



སློབ་ཚན་དང་པོ། ཉིས་ཚུར་དང་ཉིས་ཚུར་གཞི།

CHAPTER 1 : SQUARE AND SQUARE ROOTS

༡.༡ རོ་སློབ། Introduction

འཛིན་གྲགས་མའི་ནང་དུ་འཛོམས། ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ཤོ་དོན་རྒྱ་བསྐྱེད་དེ་**རིམ་གྲངས་ཀྱི་སྟོན་གྲངས་** (Integral Exponent) གྲུང་སྒངས་སྐོར་སྒྲུངས་ཡོད། སྟོན་གྲངས་² ཡིན་སྐབས། དེ་ལས་ཐོབ་པའི་གྲངས་ལ་**ཉིས་ཚུར་རམ་ཉིས་ཚུར་གྲངས་** (Square Number) ཟེར་བ་དང་། ² ཀྱི་འོག་གྲངས་དེ་ལ་**ཉིས་ཚུར་གྱི་ཉིས་ཚུར་གཞི་** (Square Root) ཟེར། སློབ་ཚན་འདིའི་ནང་། རོ་སྐོར་ཉིས་ཚུར་གྲངས་དང་། དེའི་ཉིས་ཚུར་གཞི་ཡི་སྐོར་སྒྲུང་རྒྱ་ཡིན།

སྟོན་དུ་རོ་སྐོར་ཉིས་ཚུར་གྲངས་འགའ་ཞིག་གི་ཕྱིས་དཔེ་འགྲེལ་བཤད་བྱ་རྒྱུ་དང་། དེ་རྗེས་གྲངས་གནས་གཉིས་དང་གསུམ་ཅན་གྱི་གྲངས་ཀྱི་ཉིས་ཚུར་སྟོན་པའི་ཐབས་ལམ་བཤད་རྒྱ་ཡིན། དེ་ནས་རོ་སྐོར་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་ (དེ་ནི་རིམ་གྲངས་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་) ཀྱི་ཉིས་ཚུར་གཞི་དེ་རྒྱ་རྒྱུན་གྲངས་ལ་བཀོལ་བའི་ཐབས་ལམ་བརྒྱུད་ནས་སྒྲུང་རྒྱ་ཡིན་པ་མ་ཟད། རོ་སྐོར་བཤོད་ཕྱིས་ཀྱི་ཐབས་ལམ་སླད་དེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་དང་། ལུགས་ལྡན་གྲངས། སིལ་གྲངས་བཅས་ཀྱི་ཉིས་ཚུར་གཞི་འཛོལ་སྒྲངས་སྒྲུང་རྒྱ་ཡིན། གལ་ཏེ་གྲངས་ཤིག་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་མིན་ན། དེའི་ཉིས་ཚུར་གཞི་རིམ་གྲངས་ཐོག་འཛོལ་མི་ཐུབ། འོན་ཀྱང་རོ་སྐོར། སླད་ཟེན་པའི་གྲངས་ཤིག་གི་ཉིས་ཚུར་དང་ཉེ་མཚུངས་ཡིན་པའི་གྲངས་ཆའམ་སིལ་གྲངས་འཛོལ་ཐབས་བྱ་ཚོགས། འདི་ལྟ་བུའི་གྲངས་ལ་**ཉེ་མཚུངས་ཉིས་ཚུར་གཞི་** (Approximate Square Root) ཟེར། འདིར་རོ་སྐོར་བཤོད་ཕྱིས་ཀྱི་ཐབས་ལམ་སློབ་དོ། །

༡.༢ གྲངས་ཀྱི་ཉིས་ཚུར་དང་ཉིས་ཚུར་གྲངས།

Square of a Number and Square Number

གལ་ཏེ་ m དང་ n རི་ $n = m^2$ ལྟར་རང་བུར་གྲངས་ཡིན་ན། n རི་ m ཡི་ཉིས་ཚུར་དང་། གྲངས་ n རི་ **ཉིས་ཚུར་གྲངས་** (Square Number) རེད། དཔེར་ན། $4 (= 2 \times 2 = 2^2)$ རི་² ཡི་ཉིས་ཚུར་ཡིན་པས། དེ་ནི་ཉིས་





ལྷུར་གྲངས་ཡིན་ནོ། །ལེ་ཚན་འདིའི་གཤམ་གྱི་རེའུ་མིག་༡༡ ནང་རང་བྱུང་གྲངས་20 བར་གྱི་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་པགོད་ཡོད་པར་བརྟེན། དེར་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་400 བར་གྱི་ཐོ་གཞུང་ཡོད། རིམ་གྲངས་གྱི་ཉིས་ལྷུར་ལ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་

ལྷུར་ (Perfect Squares) ཡང་ཟེེད།

ང་ཚོས་མཐོང་གསལ་ཞིག་ལ། རང་བྱུང་གྲངས་ཚང་མ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་མིན་ལ། གྲངས་ཀ་100 ནང་ཚུད་དུ་གྲངས་ཀ་བརྒྱ་རང་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་ཡིན་པ་ཞི། རེའུ་མིག་༡༡ ལ་བལྟས་ན་འང་ཤེས་ཐུབ། གྲངས་ཀ་10000 ཡི་བར་དུ་བརྩིས་ན་གྲངས་ཀ་བརྒྱ་ཐམ་པ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་ཡིན། གྲངས་ཀ་3 དང་50, 1700 སོགས་ཞེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་རམ་ཡང་ན་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་གང་ཡང་མིན།

ཉིས་ལྷུར་གྲངས་དང་འབྲེལ་བའི་དོ་རྣང་བྱ་དགོས་པའི་གནད་དོན་འགའ་ཞིག་གཤམ་གསལ།

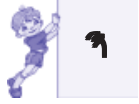
- ༡། ཐོག་མར་གྲངས་གང་དེ་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་ཡིན་མིན་ལ་བལྟ་དགོས།
- ༢། ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་གྲངས་དེ་གྲངས་གང་ཞིག་གི་ཉིས་ལྷུར་ཡིན་མིན་བལྟ་དགོས།

གནད་དོན་འདི་དག་ཚན་རིག་དང་འཕུལ་རིག་གི་སྐབས་སུ་ཤེད་སྲོད་ཆེན་པོ་ཡོད། འདི་དག་དང་འབྲེལ་བའི་གཞི་རྩའི་ཐོ་རྟོགས་ལེགས་པོ་ཡོང་ཆེད། ཐོག་མར་ང་ཚོས་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་གྱི་བྱད་ཚོས་དང་དཔེ་འགྲོས་ཁ་གསལ་ལ་ལྟ་ཞིབ་བྱ་རྒྱུ་དང་། དེ་ནས་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ལྷུར་མིན་པའི་རིགས་ལའང་འདུག་པར་བྱའོ། །

རེའུ་མིག་༡༡ 1 ནས་20 བར་གྱི་ཉིས་ལྷུར།

གྲངས།	ཉིས་ལྷུར།	གྲངས།	ཉིས་ལྷུར།
1	1	11	121
2	4	12	144
3	9	13	169
4	16	14	196
5	25	15	225
6	36	16	256
7	49	17	289
8	64	18	324
9	81	19	361
10	100	20	400





༡.༧ ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་འགའི་ཁྱད་ཚོས་དང་དཔེ་འགྲེལ།

༡) ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་ཀྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མར 2, 3, 7, 8 བཅས་མེད། རེ་འུ་མིག་༡་༡ ལ་འུ་ལྷག་ཙམ་བརྟམས་ན། ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་ཀྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མར 0, 1, 4, 5, 6, 9 བཅས་ཡོད། གྲངས་ཀ་1 ནས་ 20 བར་དུ་མ་ཟད། གྲངས་གཞན་ཚང་མའི་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མར ཡང་གྲངས་གནས་དེ་དག་ཡོད་ཅིང་། གྲངས་གནས་གཅིག་ལས་མང་བའི་གྲངས་ཀ་ n ཞིག་གྲངས་ཉེ་ཉི་ལྗེ་སྐར་ཤོས། དེ་ནས་ n གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་གྲངས་གྲངས་ཉེ་ཉི་ལྗེ་སྐར་ཚོལ། ཉི་ལྗེ་སྐར་འདི་ཡི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་ n^2 གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་དང་མཚུངས། ཚོག་གཞན་གྱིས་བརྗོད་ན། གྲངས་ཀ་གང་རུང་ཞིག་གི་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་ནི་0, 1, 4, 5, 6, 9 བཅས་ལས་གང་རུང་ཞིག་ཡིན། དེའི་གོ་དོན་ནི། གཅིག་གནས་གྲངས་2, 3, 7, 8 བཅས་ཡིན་ཚེ་དེ་དག་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐར་མིན། དེར་བརྟེན་གྲངས་ཀ་52, 793, 15857, 888888 བཅས་ནི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐར་མ་རེད། དེ་ལྟ་ན་ང་ཚོས་གཅིག་གནས་གྲངས་0, 1, 4, 5, 6, 9 ཡིན་པ་རྣམས་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐར་ཡིན་ཞེས་བརྗོད་ཐུབ་བམ། གལ་ཏེ་ཐུབ་ན། 10, 11, 14, 15, 26, 19 སོགས་ཅི་ཡིན་ནམ།

དོ་སྙད། ང་ཚོས་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་ a དེ་གཅིག་གནས་གྲངས་ a ཡིན་པའི་དོན་ལ་བརྟམ་བར་གྱི།

༡) གྲངས་ཤིག་གི་གཅིག་གནས་གྲངས་ཤེས་པ་ཡིན་ན། གྲངས་ཀ་དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྱི་གྲངས་གཅིག་གནས་གྲངས་འཚོལ་ཐུབ། གལ་ཏེ་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་1 ཡང་ན་9 ཡིན་ན། དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་1 ཡིན། གྲངས་གནས་མཐའ་མ་2 ཡང་ན་8 ཡིན་ན་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་4 ཡིན། གྲངས་མཐའ་མ་3 ཡང་ན་7 ཡིན་ན་དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་མཐའ་མ་9 ཡིན་པ་མ་ཟད། གཅིག་གནས་གྲངས་4 ཡང་ན་6 ཡིན་པའི་གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་6 ཡིན། གལ་ཏེ་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་5 ཡང་ན་0 ཡིན་ན། དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐར་ཡང་རིམ་པ་བཞིན་5 ཡང་ན་0 ཡིན་ནོ། །

༢) ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་ཀྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མའི་ལྗང་ཀོར་གྲངས་ནི་དུས་ནམ་ཡང་ཚེ་ཁོ་ན་འབྱུང་། གལ་ཏེ་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་(50) ཡིན་ན། དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐར་(2500) གྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མར་ལྗང་ཀོར་ཉི་ལྗེ་སྐར་ཐུབ་ཡོད། དོན་དངོས་ཐོག་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་ཀྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མའི་ལྗང་ཀོར་ནི་གྲངས་ཀ་དེའི་གྲངས་གནས་མཐའ་མའི་གྲངས་ཀྱི་ལྗང་ཀོར་གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐར་ཐུབ་ཡིན། དཔེར་ན། $90000 = 300^2$ ། དེར་བརྟེན། གྲངས་གནས་མཐའ་མར་ལྗང་ཀོར་ཡ་གྲངས་ཡིན་པ་རྣམས་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐར་གྲངས་ཡིན་མི་

300²





སྲིད་དོ། །

- ཅ) གལ་ཏེ་གྲངས་ཀ་ཞིག་ཆ་གྲངས་(ཡང་ན་ཡ་གྲངས།) ཡིན་ན་དེའི་ཉི་མཱ་རྒྱུ་ཡང་དེ་བཞིན་ཡིན་ནོ། །དོན་གཞན་འདི་ནི་རེ་བྱ་མིག་ཉ་ཉ ལས་གྲངས་ཀ་20 བར་ཞིབ་བཤེར་བྱ་ཐུབ། རྗེས་འབྲས་འདི་ནི་དྲག་ཏུ་གཅིག་ཏུ་ངེས་པ་དོན་ཚན་གཉིས་པ་ལས་ཉེ་གས་ཐུབ། (ཆ་གྲངས་ཀྱི་གྲངས་གནས་མཐའ་མ་0, 2, 4, 6, 8 དང་ 1, 3, 5, 7, 9 ཡིན་པས་སོ།།)
- ཆ) ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་གྲངས་གང་ཞིག་3 གྱིས་བཤོས་ཚེ་དེའི་བཤོས་ཐོབ་0 རམ་ཡང་ན་1 ཐོབ་པ་དང་། རེ་བྱ་མིག་ཉ་ཉ གི་ཉི་མཱ་རྒྱུ་གྲངས་རྣམས་3 གྱིས་བཤོས་ནས་ཞིབ་བཤེར་བྱ་ཐུབ་ལ། རྗེས་འབྲས་འདི་ཡང་ཉི་མཱ་རྒྱུ་གྲངས་ཚང་མའི་སྐབས་སུ་དེ་རང་དུ་ངེས་སོ། །གཤམ་གྱི་རེ་བྱ་མིག་ནང་རྒྱ་གྲངས་གཞན་གྱིས་བཤོས་ན་བཤོས་སྟེང་འབྲུང་སྲིད་པ་རྣམས་བཀོད་ཡོད།

རེ་བྱ་མིག་ཉ་ཉ

བཤོད་བྱེད།	ཐོབ་སྲིད་པའི་བཤོས་སྟེང་ག
2	0, 1
5	0, 1, 4
7	0, 1, 2, 4
11	0, 1, 3, 4, 5, 9
13	0, 1, 3, 4, 9, 10, 12

- ཅ) ཤོང་གི་དོན་ཚན་ལྟ་པའི་ནང་འབྲུང་སྲིད་པའི་བཤོས་སྟེང་གི་ཐོ་གཞུང་ནི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་མིན་པའི་གྲངས་ཀའི་སྐབས་སུ་ཕན་ཐོགས་ཡོད། དཔེར་ན། གལ་ཏེ་ང་ཚོས་གྲངས་ཀ་ཞིག་3 གྱིས་བཤོས་རྗེས་བཤོས་སྟེང་ག་2 ཐོབ་ཚེ་གྲངས་དེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་མིན་པ་ཤེས་ཐུབ་པོ། །
- ཆ) གལ་ཏེ་ n ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་ཡིན་ན། $2n$ རི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་ཡོང་མི་སྲིད། ཕྱི་གས་གཞན་ནས་བཤད་ན། གལ་ཏེ་རང་བྱུང་གྲངས་ q སྐབས་སུ་ $n = q^2$ ཡིན་ན། ང་ཚོས་རང་བྱུང་གྲངས་ p ཞིག་ $2q^2 = p^2$ ཡིན་པ་རམ་ཡང་འཚོལ་མི་ཐུབ། གནས་སྟངས་འདི་རེ་བྱ་མིག་ཉ་ཉ ནང་གྲངས་200 ལས་ཚུང་བའི་སྐབས་སུ་ཞིབ་བཤེར་བྱ་ཐུབ། སྲིད་བཏང་འདི་ནི་བདེན་པ་ཡིན་ལ། དོན་དངོས་ཐོག་གལ་ཏེ་ t རྒྱ་གྲངས་དང་། n ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་ཡིན་ན། tn རི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་མཱ་རྒྱུ་མིན་ནོ། །



༩) གྲངས་གནས་1 རྒྱང་པ་ལས་གྲུབ་པའི་གྲངས་ཀྱི་ 1, 11, 111, སོགས་ཀྱི་ཉིས་ལྔ་རྒྱུ་གྱི་ཕྱི་སྒྲིབ་དཔེ་སློབ་སྒྲུབ་ལྟར་
པ་ཞིག་གཤམ་དུ་བསྟན་ཡོད་པས་དེར་བལྟ་བར་བྱའོ། །

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1 \\ &= 1\ 2\ 1 \\ &= 1\ 2\ 3\ 2\ 1 \end{aligned}$$

$$= 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$$

༡༠) ང་ཚོས་ཉིས་ལྔ་རྒྱུ་གྲངས་ཀྱི་ཕྱི་སྒྲིབ་དཔེ་སློབ་སྒྲུབ་པ་གཞན་ཞིག་བརྗོད་པར་བྱ་སྟེ།

$$\begin{aligned} &= 1 \\ &= 121 \quad \text{དང་} \quad 1 + 2 + 1 = \\ &= 12321 \quad \text{དང་} \quad 1 + 2 + 3 + 2 + 1 = \end{aligned}$$

9999999999²

$$= 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1 \quad \text{དང་} \quad 1 + 2 + \dots + 2 + 1 =$$

༡༠) ཡང་བསྐྱར་ང་ཚོས་ཕྱི་སྒྲིབ་དཔེ་གཞན་ཞིག་ལ་བལྟ་བར་བྱ་སྟེ།

$$\begin{aligned} 121 \times (1 + 2 + 1) &= 484 = 22^2 \\ 12321 \times (1 + 2 + 3 + 2 + 1) &= 110889 = \\ \text{དེ་ནི།} \quad 11^2 \times (11^2 \text{ གྱི་གྲངས་གནས་བསྐྱེམས་ཐོབ་}) &= 22^2 \\ 111^2 \times (111^2 \text{ གྱི་གྲངས་གནས་བསྐྱེམས་ཐོབ་}) &= \end{aligned}$$

$$111111111^2 \times (111111111^2 \text{ གྱི་གྲངས་གནས་བསྐྱེམས་ཐོབ་})$$





$$11^2 = 121$$

$$= 10201$$

$$10101^2 = 102030201$$

$$1010101^2 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots^2 = 10203040504030201$$

༡། དཔེ་འགྲོས་བརྟན་པ་དེ་རྣམས་སྲུང་དེ་གངས་ཀ་མ་ཚང་བ་རྣམས་ཚོལ་ཅིག།

$$1^2 + \quad + \quad = \quad 4^2 + \quad + \quad = 21^2$$

$$+ \quad + 6^2 = 7^2 \quad 5^2 + \quad + 30^2 = 31^2$$

$$3^2 + 4^2 + \quad = \quad 6^2 + 7^2 + \quad = \quad$$

༧། དཔེ་འགྲོས་གང་འོས་སྲུང་དེ་གཤམ་གསལ་རྣམས་ཁ་སྐོང་ས།

ཀ) $\frac{333^2}{12321} = \underline{\hspace{2cm}}$ ཁ) $\frac{666666^2}{12345654321} = \underline{\hspace{2cm}}$

༡༠། གཤམ་གྱི་བརྗོད་པ་རྣམས་ལ་འགྲིགས་ཉམས་དང་ནོར་ཉམས་རྒྱུ་བ།

- ཀ) ཉེས་སྦྱར་གངས་ཀྱི་གངས་གནས་ནི་ཆ་གངས་རེད།
- ཁ) ལྷ་གངས་ཀྱི་ཉེས་སྦྱར་ནི་ལྷ་གངས་རེད།
- ག) ཉེས་སྦྱར་གངས་གཉེས་ཀྱི་བརྗོད་པ་ཐོབ་ནི་ཉེས་སྦྱར་གངས་རེད།
- ང) ཉེས་སྦྱར་གངས་གཉེས་ཀྱི་དེ་བག་ནི་ཉེས་སྦྱར་གངས་རེད།
- ཅ) ཉེས་སྦྱར་གངས་གཉེས་ཀྱི་བརྗོད་པ་ཐོབ་ནི་ཉེས་སྦྱར་གངས་རེད།
- ཆ) ཉེས་སྦྱར་གངས་ནི་མོ་གངས་ནམ་ཡང་མིན།
- ཇ) 50 རས་60 བར་ཉེས་སྦྱར་གངས་གཅིག་ཀྱང་མེད།
- ན) 200 བར་ཉེས་སྦྱར་གངས་བཅུ་བཞི་ཡོད།





1.2 གྲངས་ཀ་ཉི་ལྗེས་སླུང་གཏོང་བའི་ཐབས་ལམ་གཞན།

Alternate Methods of Squaring Numbers



རིམ་གྲངས་ངེས་ཅན་ཞིག་གི་ཉི་ལྗེས་སླུང་འཛོལ་རྒྱ་ནི་ལས་སྐོལ་པོ་ཞིག་ཡིན། དེ་ནི་རིམ་གྲངས་དེ་རང་སླུང་ཐངས་གཅིག་གྲས་ན་འགྲིགས། གྲངས་ཀ་མང་པོ་ཡོད་པའི་སྐབས་སུ། སླུང་ཅིས་རྒྱག་རྒྱུ་ནི་ཁག་པོ་དང་དུས་ཚོད་འགོར་པོ་ཡོད། སྐབས་འདིར་ང་ཚོས་གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་དང་གསུམ་ཅན་ནམས་ནམ་རྒྱན་ལྟར་སླུང་ཅིས་རྒྱག་རྒྱུ་དོར་ཉེ། དེའི་ཉི་ལྗེས་སླུང་འཛོལ་སྐབས་ཀྱི་སླུང་ལམ་འཛོལ་རྒྱ་ཡིན། དེའི་ཐབས་ལམ་དང་པོ་ནི་གནའ་རབས་རྒྱ་གར་པའི་གྲངས་གཉིས་སླུང་ཅིས་རྒྱག་པའི་ཐབས་ལམ་སྟེ། གཞུང་རྒྱུག་ཐབས་ལམ་ལ་གཞི་བཅོལ་ཡོད། གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་ཉི་ལྗེས་སླུང་བྱ་ཚེད་གཏན་མཚུངས་སྟོན་པ་ནི།

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་གྱི་གྲངས་ ab (འདིར་ a རི་བཅུ་གནས་དང་ b རི་གཅིག་གནས་ཡིན།) ཉི་ལྗེས་སླུང་བྱ་ཚེད་ང་ཚོས་སླུང་པ་གསུམ་བཟོས་ཉེ། a^2 དང་ $2a \times b$, b^2 བཅས་གོ་རིམ་བཞིན་གཤམ་གསལ་ལྟར་འབྲེལ། $(ab = 86$ ང་ཚོས་དཔེ་མཚོན་དུ་བཀོད་ཡོད།)

སླུང་པ་དང་པོ།	སླུང་པ་གཉིས་པ།	སླུང་པ་གསུམ་པ།
a^2	$2a \times b$	b^2
$(8^2 = 64)$	$(2 \times 8 \times 6 = 96)$	$(6 \times 6 = 36)$

དེ་ནས་ང་ཚོས་གཤམ་གསལ་གྱི་གོ་རིམ་ལྟར་བྱེད།

གོ་མ་པ་༡ b^2 གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་འོག་ཐིག་རྒྱུ་བ། དེ་ནས་ b^2 གྱི་བཅུ་གནས་གྲངས་ཡོད་ན་སླུང་པ་གཉིས་པའི་ $2a \times b$ ལ་སྟོན།

a^2	$2a \times b$	
64	96	<u>36</u>
	+3	
	<u>99</u>	

གོ་མ་པ་༢ སླུང་པ་གཉིས་པའི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་འོག་ཐིག་བརྒྱབ་སྟེ་དེ་བཅུ་གནས་གྲངས་ཡོད་ན་སླུང་པ་དང་པོའི་ a^2 ལ་སྟོན་ཅིག

a^2	$2a \times b$	
64	96	<u>36</u>
+9	+3	
<u>73</u>	<u>99</u>	





གོ་མ་པ། ལྷ་ར་པ་དང་པོའི་གྲངས་ལ་འོག་ཐིག་རྒྱུ་བ།

a^2	$2a \times b$	
64		36
+9		
<u>73</u>		

འོག་ཐིག་ཡོད་པའི་གྲངས་གནས་ཀྱིས་ཉི་མཛུགས་འབྲུང་སྟེ།

$$86^2 = 7396$$

ཕྱི་ས་དཔེ། 1. ཀ) 65 དང་། ཁ) 37 གྱི་ཉི་མཛུགས་ཚོལ།

ཀ) 65×65

36	60	25
+6	+2	
<u>42</u>	<u>62</u>	

$$65^2 = 4225$$

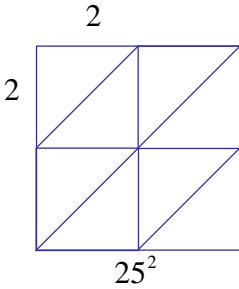
ཁ) 37×37

9	42	49
+4	+4	
<u>13</u>	<u>46</u>	

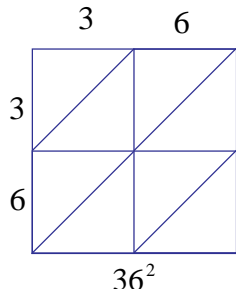
$$37^2 = 1369$$

གྲངས་གནས་མང་དུ་སོང་བ་ན་གཞུང་སློབ་ཐབས་ལམ་ཡང་དཀའ་དུ་འགྲོ་བེ་ཡོད། གནས་སྟངས་འདི་འདྲའི་སྐབས་སུ་ད་ཚོས་གཏད་ཐིག་ཐབས་ལམ་ (Diagonal Method) ཞེས་པའི་ཐབས་ཤེས་སློབ་ཀྱི་ཡིན། འདི་ཡང་གནའ་པོའི་རྒྱ་གར་བས་གྲངས་ཀྱི་ཉི་མཛུགས་ཕྱི་ས་རྒྱུ་ལའི་ཐབས་ལམ་སྟེང་པ་ཞིག་རེད། འདིར་ད་ཚོས་25, 36, 486 བཅས་ཉི་མཛུགས་བྱེད་སྐབས་གསལ་དོ་སློབ་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

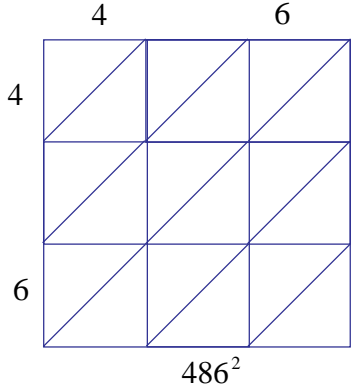
སློབ་དུ་ད་ཚོས་བྱ་བཞི་ཁ་གང་མ་བཟོ་དགོས་ལ། དེ་ནས་ད་ཚོས་བྱ་བཞི་ཁ་གང་མ་དེ་ནང་གསེས་ཁ་གང་མ་ཚུང་བ་དུ་མ་བཟོས་ཏེ། ཁ་གང་མ་རྣམས་ཀྱི་གཏད་ཐིག་བྱིས་ཏེ་ཉི་མཛུགས་བྱ་ཡུལ་གྱི་གྲངས་གནས་རྣམས་གསལ་གསལ་ལྟར་བྲིས།



དཔེ་རིས་ཀྱ་ཀ (ཀ)



དཔེ་རིས་ཀྱ་ཁ (ཀ)

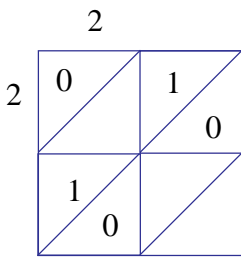


དཔེ་རིས་ཀྱ་ཁ (ཀ)

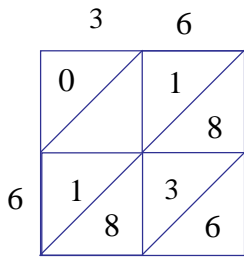




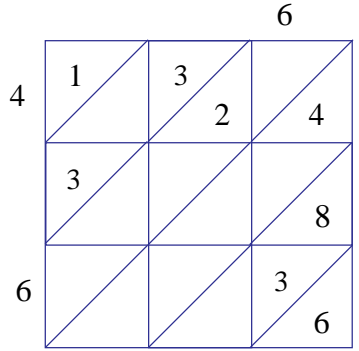
གྲུ་བཞི་མའི་གཡོན་ཕྱོགས་ཀྱི་གྲངས་གནས་སོ་སོས་སྐར་པའི་སྡེ་དེ་གི་གྲངས་གནས་དང་སྐར་པའི་བརྒྱུ་བཟུང་བའི་བརྒྱུར་ཐོབ་ཚུལ་རིམ་པ་བཞིན་གྲུ་བཞི་ཚུང་བ་(དཔེ་རིས་ཀྱ་ཉ་ཁ) (དཔེ་རིས་ཀྱ་ན་ཁ) (དཔེ་རིས་ཀྱ་ན་ཁ) ཁག་གི་ནང་གིས། གལ་ཏེ་བརྒྱུར་ཐོབ་གྲངས་གནས་གཅིག་ཅན་ཡིན་ན་གཏད་ཐིག་གི་འོག་ཏུ་འབྲི་དགོས་ལ། གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་ཡིན་ན་བརྒྱ་གནས་གྲངས་དེ་གཏད་ཐིག་གི་ལོང་དང་། གཅིག་གནས་གྲངས་དེ་གཏད་ཐིག་གི་འོག་ཏུ་འབྲི་དགོས།



དཔེ་རིས་ཀྱ་ཉ་(ཁ)

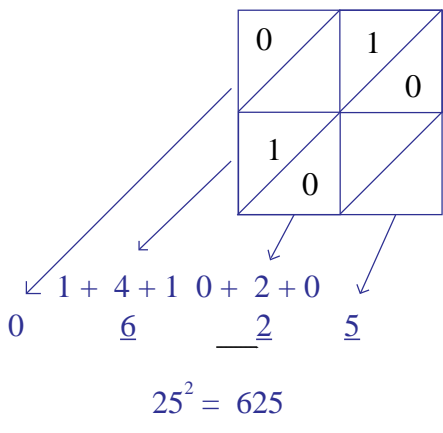


དཔེ་རིས་ཀྱ་ན་(ཁ)

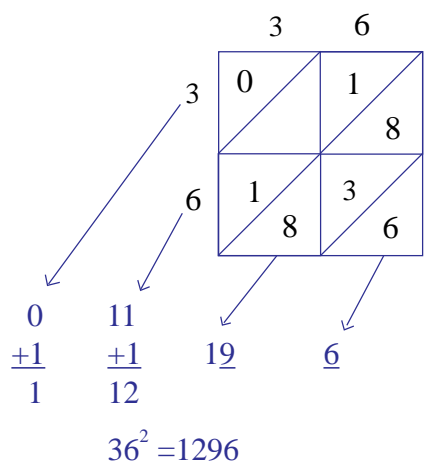


དཔེ་རིས་ཀྱ་ན་(ཁ)

གཏད་ཐིག་དམར་ཤོས་ནས་འགོ་བརྒྱུགས་ཏེ། གཏད་ཐིག་བརྒྱུད་པའི་གྲངས་གནས་ཚང་མའི་བརྒྱུ་བཟུང་བའི་ཀྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་འོག་ཐིག་ཚུལ། གལ་ཏེ་སྐར་གྲངས་ཡོད་ཚེ་གཏད་ཐིག་ལོང་མར་འབྲི་དགོས་ཤིང་། འོག་ཐིག་ཅན་གྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་དང་གཏད་ཐིག་མཐོ་ཤོས་ཀྱི་གྲངས་གནས་ཀྱི་བརྒྱུ་བཟུང་བའི་སྐར་པ་དེ་ལས་གྲངས་ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་ཐོབ་པོ། །ས་གནས་སྡེ་དེ་ལོད་སར་གྲངས་ལྡན་གོར་འབྲི་དགོས།(དཔེ་རིས་ཀྱ་ཉ་ག ཀ་ན་ག ཀ་ན་ག)



དཔེ་རིས་ཀྱ་ཉ་(ག)



དཔེ་རིས་ཀྱ་ན་(ག)





31 ཉི་མཁུར་ཚོལ།

- ཀ) 127 ཁ) 235 ག) 852 ཅ) 251 ཅ) 501

41 ག་གམ་གྱི་དཔེ་འགྲོས་བྲིས།

$$25^2 = 2 \times (2+1) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 25 = 625$$

$$45^2 = 4 \times (4+1) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 25 = 2025$$

$$115^2 = 11 \times (11+1) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 25 = 13225$$

དཔེ་འགྲོས་འདི་སྟུང་དེ་ཉི་མཁུར་ཚོལ།

- ཀ) 35 ཁ) 75 ག) 95 ཅ) 105 ཅ) 205

51 ག་གམ་གྱི་དཔེ་འགྲོས་བྲིས།

$$52^2 = (5^2+2) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 2^2 = 2704$$

$$= (5^2+7) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 7^2 = 3249$$

དཔེ་འགྲོས་འདི་སྟུང་དེ་ཉི་མཁུར་ཚོལ།

- ཀ) 51 ཁ) 54 ག) 56 ཅ) 58 ཅ) 59

61 ག་གམ་གྱི་དཔེ་འགྲོས་བྲིས།

$$511^2 = (250+11) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 11^2 = 261121$$

$$= (250+90) \text{བརྒྱ་ཐམ་པ} + 90^2 = 348100$$

དཔེ་འགྲོས་སྟུང་དེ་ཉི་མཁུར་བྲིས།

- ཀ) 209 ཁ) 515 ག) 525 ཅ) 580 ཅ) 534

71 ག་གམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་ཉི་མཁུར་གཏན་མཚུངས་ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ སྟུང་དེ་བྲིས།

- ཀ) 509 ཁ) 221 ག) 625

81 ག་གམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་ཉི་མཁུར་གཏན་མཚུངས་ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ སྟུང་དེ་བྲིས།

- ཀ) 491 ཁ) 189 ག) 575





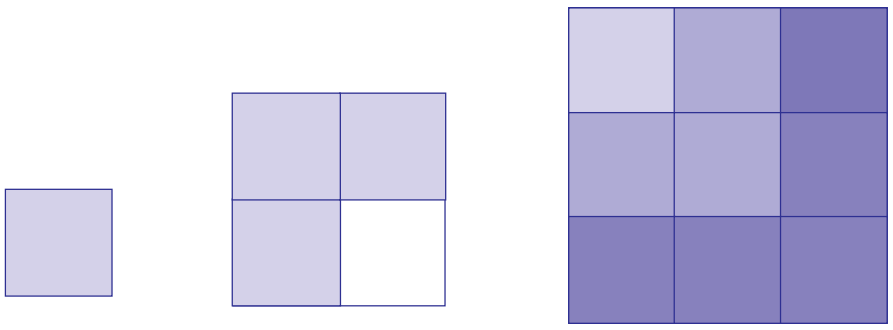
$(-3) \times (-3) = 16$ སློབ་མ་ལ་བརྟུན་ན་ཕོ་གངས་དང་། ཡང་ན་མོ་གངས་གང་རུང་གི་ཉེས་སྐྱུར་ནི་ཉེས་སྐྱུར་ཕོ་གངས་མེད། གཞན་ཉེས་སྐྱུར་ན་མོ་གངས་ནི་ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་མིན་པས་ལུགས་ལྡན་གངས་ཀྱི་ནང་དུ་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་མེད། (འོན་ཀྱང་གངས་ཀྱི་ལུགས་འགའ་ཞིག་དུ་ཕོ་གངས་ལའང་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ཡོད།)

གོང་དུ་ང་ཚོས་ $2^2 = 4$ ཡིན་པ་ཤེས་ཡོད། དེར་བརྟེན་ 2 དང་- 2 གཉིས་ཀར་ 4 ཡི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་མེད། ཉེས་སྐྱུར་གཞི་གཞན་རྣམས་ལའང་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་གཉིས་མེ་ཡོད་པས། གཅིག་ནི་ཕོ་གངས་(Positive) དང་གཅིག་མོས་དེ་མོ་གངས་(Negative) མེད། ཡིན་ནའང་སྐབས་འདིར་ང་ཚོས་ཕོ་གངས་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་(Positive Square Roots) ལ་བསམ་པར་བྱ་སྟེ། མཚོན་ཉེས་སྐྱུར་དེ་བྲིས་ན་ 4 ཡི་ཕོ་གངས་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ནི་ $\sqrt{4}$ དང་། ཡང་ན་སྐབས་བདེར་ $\sqrt{4}$ ལྟར་འབྲི་དགོས། མཚོན་ཉེས་སྐྱུར་ $\sqrt{\quad}$ ཡིས་ཕོ་གངས་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་མཚོན་གྱི་ཡོད། དེས་ན་ $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{4} \neq -2$ བྲིས་ན་མི་འགྲིགས།

ང་ཚོས་ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གངས་ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་སྒྲུབ་ཀྱི་ཐབས་ལམ་འགའ་འཆད་པར་བྱའོ།།

ང་ཚོས་མཚོང་གསལ་ལྟར། $1 = 1^2$
 $1 + 3 = 2^2$ (ཡ་གངས་དང་ཕོ་གཉིས་ཀྱི་བརྗོད་མཐོང་ཐོབ་ནི་ =)
 $1 + 3 = 3^2$ (ཡ་གངས་དང་ཕོ་གསུམ་གྱི་བརྗོད་མཐོང་ཐོབ་མི་ =)

སྐྱུར་ཡ་གངས་དང་ཕོ་ n ཡི་བརྗོད་མཐོང་ཐོབ་ནི་ n^2 ཡིན་ཏེ། $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ ལྟ་བུའོ།།



དཔེ་རིས་༡་༧

ང་ཚོས་མཐའ་སློབ་འདི་སྐྱུར་དེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གངས་ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་བཙལ་ཏེ། གངས་ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་དགོས་པར་ཆ་ཞོག་གངས་ཀྱི་ n ལས་གངས་ 1, 3, 5, ... བརྒྱུད་རིམ་བཞིན་འཐེན། གལ་ཏེ་ n ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གངས་ཡིན་ན་སྐབས་ཤིག་དུ་ང་ཚོར་ 0 ཐོབ་མཚམས་སྐྱུར་ཐངས་ཇི་ཙམ་འཐེན་ཡོད་པའི་གངས་





དེ་ནི་ n ཡི་ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གཞི་རེད། དཔེར་ན། ང་ཚོས་ $49 = 7^2$ ལྟ་བུ་ལ་ཆ་བཞག་ན།

- ཀ) $49 - 1 = 48$ ཁ) $48 - 3 = 45$
- ག) $45 - 5 = 40$ ཅ) $40 - 7 = 33$
- ཅ) $33 - 9 = 24$ ཆ) $24 - 11 = 13$
- ཇ) $13 - 13 = 0$

འདིར་འཐེན་ཚིས་ཐངས་བདུན་བརྒྱབ་ཡོད་ལ། $\sqrt{49} = 7$ འདི་ནི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་སྤངས་སྤབས་བའི་ཤོས་ཤིག་རེད། གྲངས་ཀ་རྒྱུང་དུ་འོ་སྐབས་སུ་ལས་སྒྲིབ་ཡོད་ཀྱང་གྲངས་ཀ་ཆེན་པོའི་སྐབས་སུ་ཚི་ཐབས་དེ་འགོར་ཡུན་ཆེ། ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གཞི་འདོན་སྤངས་ཀྱི་ཐབས་ལམ་ལེགས་པོ་གཞན་ཞིག་ཀྱང་ཡོད།

༡.༦ རྒྱ་གྲངས་བཀོལ་བའི་ཐབས་ལམ་སྤྱད་དེ་ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་བ། Prime Factorisation Method for Square Roots

གཤམ་གསལ་ལ་རྒྱ་གྲངས་བཀོལ་བ་ལ་བལྟ་བར་བྱའོ། །

$$6 = 2 \times 3 \qquad 6^2 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 3}$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \qquad 8^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2}$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \qquad 12^2 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3}$$

ང་ཚོར་དོ་སྣང་བྱུང་བ་ལ།

- ཀ) གལ་ཏེ་ p རི་ n གྱི་བཤོད་གྲངས་ཡིན་ན། $p \times p$ རི་ གྱི་བཤོད་གྲངས་ཡིན།
- ཁ) གལ་ཏེ་ p རྒྱ་གྲངས་དང་ $p \times p$ རི་ n^2 གྱི་བཤོད་གྲངས་ཡིན་ན། p རི་ n གྱི་བཤོད་གྲངས་ཡིན།
- ག) n^2 ཡི་བཤོད་གྲངས་རྣམས་ཆ་ཡིན་སྐབས་ཆ་རེའི་ནང་གི་བཤོད་གྲངས་གཉིས་ཀ་མཚུངས་དགོས།
དེར་བརྟེན། ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གྲངས་ n གྱི་ཉི་ལྗེས་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་བར་གཤམ་གསལ་གོ་རིམ་ལྟར་བྱ་དགོས།
- ཀ) n རྒྱ་གྲངས་སུ་བཀོལ་རྗེས། བཤོད་གྲངས་ཆ་བརྒྱགས་ཏེ། རྒྱ་གྲངས་ཆ་མཚུངས་པ་རྣམས་ཚུན་དུ་རྒྱགས།
- ག) དེ་ནས་རྒྱ་གྲངས་ཆ་རེ་ལས་གཅིག་རེ་བདམས་ཏེ་དེ་དག་བརྒྱུར་བར་བྱ།



༡། གཉིས་པའི་སྐབས་སུ་ཐོབ་པའི་བརྒྱུར་ཐོབ་ནི་ n གྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཡིན།

ཕྱི་སྲིད་༢.

8100 ཡི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ།

ལན།

$8100 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

དེར་བརྟེན། $\sqrt{8100} = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 90$

2	8100
2	4050
3	2025
3	675
3	225
3	75
5	25
	5

ཕྱི་སྲིད་༣.

2352 ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་རེད་དམ། གལ་ཏེ་མིན་ན། 2352 ལ་གྲངས་ཚུང་ཤོས་གང་གིས་བརྒྱུར་ན་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་འབྲུང་ངམ། གྲངས་ཀ་དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ།

ལན།

$2352 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7$

གོང་གི་ཕྱི་སྲིད་དེའི་རྒྱ་གྲངས་3 ལ་ཆ་མེད་པ་ང་ཚོས་གསལ་པོར་ཤེས་ཡིད་པས།

2352 རི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་མིན། གལ་ཏེ་ང་ཚོས་2352 ལ་3 གྱིས་བརྒྱུར་ན།

$2352 \times 3 = 7056 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$ འབྲུང་བས། ད་ཆ་རྒྱ་གྲངས་ཚང་

མར་ཆ་རེ་ཡོད། དེའི་རྒྱ་གྱིས་2352 \times 3 རྩོ། དེ་ནི་7056 རི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་རེད། དེས་ན་དགོས་ངེས་ཀྱི་གྲངས་ཚུང་ཤོས་ནི་3 རེད།

ཡང་ $\sqrt{7056} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$ ཡིན་ནོ།

2	2352
2	1176
2	588
2	294
3	147
7	49
	7

ཕྱི་སྲིད་༤.

9408 ལ་གྲངས་ཚུང་ཤོས་གང་གིས་བརྒྱུར་ན་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་ཐོབ་བམ། བརྒྱུར་ཐོབ་དེའི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ།

ལན།

$9408 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7$ གལ་ཏེ་ང་ཚོས་ 9408 དེ་3 གྱིས་བརྒྱུས་ན།

$9408 \div 3 = 3136 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$ འབྲུང་བས།

འདི་ནི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་རེད། དེར་བརྟེན། དགོས་ངེས་ཀྱི་གྲངས་ཚུང་ཤོས་ནི་3 རེད།

དེས་ན། $\sqrt{3136} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$ ཡིན་ནོ།



སློབ་ཚན། 1.3



- ༡། ག་ཤམ་གསལ་ལས་གངས་ཀ་གང་དག་ཡོངས་ཚོགས་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་ཡིན་ནམ།
 - ཀ) 81 ཁ) 92 ག) 121 ཅ) 132
- ༢། ག་ཤམ་གྱི་གངས་རྣམས་ཡོངས་ཚོགས་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གངས་ཡིན་མིན་ཞིབ་བཤེར་གྱིས།
 - ཀ) 153 ཁ) 252 ག) 408 ཅ) 441
- ༣། ག་ཤམ་གྱི་གངས་ཀ་ཁག་གི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞིའི་གཅིག་གནས་སུ་འོས་པའི་གངས་གནས་བྱིས། གངས་གང་དག་གི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་དེ་ཡ་གངས་རེད་དམ།
 - ཀ) 9801 ཁ) 99856 ག) 998001 ཅ) 657666025
- ༤། བསྐྱེད་མའི་འཕྲེན་ཅིས་(Repeated Subtraction) ཐབས་ལམ་སྤྱད་དེ་121དང་169 ཡི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞི་ཚོལ།
- ༥། རྒྱ་གངས་ལ་བརྒྱུ་བའི་ཐབས་ལམ་སྤྱད་དེ་ག་ཤམ་གྱི་གངས་ཀའི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞི་ཚོལ།
 - ཀ) 729 ཁ) 400 ག) 1764 ཅ) 4096
- ༦། ག་ཤམ་གྱི་གངས་ཀ་རྣམས་རྒྱ་གངས་ལ་བརྒྱུ་བའི་ནས་དེ་དག་གི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞི་ཚོལ།
 - ཀ) 7744 ཁ) 9604 ག) 5929 ཅ) 7056
- ༧། ག་ཤམ་གྱི་གངས་ཀ་རྣམས་ཡོངས་ཚོགས་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གངས་ཡིན་མིན་ཞིབ་བཤེར་གྱིས། གལ་ཏེ་ཡིན་ཚེ་དེ་དག་གི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞི་ཚོལ།
 - ཀ) 1936 ཁ) 8281
- ༨། ག་ཤམ་གྱི་གངས་རེ་རེའི་སྐབས་གངས་ཀ་རྒྱུ་འོས་གང་གིས་བརྒྱུ་བ་ན་བརྒྱུ་བ་ཐོབ་ཡོངས་ཚོགས་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གངས་འབྲུང་ངམ། ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གངས་དེའི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞི་ཡང་ཚོལ་ཅིག
 - ཀ) 180 ཁ) 1458 ག) 1200 ཅ) 1008 ཅ) 2028
- ༩། ག་ཤམ་གྱི་གངས་རེ་རེའི་སྐབས་སུ་གངས་ཀ་རྒྱུ་འོས་གང་གིས་བརྒྱུ་བ་ན་བརྒྱུ་བ་ཐོབ་ཡོངས་ཚོགས་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གངས་འབྲུང་ངམ། ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གངས་གང་ཞིག་ཐོབ་པ་དེའི་ཉི་མུ་རྒྱུ་རྒྱུ་གཞི་ཡང་ཚོལ་ཅིག





- ཀ) 180 ཁ) 3645 ག) 2800 ང) 45056

- 101) སློབ་གྲྭ་ཞིག་གི་འཛིན་གྲྭ་བརྒྱད་པའི་སློབ་ཕྲུག་ནམས་ཀྱིས་རྒྱལ་ཁབ་ངལ་སེལ་ཐེབས་ཚུ་ལ་ཞལ་འདེབས་སྒྲོར་2401 ཕྲལ་ཡོད། གལ་ཏེ་སློབ་ཕྲུག་རེ་རེས་སློབ་ཕྲུག་གི་གྲངས་དང་མཉམ་པའི་ཞལ་འདེབས་ཕྲལ་ཡོད་ན། འཛིན་གྲྭའི་ནང་སློབ་ཕྲུག་གྲངས་ཇི་ཡོད་ཚོལ།
- 111) ལུས་ཚལ་དགེ་ཅན་གྱིས་ཚེད་ཐང་ཉེང་སློབ་ཕྲུག་གྲངས་6000 ལྟར་པ་ཆ་མཉམ་དུ་སྒྲིག་གིན་ཡོད། གལ་ཏེ་སློབ་ཕྲུག་གྲངས་71 ལྟག་གི་ཡོད་ན་ལྟར་པ་གྲངས་གཚོད་ཡོད་དམ།



1.2 བཤོད་ཚུལ་ཐབས་ལམ་སྟུང་དེ་ཉིས་ཚུར་གཞི་འཛོལ་བ། Finding Square Roots by Division Method

རྒྱ་གྲངས་ལ་བརྒྱུལ་པའི་ཐབས་ལམ་ལས་ཉིས་ཚུར་གཞི་འཛོལ་རྒྱ་ཞི་གྲངས་ཀ་རྒྱུང་པའི་སྐབས་སུ་ལས་སྒྲུབ་པོ་ཡིན། ཡིན་ནའང་སྐབས་རེར་གྲངས་ཀྱི་བཤོད་གྲངས་འཛོལ་རྒྱ་ཁག་པོ་དང་དུས་ལུན་འགོར་པོ་ཡོད་པས། དཀའ་ཚོ་གཤམ་འདི་སེལ་ཆེད་ང་ཚོར་ཐབས་ལམ་གཞན་ཞིག་ཡོད་པ་ནི་བཤོད་ཚུལ་གྱི་ཐབས་ལམ་དེ་རེད།

འདིའི་ཆེད་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་ཀྱི་ཉིས་ཚུར་གཞི་ལ་གྲངས་གནས་གཚོད་ཡོད་པ་ཤེས་དགོས། ང་ཚོས་ཤེས་གསལ་ལ། $1^2 = 1$, $9^2 = 81$, $10^2 = 100$ བཅས་གྲངས་གནས་རྒྱུང་པའི་ཉིས་ཚུར་ལ་མང་མཐར་གྲངས་གནས་གཉིས་ཡོད། གྲངས་གནས་གསུམ་ཅན་རྒྱུང་པོས་ནི་100 ཡིན་པ་དང་། དེའི་ཉིས་ཚུར་གཞི་10 ལ་གྲངས་གནས་གཉིས་ལས་མེད་པས། གྲངས་གནས་གཅིག་ཅན་ནམ་ཡང་ན་གཉིས་ཅན་(ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་) གྲངས་ཀྱི་ཉིས་ཚུར་གཞི་ལ་གྲངས་གནས་གཅིག་ལས་མེད།

དེ་བཞིན། $10^2 = 100$, $99^2 = 9801$, $100^2 = 10000$ གལ་ཏེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་ལ་གྲངས་གནས་གསུམ་མམ་བཞི་ཡོད་ཆེ་དེའི་ཉིས་ཚུར་གཞི་ནི་གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་རེད། གལ་ཏེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་ཚུར་གྲངས་ལ་གྲངས་གནས་ལྔ་མམ་ཡང་ན་དུག་ཡོད་ཆེ་དེའི་ཉིས་ཚུར་གཞི་ནི་གྲངས་གནས་གསུམ་ཅན་སོགས་རེད།

ཉིས་ཚུར་གྲངས་ཀྱི་ཉིས་ཚུར་གཞི་ལི་གྲངས་གནས་འཛོལ་རྒྱའི་ཐབས་ཤེས་མགྲོགས་ཤོས་ཤིག་ནི་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་





གནས་ནས་འགོ་ཚུགས་ཏེ། གྲངས་གནས་ཆ་རེ་ལ་གོང་ཐིག་རེ་འགོད་དགོས། གལ་ཏེ་ n གྱི་གྲངས་གནས་ལ་གྲངས་ཡིན་ན་དེའི་གཡོན་མཐའི་གྲངས་གནས་རྒྱང་པ་དེ་ལའང་གོང་ཐིག་རྒྱུ་བ། གོང་ཐིག་གི་གྲངས་ནི་ \sqrt{n} ནང་གྲངས་གནས་གྱི་གྲངས་ཀ་རེད།

དཔེར་ན། གལ་ཏེ་ $n = 256$ ཡིན་ན། \sqrt{n} ནང་གྲངས་གནས་གཉིས་ཡོད། གང་ཡིན་ཞེ་ན། འདིར་ $(\overline{2})$ གཉིས་ཡོད། 783225 ཡི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ལ་གྲངས་གནས་གསུམ་ཡོད་དེ། $(\overline{78} \overline{32} \overline{25})$ བཅས་སོ།། གཤམ་དུ་ང་ཚོས་བཤོད་ཅིང་ཐབས་ལམ་སྟུང་དེ་531441 ལ་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་སྒྲངས་གསལ་བཤད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།

གོ་མ་པ། ༡ གྲངས་གནས་གཅིག་ཅན་ནས་བཅིས་ཏེ་གྲངས་གནས་ཆ་རེ་ལ་གོང་ཐིག་རྒྱག་དགོས། $\overline{14}$

གོ་མ་པ། ༢ གོང་ཐིག་གཡོན་མཐའི་འོག་གི་གྲངས་དེ་གྲངས་ཀ་ཆེ་གོས་གང་ཞིག་གི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་ལས་ཚུང་བའམ་མཉམ་པ་དེ་ཚོལ། $(7^2 < 53 < 8^2)$ གྲངས་འདི་བཤོད་བྱེད་དུ་གྲངས་ཏེ་གོང་ཐིག་གཡོན་མཐའི་འོག་གི་གྲངས་དེའི་བཤོས་རྒྱག་ཚོལ།

7	7
7	$\overline{53} \overline{14}$
	<u>49</u>
	4

གོ་མ་པ། ༣ འོག་ཐིག་རྗེས་མའི་གྲངས་ཀ་དེ་བཤོས་རྒྱག་གཡས་སུ་བྲིས། འདི་ནི་བཤོ་བྱའི་གྲངས་གསར་པ་དེ་ཡིན།

7	7
7	$\overline{14}$
	<u>49</u>
	4 14

གོ་མ་པ། ༤ བཤོས་ཐོབ་ལྡབ་གཉིས་སུ་གཏོང་བ་དང་། གྲངས་དེའི་གཡས་སུ་བར་རྫོང་ཞིག་བཞག་ཏེ། བཤོད་བྱེད་རྗེས་མའི་གྲངས་གནས་རྗེས་མ་འབྲི་རྒྱུར་ཞོག

7	72
7	$\overline{14}$
14	<u>49</u>
	4 14

གོ་མ་པ། ༥ བར་རྫོང་ནང་གི་གྲངས་གནས་ཚོད་དཔག་བྱས་ཏེ་བཤོས་ཐོབ་ཀྱི་གྲངས་གནས་གསར་པ་འཛོག་དགོས། $(142 \times 2 = 284 < 414, 143 \times 3 = 429 > 414)$ བཤོས་རྒྱག་འཚོལ་བར་བྱའོ། །

7	72
7	$\overline{14}$
142	<u>49</u>
	414
	<u>284</u>
	130

གོ་མ་པ། ༦ བཤོས་རྒྱག་གི་རྗེས་སུ་གོང་ཐིག་རྗེས་མའི་གྲངས་ཀ་དེ་བཤུ་བར་བྱ།

7	72
7	$\overline{14}$
142	<u>49</u>
	414
	<u>284</u>
	13041





གོམ་པ།

གོང་ཐིག་ཆ་ཚང་མ་རྩོགས་པར་དུ་གོམ་རིམ་བཞི་པ་དང་། ལྷ་པ་དང་དུག་
 པ་བསྐྱར་སློབ་བྱོས་དང་། བགོས་ལྷག་མཐའ་མ་དེ་ཉི་མའི་སྐབས་གཞི་རེད།
 དེས་ན། = 729

	729
7	<u>53 14</u>
	49
142	<u>414</u>
	284
1449	<u>13041</u>
	13041
	0

མཆན།

གོམ་པ་ལྷ་པའི་སྐབས་སུ་14 རྗེས་ཀྱི་2 ཐོབ་པར་ང་ཚོས་41 ÷ 14 ལ་ལྷ་པ་དང་། གོམ་པ་བདུན་པའི་144 ཡི་རྗེས་
 ཀྱི་9 འཕྲོབ་པར་ང་ཚོས་1304 ÷ 144 ལ་ལྷ་པར་བྱ། འདིར་9 ཞི་ཉི་མའི་སྐབས་གཞིའི་གཅིག་གནས་གྲངས་རེད། འདི་ནི་ཉི་མའི་
 སྐབས་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་གནས་གྲངས་ལས་ཀྱང་ཐག་གཅོད་བྱུང། འདིར་ཉི་མའི་སྐབས་གྲངས་ནི་531441 དང་དེའི་གཅིག་གནས་གྲངས་
 ཞི་1 རེད། དེར་བརྟེན་འདིའི་ཉི་མའི་སྐབས་གཞིའི་གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་1 གས་ཡང་ན་9 རེད། 1 ཞི་མིན་པ་གསལ་པོ་ཡིན་པས་
 དགོས་མཁོའི་གྲངས་གནས་ནི་9 རེད།

ཅིས་དཔེ།5.

363609 ཡི་ཉི་མའི་སྐབས་གཞི་ཚོལ།

ལན།

	603
6	<u>36 09</u>
	36
120	<u>036</u>
	000
1203	<u>3609</u>
	3609
	0

དེར་བརྟེན་ $\sqrt{363609} = 603$ ཡིན་ནོ། 1

མཆན།

ང་ཚོས་03 ÷ 12 ཚོད་ལྷ་བྱས་ཏེ་12 ཀྱི་རྗེས་སུ་0 བྱུང་བ་དང་། ང་ཚོས་120 ཡི་རྗེས་སུ་3 ཚོད་དཔག་བྱེད་པ་ནི་
 ཉི་མའི་སྐབས་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་གནས་སུ་9 ཡོད་པས་སོ། 1 (ཡང་ན་360 ÷ 120 = 3)

གོང་གི་ཐབས་ལམ་འདི་གྲངས་ཀྱི་ཚུལ་ལྟར་ལོ་སྐབས་སུ་བེད་སྤྱོད་བྱ་རྒྱུ་སྐབས་བདེ་པོ་ཡོད་པ་མ་ཟད། གྲངས་གནས་
 གཉིས་སམ་གཅིག་ཅན་གྱི་གྲངས་ཚུང་དུ་འོ་སྐབས་སུ་འདྲ་ཉི་མའི་སྐབས་གཞི་འཛོལ་རྒྱུར་སྤྱད་ཚོགས་





ཉིས་སྐྱུར་གཞི་འཛོལ་བྱུང།

གོམ་པ། 1 གྲངས་ཆེ་ཤོས་གང་ཞིག་གིས་ཉིས་སྐྱུར་གོང་ཐིག་གཡོན་མཐའི་འོག་གི་གྲངས་ལས་ཚུང་བའམ་ཡང་ན་མཉམ་པ་དེ་འཛོལ་རྒྱ་དང་། འདི་ནི་ཉིས་སྐྱུར་གཞི་ཡི་བརྒྱ་གནས་གྲངས་རེད།

གོམ་པ། 2 ལེ་ཚན་ 9 ་ 4 རང་བསྟན་པའི་རེའུ་མིག་ལས་གཅིག་གནས་གྲངས་ཆོད་དཔག་བྱོས་དང་། གཅིག་གནས་གྲངས་ནི་ 1 གམ་ཡང་ན་ 9 རེད།

གོམ་པ། 3 འོས་པའི་ཉིས་སྐྱུར་གཞི་གང་རུང་ཞིག་ཉིས་སྐྱུར་བྱས་ཏེ་ཤེས་པའི་གྲངས་དང་བསྐྱར་ཏེ་གྲངས་གནས་མ་ཚོར་བར་འདེམས་དགོས།

གསལ་ཁ་འདོན་པ།

$$\sqrt{9801} = ?$$

$$9^2 = 81 \text{ རི་} \leq 98 \text{ ལས་}$$

ཚུང་བའི་ཉིས་སྐྱུར་གྲངས་

ཆེ་ཤོས་དེ་རེད།

$$\text{དེར་བརྟེན། } \sqrt{9801} = 9$$

$$91^2 = 8281 \neq 9801$$

$$\text{དེར་བརྟེན། } \quad \quad \quad = 99$$

ཕྱིས་དཔེ། 9. 256 དང་ 6516 ཡི་ཉིས་སྐྱུར་གཞི་ཆོལ་ཅིག།

ལན།

ཀ༽ གོང་ཐིག་བརྒྱབ་པས། ང་ཚོར་ $\overline{256}$ ཡོད། དེར་བརྟེན་བརྒྱ་གནས་གྲངས་ནི་ 1 རེད།

ཡང་ཉིས་སྐྱུར་གཞིའི་གཅིག་གནས་གྲངས་སུ་འོས་པ་ནི་ 4 དང་ 6 རེད།

དེས་ན་ཉིས་སྐྱུར་གཞི་ནི་ 14 དང་ཡང་ན་ 16 རེད།

$$\begin{aligned} \text{མ་ཟད་} 14^2 &= 196 & 256 & \text{ ཡིན།} \\ &= 16 \end{aligned}$$

ཁ༽ $\sqrt{6516} = 81$ ཡང་ན་ 89

ཡང་ 6516 རི་ 8100 (90^2) ལས་ 6400 (80^2) ལ་ཉེ་བ་ཡིན།

\therefore རི་ 90 ལས་ 80 ལ་ཉེ་བ་ཡིན་དགོས།

$$\text{དེར་བརྟེན། } \sqrt{6516} = 81$$





སློབ་ཚན། 1.4



- ༡) ག་ཤམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞིའི་ནང་གྲངས་གནས་ཇི་ཡོད་ཚོ་ལ།

 ༡) 64 ༢) 114 ༣) 4489 ༤) 27225 ༥) 390625
- ༢) གཅིག་གནས་གྲངས་ལ་ཚོགས་སྡེ་བྱས་པ་དང་། རེས་མོས་བྱས་ཏེ་གྲངས་གནས་ཚང་མར་ཚོགས་བརྒྱབ་པ་ན། གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞིའི་ནང་གྲངས་གནས་ཇི་ཡོད་ཚོགས་གྲངས་དེ་ཡིན། ག་ཤམ་གྱི་གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞིའི་ནང་གྲངས་གནས་ཇི་ཡོད་ཚོ་ལ།

 ༡) 1234321 ༢) 21224449 ༣) 3915380329
- ༣) བཤོད་ཚིག་ཐབས་ལམ་ལས་ག་ཤམ་གྱི་གྲངས་ཀ་རྣམས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོ་ལ།

 ༡) 44100 ༢) 27225 ༣) 54756 ༤) 49284

 ༥) 99856
- ༤) བཤོད་ཚིག་ཐབས་ལམ་སྤྱད་དེ་ག་ཤམ་གསལ་གྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོ་ལ།

 ༡) 390625 ༢) 119025 ༣) 193600
- ༥) ག་ཤམ་གྱི་གྲངས་ཀ་སོ་སོའི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞིའི་བརྒྱ་གནས་དང་གཅིག་གནས་གྲངས་ཚོ་ལ།

 ༡) 2304 ༢) 4489 ༣) 3481 ༤) 529
- ༦) ག་ཤམ་གྱི་གྲངས་ཀའི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོ་ལ།

 ༡) 1444 ༢) 1849 ༣) 5776 ༤) 7921
- ༧) ག་ཤམ་གྱི་གྲངས་སོ་སོ་ནས་གྲངས་རྒྱུང་ཤོས་གང་འཐེན་ན་དེ་གྲངས་ཤིག་གི་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་ཡིན་ནམ།

 ༡) 2357 ༢) 4931 ༣) 18265 ༤) 390700
- ༨) རྩི་བ་ལ) པའི་གྲངས་རེ་རེར་གྲངས་རྒྱུང་ཤོས་གང་བསྟན་ན། དེ་ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གྲངས་སུ་འགྱུར་རམ།





༡་༤ ལྷགས་ལྡན་གྲངས་ཀྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱོད་གཞི། Square Root of a Rational Number

ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱོད་གྲངས་25 དང་36 ལ་ཆ་བཞག་ན།

$$\begin{aligned} \sqrt{25 \times 36} &= \\ &= \sqrt{(5 \times 6)^2} && \text{འཛིན་གྲངས་} a \text{ དང་} b \text{ གྲངས་འཛིན་གཞི་གསལ་ལ། } (a \times b)^2 = a^2 \times b^2 \\ &= 5 \times 6 \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{36} \end{aligned}$$

དོན་དངོས་སུ་ང་ཚོར་ཡོད་པ་ནི།

ངེས་སྲོལ། ཡོངས་རྫོགས་ཉི་ལྗེ་སྐྱོད་གྲངས་ m དང་ n ལ་ $\sqrt{m \times n} = \sqrt{m} \times \sqrt{n}$ ཡིན།

ངེས་སྲོལ་འདི་ནི་གྲངས་ཀ་ཆེན་པོའི་ཉི་ལྗེ་སྐྱོད་གཞི་འཛོལ་བར་ཉ་ཅང་གལ་ཆེན་པོ་ཡིན།

རྩིས་དཔེ།10. 28416 གི་ཉི་ལྗེ་སྐྱོད་གཞི་འཛོལ་རྒྱ།

ལན།
$$\begin{aligned} 38416 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \\ &= 2^4 \times 7^4 \\ \sqrt{38416} &= \sqrt{2^4 \times 7^4} \\ &= \sqrt{2^4} \times \sqrt{7^4} && (\text{ངེས་སྲོལ་༡ བེད་སྲོད་བྱེད་པ།}) \\ &= 2^2 \times 7^2 \\ &= 196 \end{aligned}$$

རྩིས་དཔེ།11. ང་ཚོས་ $\sqrt{\frac{25}{36}}$ དང་ $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$ བཅས་ཉེ་འདྲ་མཚུངས་ཡིན་མིན་སྟོན།

ལན།
$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \sqrt{\frac{5^2}{6^2}}$$





$$= \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2} \quad (\text{རྒྱ་མཚན་ནི། } b \neq 0 \text{ ལྟེངས་} = \frac{a^2}{b^2}, \text{ ཡིན་པས་སོ།།})$$

$$= \frac{5}{6}$$

$$\text{ཡང་། } \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

$$\text{དེས་བཞེན། } \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$$

གོང་གི་ཉེས་སྐྱུར་དེ་ནང་དང་ཚོས་གཤམ་གསལ་ངེས་སློལ་འགྲེལ་བརྗོད་བྱས་ཡོད།

ངེས་སློལ། གལ་ཏེ་ m དང་ n ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ ($n \neq 0$) ཡིན་ན།

$$= \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{n}}$$

$\left(\frac{am}{bn}\right)^2$

ཉེས་དཔེ།12. $\frac{225}{3136}$ གི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ་ཅིག།

ལན། $\sqrt{225} = \sqrt{3 \times 3 \times 5 \times 5}$
 $= 3 \times 5 = 15$ དང་།

$$\sqrt{3136} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

$$= 56$$

$$\sqrt{\frac{225}{3136}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{3136}} \quad (\text{ངེས་སློལ་ན་ བ་སྐྱུད་པ།})$$

$$= \frac{15}{56}$$

ཉེས་དཔེ།13. $4\frac{29}{49}$ དང་ 0.0196 སོ་སོའི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ།

ལན།





ཀ༽ $\sqrt{4\frac{29}{49}} = \sqrt{\frac{225}{49}}$
 $= \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{49}}$ (ངེས་སྲོལ་ལ་ བ་ཤེད་སྐྱད་པ།)
 $= \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$

ཁ༽ $\sqrt{0.0196} = \sqrt{\frac{196}{10000}}$
 $= \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{10000}}$ (ངེས་སྲོལ་ལ་ བ་ཤེད་སྐྱད་པ།)
 $= \frac{\sqrt{2 \times 2 \times 7 \times 7}}{\sqrt{100 \times 100}}$
 $= \frac{2 \times 7}{100} = 0.14$

ཉི་མ་དཔེ། 14.

ཡི་ཉི་མ་སྐར་གཞི་ཚོལ་ཅིག།

ལན།

$\sqrt{21\frac{2797}{3364}} = \sqrt{\frac{73441}{3364}} = \frac{\sqrt{73441}}{\sqrt{3364}}$ (ངེས་སྲོལ་ལ་ བ་སྐྱད་པ།)

$\sqrt{73441} = 271$

$\sqrt{3364} = 58$

$\sqrt{21\frac{2797}{3364}} = \frac{271}{58}$

$= 4\frac{39}{58}$

$$\begin{array}{r} 271 \\ 2 \overline{) 7 \ 34 \ 41} \\ \underline{4} \\ 47 \\ \underline{334} \\ 329 \\ \underline{541} \\ 541 \\ \underline{541} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ 5 \overline{) 64} \\ \underline{25} \\ 864 \\ \underline{864} \\ 0 \end{array}$$

ཉི་མ་དཔེ། 15.

37.0881 གཅིག་གི་ཉི་མ་སྐར་གཞི་ཚོལ་ཅིག།





ལན།

ང་ཚོས་37.0881 ལུགས་ལྡན་གྲངས་སུ་བསྐྱར་བ་དང་། དེ་ནས་རྒྱ་གྲངས་ལ་བཀོལ་བའམ། ཡང་ན་བཤོད་ཚུལ་གྱི་ཐབས་ལམ་ལས་ཉི་མཁུར་གཞི་འཚོལ་བཅས་བྱེད་དོ། །

དེས་ན།	$\sqrt{37.0881} = \sqrt{\frac{370881}{10000}}$	<table border="0"> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">6.09</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">6</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">37</td> <td>08 81</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">36</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">120</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">108</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">0</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">1209</td> <td>10881</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"></td> <td>10881</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;"></td> <td>0</td> </tr> </table>		6.09		6	37	08 81		36		120	108			0			1209	10881			10881			0
	6.09																									
6	37		08 81																							
	36																									
120	108																									
	0																									
	1209	10881																								
		10881																								
		0																								
ཡིན་ཡང་།	$\sqrt{370881} = 609$																									
	$\sqrt{10000} = 100$																									
དེར་བརྟེན།	$\sqrt{37.0881} = \frac{609}{100}$																									
	$= 6.09$																									



༡.༧ (ཡོངས་རྫོགས་) སེལ་གྲངས་ཀྱི་ཉི་མཁུར་གཞི།

Square Root of a (Perfect Square) Decimal Number

སེལ་གྲངས་ཀྱི་ཉི་མཁུར་གཞི་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་སུ་མ་བསྐྱར་བར་འཚོལ་བྱུང་། དེ་ཡང་།

- ༡། ཅམ་རྒྱན་བཞིན་ཉི་མཁུར་གྲངས་ཁག་ལ་ཤོང་ཐིག་རྒྱག་དགོས།
- ༢། སེལ་གྲངས་ཚེག་ལས་འགོ་ཚུགས་ཏེ་གྲངས་གནས་ཆ་ལེ་ཤོང་ཐིག་རྒྱག་དགོས།
- ༣། ཅམ་རྒྱན་བཞིན་བཤོད་ཚུལ་གྱི་བརྒྱད་ཅིང་ལས་ཉི་མཁུར་གཞི་ཚོལ།
- ༤། ཉི་མཁུར་གྲངས་ཁག་རྫོགས་མ་ཐག་བཤོས་ཐོབ་ལ་སེལ་གྲངས་ཚེག་རྒྱག་དགོས།
- ༥། བཤོས་རྒྱག་ལྟར་ཀོར་བྱུང་ན་མཚམས་འཇོག་དགོས་ལ། སྐབས་འདིའི་བཤོས་ཐོབ་ནི་ཉི་མཁུར་གཞི་རེད།





ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི། 16.

བཤོད་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་37.0881 གི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ།

ལན།

	6.09	
6	37.08 81	
	36	
120	108	
	0	
1209	10881	
	10881	
	0	

དེ་རྒྱུ་ལྟར། $\sqrt{37.0881} = 6.09$

ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི། 17.

0.000529 གི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ།

ལན།

	0.023	
2	0.00 05 29	
	04	
43	129	
	129	
	0	

དེ་རྒྱུ་ལྟར། $\sqrt{0.000529} = 0.023$

མཚན། ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ།



༡.༡༠ བཤོད་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ།

Approximate Square Root by the Division Method

$p^2 =$ དང་ཡང་ན་ $2 = \frac{p^2}{q^2}$ ཅན་གྱི་རིམ་གྱི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ།

ཡོད། ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ། $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ ཡིན་པའི་ལུགས་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ་གྱི་ཉི་མའི་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་སྐྱེས་ལོ་ལྟར་གཞི་ཚོལ།





ཚེས་ $\sqrt{2}$ འཁྲུལ་བ་མེད་པར་ཚིས་རྒྱག་མི་བྱུང། ང་ཚོས་ $\sqrt{2}$ དང་ཉེ་མཚུངས་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ཤིག་ལས་འཚོལ་མི་བྱུང། གྲངས་ཀ་ཞིག་གི་བརྗོལ་ས་ཐོབ་ཚེས་སྤྱིང་ཉག་ཉག་འཚོལ་མི་བྱུང་པའི་སྐབས་སུ། ང་ཚོས་དེའི་ཉེ་མཚུངས་བརྗོལ་ས་ཐོབ་འཚོལ་བྱེད་ཚོགས་གནས་སྤངས་འདི་འདྲའི་སྐབས་སུ། ང་ཚོས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་མཐ་མིལ་གྲངས་ $\sqrt{2}$ དང་ཉེ་མཚུངས་བརྗོལ་ས་ཐོབ་ཡིན་པ་ཞིག་འཚོལ་དགོས།

$$1^2 < 2 < 2^2 \quad \text{ཡིན་པས་} \quad 1 < \sqrt{2} < 2$$

དེས་ན། 1 རྗེ་ $\sqrt{2}$ ཡི་ཉེ་མཚུངས་ལུགས་ལྡན་གྲངས་སུ་ལེན་འོས་ཀྱང་དེ་བས་ཉེ་མཚུངས་ལེགས་པ་ཞིག་འཚོལ་རྒྱུ་1 དང་2 དབར་ཡོད་པའི་1.1 , 1.2 , 1.9 སོགས་ཉེས་སྐྱར་བྱས་ཏེ་2 དང་བསྟུན་བར་བྱའོ། །

- 1.1² = 1.21 < 2
- 1.2² = 1.44 < 2
- 1.3² = 1.69 < 2
- 1.4² = 1.96 < 2
- 1.5² = 2.25 > 2

དེས་ན། $(1.4)^2 < 2 < (1.5)^2$

དེ་ནི། $1.4 < \sqrt{2} < 1.5$

ད་ཆ་ང་ཚོས་མིལ་གྲངས་1.4 དེ་ $\sqrt{2}$ ཡི་ཉེ་མཚུངས་སུ་ལེན་འོས། འདི་ནི་1 ལས་ཉེ་མཚུངས་ལེགས་པ་ཞིག་ཡིན། འདི་ལས་ཀྱང་ཉེ་མཚུངས་ལེགས་པ་ཞིག་འཚོལ་པའི་ཕྱིར་ང་ཚོས་གྲངས་ཀ་1.41 , 1.42 , ཉེས་སྐྱར་བྱས་ཏེ། དེ་དག་2 དང་བསྟུན་བ་ཡིན་ན་ང་ཚོར། $1.41 < \sqrt{2} < 1.42$ བྱུང་།

ད་དྲུང་སྐྱེས་མཐུན་དེ་བྱས་ན། $1.414 < \sqrt{2} < 1.415$ བྱུང་།

འདི་སྐྱེས་ད་དྲུང་སྐྱེས་མཐུན་དེ་འཚོལ་བ་ན། ང་ཚོས་མིལ་གྲངས་ཁག་གི་གྲངས་གནས་གང་མང་འཚོལ་བའི་སློབ་ནས། $\sqrt{2}$ དང་སྤྱིང་ཉག་ཉེ་མཚུངས་ཡིན་པའི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་དག་འཚོལ་བྱུང། འདི་འདྲའི་སྐབས་བདེའི་བྱེད་སྐབས་ལམ་ཞིག་ནི་བཞོད་ཚིས་ཀྱི་བྱེད་སྐབས་ལམ་དེ་ཡིན། བྱེད་སྐབས་ལམ་འདི་མ་སྤྱད་ཞོང་དུ་ང་ཚོས་མིལ་གྲངས་ཁག་གི་གྲངས་གནས་གཡས་སུ་སྤྱད་ཀོར་གང་དགོས་ཐད་ཀར་བཞག་ཚོགས།

ང་ཚོས་འདིར་ཚིས་དཔེ་གང་འོས་བརྒྱུད་དེ་འབྲེལ་བརྗོད་བྱ་རྒྱུ་ཡིན།





ཕྱི་ས་དཔེ།18.

2 གྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་སིལ་གྲངས་ཁག་གི་གྲངས་གནས་གཉིས་ཚོལ།

ལན།

$\sqrt{2}$ ཡི་བྲིན་སིལ་གྲངས་ཁག་གྲངས་གནས་གཉིས་བར་འཚོལ་བར་ང་ཚོས་ $\sqrt{2}$		1.414
ཡི་ཉེ་མཚུངས་སིལ་གྲངས་ཁག་གྲངས་གནས་གསུམ་ཅན་འཚོལ་དགོས། དེའི་ཕྱིར་ང་ཚོས་	1	$\overline{2.00\ 00\ 00}$
ལྡད་ཀོར་ཆ་གསུམ་སྟེ་ལྡད་ཀོར་དུག་ཁ་སྟོན་རྒྱག་དགོས།	24	$\underline{1}$ 100
དེར་བརྟེན། $\sqrt{2} = 1.414$ སིལ་གྲངས་ཁག་གྲངས་གནས་གསུམ་བར་དུ་ཡོད།	281	$\underline{96}$ 400
$= 1.41$ སིལ་གྲངས་ཁག་གྲངས་གནས་གཉིས་བར་དུ་ཡོད།	2824	$\underline{281}$ 11900
དེར་བརྟེན། 2 གྱི་དགོས་ངེས་གྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ནི་1.41 རེད།		$\underline{11296}$ 604

ཕྱི་ས་དཔེ།19.

2.9 ཡི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་སིལ་གྲངས་ཁག་གི་གྲངས་གནས་གཉིས་ཚོལ།

ལན།

སྟོན་དུ་ང་ཚོས་ $\sqrt{2.9}$ དང་ཉེ་མཚུངས་སིལ་གྲངས་ཁག་གྲངས་གནས་གསུམ་ཅན་		1.702
ཞིག་འཚོལ་དགོས། དེའི་ཕྱིར་ང་ཚོས་གྲངས་གནས་ཆ་གསུམ་བཟོ་ཕྱིར་ལྡད་ཀོར་ལྡ	1	$\overline{2.90\ 00\ 00}$
ཁ་སྟོན་རྒྱག་དགོས།	27	$\underline{1}$ 190
དེས་ན། $\sqrt{2.9} = 1.702$ གྲངས་གནས་གསུམ་ཅན་གྱི་སིལ་གྲངས།	3402	$\underline{189}$ 10000
$= 1.70$ གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་གྱི་སིལ་གྲངས།		$\underline{6804}$ 3196
དེར་བརྟེན། དགོས་ངེས་གྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་ནི་1.70 རེད།		

ཕྱི་ས་དཔེ།20.

སིལ་གྲངས་ཁག་གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་གྱི་ $11\frac{2}{3}$ གྱི་ཉི་ལྗེ་སྐྱུར་གཞི་ཚོལ།

ལན།

$11\frac{2}{3} = 11.6666\dots = 11.666667$ (གྲངས་གནས་དུག་ཅན་གྱི་སིལ་གྲངས་དངོས།)

དེར་བརྟེན། $\sqrt{11\frac{2}{3}} = \sqrt{11.666667}$





སློབ་ཚན། 1.5



1) ག་བམ་གསལ་ལུགས་ལྟགས་ལྟར་གྲངས་ཀྱི་ཉི་མཚན་གཞི་ཚོལ།

ཀ) $\frac{361}{625}$

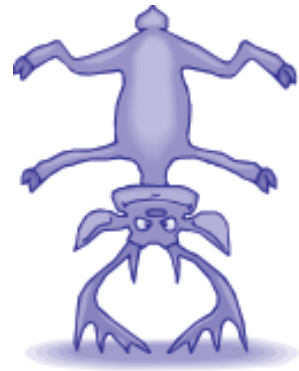
ཁ) $\frac{2116}{5129}$



2) ཉི་མཚན་གཞི་ཚོལ།

ཀ) $\frac{16641}{4489}$

ཁ) $\frac{110889}{308025}$



3) གྲངས་སྟུགས་མ་རྣམས་ཀྱི་ཉི་མཚན་གཞི་ཚོལ།

ཀ) $21\frac{51}{169}$

ཁ) $10\frac{151}{225}$

4) ཉི་མཚན་གཞི་ཚོལ།

ཀ) $23\frac{394}{729}$

ཁ) $56\frac{569}{1225}$

5) ག་བམ་གསལ་སིལ་གྲངས་རྣམས་ཀྱི་ཉི་མཚན་གཞི་ཚོལ།

ཀ) 7.29

ཁ) 16.81

ག) 9.3025

ང) 84.8241

6) ཉི་མཚན་གཞི་ཚོལ།

ཀ) 0.008281

ཁ) 0.053361

7) ག་བམ་གསལ་གྲངས་ཀའི་ཉི་མཚན་གཞི་སིལ་གྲངས་གྲངས་གནས་གཉིས་ཅན་ཚོལ།

ཀ) 1.7

ཁ) 23.1

ག) 5

ང) 20

ཅ) 0.1





༤། ག་ཤམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་ཉིས་སྐར་གཞི་སིལ་གྲངས་ཁག་གི་གྲངས་གནས་གཉིས་འཛོལ།

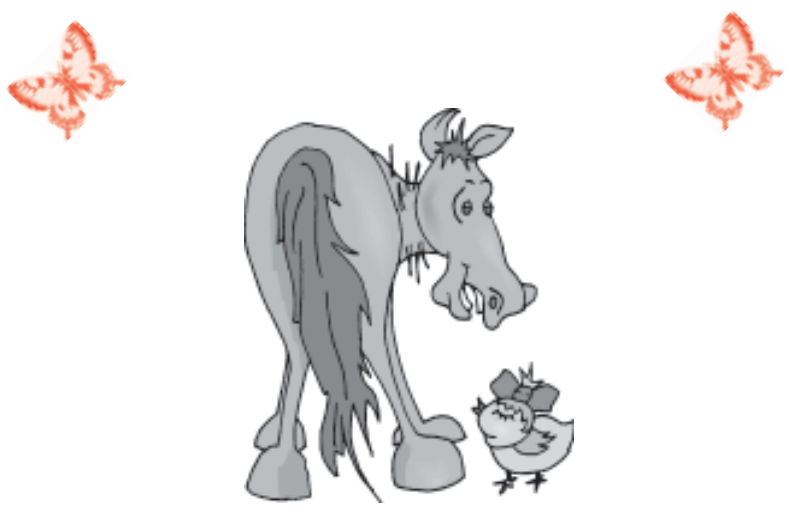
- ཀ) 0.016 ཁ) 0.9 ག) 7 ང) $\frac{7}{8}$ ཅ) $2\frac{1}{12}$

༥། ག་ཤམ་གསལ་གྲངས་ཀྱི་ཉིས་སྐར་གཞི་སིལ་གྲངས་ཁག་གི་གྲངས་གནས་གསུམ་ཅན་བར་དུ་ཚོལ།

- ཀ) 0.00064 ཁ) $\frac{5}{12}$ ག) 2.006 ང) 1.1

༩༠། ག་ཤམ་གསལ་བརྗོད་པ་རྣམས་བདེན་པ་ཡིན་མིན་ཏུ་གསུང་ཚུལ།

- ཀ) $\sqrt{0.9} = 0.3$
 ཁ) a རང་བྱུང་གྲངས་ཡིན་ན་ \sqrt{a} རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རེད།
 ག) a མོ་གྲངས་ཡིན་ན་ a^2 ཡང་མོ་གྲངས་རེད།
 ང) p དང་ q ཡོངས་རྫོགས་ཉིས་སྐར་ཡིན་ན་ $\sqrt{\frac{p}{q}}$ རི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་རེད།
 ཅ) རྩ་གྲངས་ཀྱི་ཉིས་སྐར་གཞི་ནི་ལུགས་ལྡན་གྲངས་ནམ་ཡང་མིན།





དྲན་པར་གྱིས།

- 1) གལ་ཏེ་རིལ་གྲངས་ m དེ་ $n = m^2$ ཡིན་ན། n རིལ་གྲངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་རེད།
- 2) ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ནི་ཉག་དྲུ་མོ་གྲངས་མིན།
- 3) ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་གཅིག་གནས་སུ་2, 3, 7 ཡང་ན་8 རམ་ཡང་མེད།
- 4) ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་མཐར་མྱོད་ཀོང་ཆ་གྲངས་ཡོད།
- 5) ཆ་གྲངས་(ཡ་གྲངས་)ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་ཆ་གྲངས་(ཡ་གྲངས་) རེད།
- 6) ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ཤིག་3 གྱིས་བཤོས་ན་བཤོས་ལྷག་0 ཡང་ན་1 འབྱུང་།
- 7) $p^2 = 2q^2$ ཡིན་པའི་རང་བྱུང་གྲངས་ p དང་ q མེད།
- 8) གལ་ཏེ་ $n = m \times m =$ ཡིན་ན། m རིལ་གྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་དང་། n གྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ཚོ་ནི་ ལྷན་འབྲེ།
- 9) གལ་ཏེ་ p དང་ q ($q \neq 0$) ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ཡིན་ན།
 - ཀ) $= \sqrt{p} \times \sqrt{q}$ དང་།
 - ཁ) $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ བཅས་ཡིན།
- 10) ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ནི་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་དེ་ལྷུ་གྲངས་ལ་བཤོས་པའི་ཐབས་ལམ་སྤྱད་ནས་ འཚོལ་ཐུབ།
- 11) ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་ཀྱི་ཉེས་སྐྱུར་གཞི་ནི་བཤོད་ཚུལ་ཀྱི་ཐབས་ལམ་གྱིས་ཀྱང་འཚོལ་ཐུབ།
- 12) བཤོད་ཚུལ་ཐབས་ལམ་བྲིད་གྲངས་ཀ་ཆ་སྒྲིག་སྐབས། སེལ་གྲངས་ཚོག་ལས་འགོ་འདུགས་དགོས། སེལ་གྲངས་ཁག་ གི་སྐབས་སུ་གཡས་ནས་གཡོན་དུ་སློང་གོས་པ་དང་། སེལ་གྲངས་ཁག་གི་སྐབས་གཡོན་ནས་གཡས་སུ་སློང་གོས།
- 13) གལ་ཏེ་ཕོ་གྲངས་ཤིག་ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་མིན་པ་ན། བཤོད་ཚུལ་ཐབས་ལམ་ཐོག་དེའི་ཉེ་མཚུངས་ཉེས་ སྐྱུར་གཞི་འཚོལ་ཐུབ།
- 14) གལ་ཏེ་ p དང་ q ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་མིན་ན། དེའི་ $\sqrt{\frac{p}{q}}$ འཚོལ་བར། $\frac{p}{q}$ སེལ་གྲངས་ལ་ཕབ་རྗེས། བཤོད་ཚུལ་ ཀྱི་ཐབས་ལམ་སྤྱད་ནས་འཚོལ་ཐུབ།
- 15) ཡང་རྩེ་ཚོས་ $\sqrt{\frac{p}{q}}$ རིལ་འདིའི་མ་ཆ་གཞི་ཉགས་ལས་ཁ་འབྲེད་པའི་སློབ་ནས་འཚོལ་ཐུབ།
- 16) གལ་ཏེ་ n ཡོངས་རྫོགས་ཉེས་སྐྱུར་གྲངས་མིན་ན། \sqrt{n} རིལ་གྲངས་ལྡན་གྲངས་མ་ཡིན་ནོ། །

