  རེད། དེར་བརྟེན།  $\sqrt[3]{117649} = 49$  རེད།
- ང) 636056 གི་སུམ་སྐྱུར་གཞིའི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་6 རེད། (རྒྱ་མཚན་ཅི་ཡིན་ནམ།) ཡང་།  $8^3 < 636$  དང་།  $9^3 > 636$  རེད། དེར་བརྟེན།  $\sqrt[3]{636056} = 86$  ཡིན་ནོ། །



### 7.2 རྒྱ་གྲངས་ལ་བཀྲལ་བའི་ཐབས་ཀྱིས་སུམ་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་བ།

#### Finding Cube Root by Prime Factorisation

ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ཞིག་ལ། ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་ཤིག་རྒྱ་གྲངས་ལ་བཀྲལ་ན། རྒྱ་གྲངས་ནམས་གསུམ་གསུམ་བྱས་ནས་ཡོང་གི་ཡོད། དེར་བརྟེན། ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་རིམ་པ་བརྒྱད་དེ་ $\sqrt[3]{n}$  འཚོལ་ཐུབ།

- 1)  $n$  རྒྱ་གྲངས་ལ་བརྒྱུལ་བ།
- 2) རྒྱ་གྲངས་གཅིག་པ་ཅན་གསུམ་རེ་རྟེན་དུ་བཞག་སྟེ། རྒྱ་གྲངས་གསུམ་རེ་ཡོད་པའི་ཚོ་ཁག་བཟོ་དགོས།
- 3) རྒྱ་གྲངས་གང་ཞིག་ཚོ་ཁག་གང་རུང་ནང་བསྟུན་ཐུབ་ཀྱི་མེད་ན། གྲངས་ $n$  རི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྐྱུར་གྲངས་མིན་



པས་བྱེད་རིམ་དེ་མཚམས་འཇོག་བྱ་དགོས།

༥། གལ་ཏེ་རྒྱ་གཞུང་སྐྱེད་ཚང་མ་ཚོ་ཁག་ནང་འདུས་ཡོད་ན། ཚོ་ཁག་རེ་ནས་རྒྱ་གཞུང་སྐྱེད་རེ་བྲངས་ཏེ། དེའི་བརྒྱུར་ཐོབ་འཚོལ་དགོས། བརྒྱུར་ཐོབ་དེ་ནི་ $n$  གྱི་སྲུང་སྐྱེད་གཞི་ཡིན།

**རྩིས་དཔེ། 8.**    ཀ) 91125    ཁ) 531441    ག) 551368 བཅས་ཀྱི་སྲུང་སྐྱེད་གཞི་ཚོལ།

ལན།

ཀ)  $91125 = 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

དེར་བརྟེན།  $\sqrt[3]{91125} = 5 \times 3 \times 3$   
 $= 45$

5	91125
5	18225
5	3645
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

ཁ)  $531441 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

དེར་བརྟེན།  $\sqrt[3]{531441} = 3 \times 3 \times 3 \times 3$   
 $= 81$

3	531441
3	177147
3	59049
3	19683
3	6561
3	2187
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

ག)  $551368 = 2 \times 2 \times 2 \times 41 \times 41 \times 41$

དེར་བརྟེན།  $\sqrt[3]{551368} = 2 \times 41$   
 $= 82$

2	551368
2	275684
2	137842
41	68921
41	1681
	41





## ༡.༤ མི་གྲངས་ཀྱི་སྐྱེས་སྐྱེས་གཉིས། Cube Roots of Negative Numbers

ཡོངས་རྒྱུ་གསལ་གཉིས་སྐྱེས་སྐྱེས་གྲངས་ $27 (= 3^3)$  དང་ $343 (= 7^3)$  ལ་བསམ་སྒྲོ་བྱེད་པ་དང་།  $27 \times 343 = 9261$  ཡང་ང་ཚོས་ཡོངས་རྒྱུ་གསལ་སྐྱེས་སྐྱེས་གྲངས་ཡིན་པ་ཤེས་ཀྱི་ཡོད། རྒྱ་མཚན་ནི། རིམ་གྲངས་གང་རུང་ $a$  དང་ $b$  ལ་  $a^3 \times b^3 = (a \times b)^3$  རེད། ད་ལྟོ་ང་ཚོས་ $9261$  གི་སྐྱེས་སྐྱེས་གཉིས་འཚོལ་ན།

$$= 21 = 3 \times 7 = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{343}$$

$$\text{དེ་ནི། } \sqrt[3]{27 \times 343} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{343}$$

$27$  དང་ $343$  ལ་དམིགས་བསམ་ལ་གང་ཡང་མེད། དོན་དངོས་སུ་ཡོངས་རྒྱུ་གསལ་སྐྱེས་སྐྱེས་གྲངས་གང་རུང་གཉིས་ལ་  $\sqrt[3]{x \times y} = \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y}$  རེད། དེའི་དོན་ནི། **ཡོངས་རྒྱུ་གསལ་སྐྱེས་སྐྱེས་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བརྒྱུ་རྩེབ་ཀྱི་སྐྱེས་སྐྱེས་གཉིས་ནི། གྲངས་དེ་གཉིས་ཀྱི་སྐྱེས་སྐྱེས་གཉིས་ཡི་བརྒྱུ་རྩེབ་ལོན།**

མཐའ་སྐྱོམ་འདི་ལ་བརྟེན་ནས་ང་ཚོས་རིམ་གྲངས་མེད་པའི་སྐྱེས་སྐྱེས་གཉིས་འཚོལ་བྱེད།  
 རིམ་གྲངས་ཕྱི་ $m$  རྒྱལ་སྐྱེས།

$$\sqrt[3]{9261} - m = -1 \times m$$

$$\text{དེར་བརྟེན། } \sqrt[3]{-m} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{m}$$

$$\text{ཡིན་ནའང་། } \sqrt[3]{-1} = -1, \quad \text{རྒྱ་མཚན་ནི། } (-1)^3 = -1 \text{ ཡིན་པས་སོ།}$$

$$\text{དེར་བརྟེན། } \sqrt[3]{-m} = -\sqrt[3]{m}$$

### རྩིས་དཔེ། 9. ག་གམ་གསལ་ཁག་གི་སྐྱེས་སྐྱེས་གཉིས་ཚོལ།

- ཀ)  $-125$                       ཁ)  $-343$                       ག)  $-2197$

ལན།

$$\text{ཀ) } \sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5 \quad (\because 5^3 = 125)$$

$$\text{ཁ) } \quad \quad \quad = -\sqrt[3]{343} = -7 \quad (\because 7^3 = 343)$$

$$\text{ག) } \quad \quad \quad = -\sqrt[3]{2197} = -13 \quad (\because 13^3 = 2197)$$



## ༡.༧ རྒྱལ་ས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི། Cube Roots of Rational Numbers

ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱར་ཐོབ་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི་ལྟར་ངའོར་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསོལ་ཐོབ་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི་ཡའང་གཤམ་གསལ་ལྟར་སློམ་ཚིག་ཀྱུག་ཐུབ་སྟེ།

$$\text{གལ་སྲིད་ } x \text{ དང་ } y \quad \text{ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་གྲངས་ཡིན་ན།} \quad = \quad \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} \quad \text{ཡིན། དེའི་}$$

དོན་ནི། ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསོལ་ཐོབ་ནི། གྲངས་དེ་གཉིས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་གཞིའི་བསོལ་ཐོབ་ཡིན།

དོ་སྣང་བྱ་རྒྱུར།  $\sqrt[3]{x}$  དང་  $\sqrt[3]{y}$  རིམ་གྲངས་དང་།  $\sqrt[3]{y} \neq 0$  མིན་པས་  $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}$  ཞི་རྒྱལ་ས་ལྡན་གྲངས་རེད། དེར་བརྟེན། བྱ་ཆ་དང་མ་ཆ་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་རྒྱུ་གྲངས་ཡིན་པའི་རྒྱལ་ས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི་ཡང་རྒྱལ་ས་ལྡན་གྲངས་རེད། སྲུང་རྒྱུ་གཞིའི་བྱ་ཆ་ནི་གྲངས་དེའི་བྱ་ཆའི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི་དང་། སྲུང་རྒྱུ་གཞི་ཡི་མ་ཆ་ནི་གྲངས་དེའི་མ་ཆའི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི་རེད།

### ཕྱི་ས་དཔེ། 10.    ཀ) $\frac{343}{125}$    ཁ) $\frac{-27}{512}$    ག)    བཅས་ཀྱི་སྲུང་རྒྱུ་གཞི་ཚོལ།

ལན།

$$\begin{aligned} \text{ཀ)} \quad &= \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{\sqrt[3]{7 \times 7 \times 7}}{\sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}} = \frac{7}{5} \\ \text{ཁ)} \quad &\sqrt[3]{\frac{-27}{512}} = \frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{512}} = \frac{-\sqrt[3]{3 \times 3 \times 3}}{\sqrt[3]{8 \times 8 \times 8}} = \frac{-3}{8} = \\ \text{ག)} \quad &\sqrt[3]{\frac{-2197}{1331}} = \frac{-\sqrt[3]{2197}}{\sqrt[3]{1331}} = \frac{-\sqrt[3]{13 \times 13 \times 13}}{\sqrt[3]{11 \times 11 \times 11}} = \frac{-13}{11} = \end{aligned}$$





# སྐྱོད་ཚན། 2.2



༡། བྱངས་ཀྱི 1, 7, 19, 37, 61, 91, 127, 169, 217, 271, 331, 397 བཅས་བསྐྱེད་མར་འཐེན་ཏེ་གཤམ་གསལ་བྱངས་ཀའི་སུམ་སྐྱར་གཞི་ཚོལ།

- ཀ) 64
- ཁ) 512
- ག) 1728

༢། རྩི་བ་དང་པོའི་ཐབས་ཤེས་སྤྱད་དེ་གཤམ་གསལ་བྱངས་རྣམས་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྐྱར་བྱངས་ཡིན་མིན་ཚོད་ལྟ་གྱིས།

- ཀ) 130
- ཁ) 345
- ག) 792
- ང) 1331

༣། རྩི་བ་གཉིས་པའི་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྐྱར་བྱངས་མིན་པའི་བྱངས་རྣམས་ལས་བྱངས་རྒྱུ་ཤོས་གང་ཞིག་འཐེན་ན་དེ་དག་ཡོངས་རྫོགས་སུམ་སྐྱར་བྱངས་སུ་འགྱུར་རམ། དེ་དང་མཐུན་པའི་སུམ་སྐྱར་གཞི་རྣམས་ཚོལ།

༤། གཤམ་གསལ་བྱངས་ཀྱི་རྣམས་ཀྱི་སུམ་སྐྱར་གཞི་ཡི་གཅིག་གནས་བྱངས་ཚོལ།

- ཀ) 226981
- ཁ) 13824
- ག) 571787
- ང) 175616

༥། རྩི་བ་བཞི་པའི་བྱངས་ཀྱི་རྣམས་ཀྱི་སུམ་སྐྱར་གཞི་ཡི་བཅུ་གནས་བྱངས་ཚོལ།

༦། གཅིག་གནས་དང་བཅུ་གནས་བྱངས་བཅོལ་ཏེ་གཤམ་གསལ་བྱངས་རྣམས་ཀྱི་སུམ་སྐྱར་གཞི་ཚོལ།

- ཀ) 389017
- ཁ) 91125
- ག) 110592
- ང) 46656

༧། རྩི་བྱངས་ལ་བཀྲལ་ཏེ་གཤམ་གསལ་བྱངས་ཀྱི་སུམ་སྐྱར་གཞི་ཚོལ།

- ཀ) 250047
- ཁ) 438976
- ག) 5927041
- ང) 614125

༨། སུམ་སྐྱར་གཞི་ཚོལ།

- ཀ) -226981
- ཁ) -13824
- ག) -571787
- ང) -175616

༩། གཤམ་གསལ་གནས་རྒྱུ་ཤོས་སྤྱད་དེ་བྱངས་ཀྱི་2460375, 20346417, 210644875, 57066625 བཅས་ཀྱི་སུམ་སྐྱར་གཞི་ཚོལ།

ཀ)  $2460375 = 3375 \times 729$                       ཁ)  $20346417 = 9261 \times 2197$

ག)  $210644875 = 42875 \times 4913$               ང)  $57066625 = 166375 \times 343$

(བད་ལྟོན།  $a^3b^3 = (ab)^3$ )



101 སྲུང་སྲུང་གཞི་ཚོལ།

ཀ)  $\frac{729}{2197}$

ཁ)  $\frac{3375}{4913}$

ག)  $\frac{9261}{42875}$

ང)  $\frac{343}{166375}$

102 ག་གམ་གསལ་གངས་ནམས་ལ་སྲུང་སྲུང་གཞི་ཡོད་མེད་རྟོག་ཞིབ་གྱིས། གལ་སྲིད་མེད་ཚེ་དེ་ལ་གངས་ཚུང་གོས་གང་གིས་སྲུང་ན་བསྲུང་སྲོལ་ལ་སྲུང་སྲུང་གཞི་འོང་གི་ཡོད་མེད་ཚོལ།

ཀ) 3087

ཁ) 33275

ག) 120393

103 ངོ་བོ་ཉེ པའི་གངས་ནམས་ལ་གངས་ཚུང་གོས་གང་གིས་བསོས་ན་བསོས་སྲོལ་ལ་སྲུང་སྲུང་གཞི་འོང་ངམ།







### དྲན་པར་གྱིས།

- 1) རིལ་གྲངས་ $m$  གང་ཞིག གལ་ཏེ་  $n = m^3$  ཡིན་ན།  $n$  རིལ་གྲངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་ཡིན།
- 2) གལ་ཏེ་ $n$  རིལ་གྲངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་དང་།  $n = m^3$  ཡིན་ན་ $n$  གྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ནི་ $m$  རེད།  $n$  གྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ནི་ $\sqrt[3]{n}$  རྩར་འབྲིའོ། །
- 3) ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ཡི་གཅིག་གནས་གྲངས་དེ་ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་དེའི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་བརྟུན་ན་ཤེས་བྲུབ།
- 4) ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ལྷུ་གྲངས་ལ་བཞུགས་ཏེ་མཚོན་བྲུབ།
- 5) ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱུར་ཐོབ་ཀྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ནི། ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་དེ་གཉིས་ཀྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞིའི་བསྐྱུར་ཐོབ་དང་མཚུངས།  
དེ་ནི།  $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$  འདྲི་ $a$  དང་ $b$  རིལ་གྲངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་ཡིན།
- 6) ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་གཉིས་ཀྱི་བསྐྱུར་ཐོབ་ཀྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ནི། ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་དེ་གཉིས་ཀྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞིའི་བསྐྱུར་ཐོབ་དང་མཚུངས། དེའི་དོན་ནི།  
 $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$  ,  $b \neq 0$  རྟེ།  $a$  དང་ $b$  རིལ་གྲངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་གྲངས་ཡིན།
- 7) ཡོངས་རྫོགས་སྲུང་སྐྱུར་མོ་གྲངས་ཀྱི་སྲུང་སྐྱུར་གཞི་ནི་མོ་གྲངས་རང་ཡིན།

